



ESCOLA NAVAL

ta sainte & bi-faire



Inês Cabanita Raimundo

Análise e Previsão de Marés e Correntes de Maré *Desenvolvimento da Ferramenta e Aplicação Prática*

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Ciências Militares Navais, na especialidade de Marinha



Alfeite

2021



ESCOLA NAVAL

talant de bi-faire



Inês Cabanita Raimundo

***Análise e Previsão de Marés e Correntes de Maré
Desenvolvimento da Ferramenta e Aplicação Prática***

**Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Ciências Militares Navais, na especialidade de Marinha**

Orientação de: CMG RES Carlos Nélson Lopes da Costa

Co-orientação de: Miguel Ângelo Pereira Bento Moreira

O Aluno Mestrando,

O Orientador,

Inês Cabanita Raimundo

ASPOF Cabanita Raimundo

Carlos Nelson Lopes da Costa

CMG RES Lopes da Costa

Alfeite

2021

“Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.”

Charles Chaplin

Esta Dissertação de Mestrado é dedicada à minha família nomeadamente aos meus pais pelo incessante apoio ao longo da minha vida e pelos padrões que me incutiram refletindo a pessoa que sou hoje.

Agradecimentos

O caminho do sucesso é uma aprendizagem contínua que se renova a cada instante, sendo partilhado por inúmeras e distintas pessoas que contribuem para o seu alcance, as quais não poderei prescindir o meu sincero apreço.

Em primeiro lugar começo por agradecer ao meu orientador Capitão-de-mar-e-guerra RES Carlos Nélson Lopes da Costa, por acreditar nas minhas capacidades de operacionalizar este projeto e por toda a sabedoria, inovação e conhecimento partilhado. Da mesma forma, reconheço todo o apoio empenhado pelo Professor Miguel Moreira, na revisão dos conceitos matemáticos e o seu interesse em acompanhar ativamente este trabalho.

Por todos os dados fornecidos e sugestões de melhorias, sem a qual a realização desta Dissertação não seria possível, agradeço ao Instituto Hidrográfico, nomeadamente à Doutora Dora Carinhas e ao Doutor Nuno Zacarias.

Aos oficiais navegadores do NRP Álvares Cabral, NRP João Roby e NRP Figueira da Foz por terem demonstrado interesse e por permitirem a instalação e exploração da ferramenta desenvolvida no meio operacional, e à câmara de oficiais do NRP Almirante Gago Coutinho que, para além dos motivos anteriormente mencionados, contribuíram e fizeram parte desta importante fase da minha aprendizagem.

Finalmente, um agradecimento especial às minhas principais fontes de inspiração e de apoio incondicional, aos meus pais, Fernanda e Gabriel, e ao Vasco. Aos meus camaradas do curso “Capitão-tenente Raúl Alexandre Cascais” que me acompanharam no percurso da Escola Naval, numa relação traçada pela amizade e camaradagem que se revelou numa constante entreaajuda, até ao final deste percurso académico.

Resumo

A presente Dissertação de Mestrado visa a produção de uma ferramenta informática, em MATLAB, para análise e previsão de marés e correntes de maré, a qual foi designada SeaTideWave. Pretende-se a partir de três métodos matemáticos - séries de Fourier e duas variantes de mínimos quadrados - Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) – calcular os coeficientes de Fourier que ajustem o polinómio trigonométrico às observações e obter as constantes harmónicas, as quais serão alvo de uma avaliação de qualidade. Procura-se encontrar uma metodologia para detetar e avaliar a ocorrência de eventos de maré meteorológica, como *storm surges*.

Foi criado um sistema de programas que envolvem: a análise harmónica e previsão com recurso àqueles métodos, a partir de registos temporais entre 29 a 369 dias; controlo de qualidade das constantes harmónicas conseguidas, de vários portos ou locais, envolvendo o tratamento estatístico dos resíduos temporais entre as observações e as correspondentes previsões, complementado por análise espectral; e deteção e avaliação de marés meteorológicas, a partir de processos de filtragem e espectros cruzados, de registos de Newport, EUA, que incluem registos de pressão atmosférica e ventos.

Os resultados obtidos revelam a boa qualidade dos modelos preditivos para as alturas de maré, em portos costeiros onde os efeitos da propagação em pequenas profundidades não sejam significativos, e razoável qualidade no caso de correntes. A partir da metodologia inerente à deteção e avaliação de storm surges constata-se o efeito de «barómetro invertido», entre os episódios de maré meteorológica e da pressão atmosférica, bem como a consistência da teoria de Ekman para explicar esses episódios.

Destaca-se vários aspetos inovadores, associados à ferramenta SeaTideWave, nomeadamente a implementação da análise por mínimos quadrados e a capacidade de previsão de correntes de maré, demonstrada pela «tabela de correntes» para 2022 e também na forma de «elementos de correntes de maré», para um local próximo da Trafaria, no estuário do Tejo.

Palavras-chave: Marés, Correntes, Análise Harmónica, Previsão, MATLAB

Abstract

This Master's Thesis aims to produce a computer tool, in MATLAB, for the analysis and prediction of tides and tidal currents, which was named SeaTideWave. From three mathematical methods - Fourier series and two least-squares variants - Boon and Kiley (1978) and Boon (2004) - calculates the Fourier coefficients, that adjusts the trigonometric polynomial to the observations and obtains the harmonic constants, which will be subject to a quality assessment. It seeks to find a methodology to detect and assess the occurrence of meteorological tidal events, such as storm surges.

A system of programs was created that involves: harmonic analysis and prediction using those methods, based on time series between 29 and 369 days; quality control of the harmonic constants achieved, from various ports or locations, involving the statistical treatment of residues, between the observations and the corresponding predictions, complemented by residues spectral analysis; and detection and evaluation of meteorological tides, using filtering processes and cross spectra, using Newport, USA, atmospheric pressure and wind data.

The obtained results reveal the quality of the predictive models for the tide height in coastal ports where the propagation effects in shallow waters are not significant and reasonable for the currents. Based on the methodology inherent to the detection and evaluation of storm surges, the «inverted barometer effect» can be seen between the meteorological tide and atmospheric pressure episodes, as well as the consistency of Ekman's theory to explain these episodes.

There are several innovative aspects associated with the SeaTideWave tool, namely the implementation of the least-squares analysis and the ability to predict tidal currents, demonstrated by the «tidal current table» for 2022 and also in the form of «tidal current elements», for a place close to Trafaria, in the Tagus estuary.

Keywords: *Tides, Currents, Harmonic Analysis, Prediction, MATLAB*

Índice

Introdução	1
Âmbito, Objetivos e Metodologia da Dissertação	2
Outros estudos na mesma área	3
Estrutura da Dissertação	5
1 Enquadramento Teórico	7
1.1 Resumo Histórico	7
1.2 Descrição das Forças Geradoras da Maré. A Maré de Equilíbrio . .	9
1.3 Desenvolvimento das Espécies de Longo Período, Diurna e Semi-diurna da Maré de Equilíbrio em Constituintes Harmónicas	13
1.4 Sistema Sol, Terra e Lua. Elementos Orbitais, Fatores Nodais e Argumentos Astronómicos	20
1.4.1 Sistema Sol, Terra e Lua	20
1.4.2 Elementos Orbitais Principais	21
1.4.3 Funções Orbitais Secundárias	22
1.4.4 Fatores Nodais de Amplitudes	23
1.4.5 Argumentos Astronómicos	24
1.5 Fórmula Harmónica da Maré. Análise e Previsão	27
1.6 Métodos de Análise de Marés e Previsão	28
1.6.1 Introdução à Análise de Marés	28
1.6.2 Método de Análise por Séries de Fourier	30
1.6.3 Método de Mínimos Quadrados de Boon e Kiley (1978) . . .	32
1.6.4 Método de Mínimos Quadrados de Boon (2004)	34
1.6.5 Outros Métodos de Análise	36
1.6.6 Correções Preliminares e de Eliminação	39
1.6.7 Inferência de Constituintes Harmónicas	43
1.6.8 Constantes Harmónicas, Previsão da Maré e da Corrente de Maré	43
1.7 Métodos de Análise Espectral	49
1.7.1 Autoespectro Através da Transformada Rápida de Fourier .	49

1.7.2	Espectro Cruzado	50
1.8	Filtro de Doodson e Warburg	53
2	Desenvolvimento da Ferramenta	55
2.1	SeaTideWave	55
2.2	Descrição Geral da Arquitetura do Trabalho Informático	56
2.2.1	Programa Principal	58
2.2.2	Programas para Controlo de Qualidade	61
2.2.3	Programas para Detecção e Avaliação de <i>Storm Surges</i>	63
2.3	Versão Simplificada para a Previsão - SeaTideWave <i>Light View</i>	64
2.4	Versão Simplificada para a Análise Harmónica	64
3	Validação e Controlo de Qualidade	67
3.1	Metodologia	67
3.1.1	Resíduos entre Observações e Previsões	67
3.2	Apresentação e Interpretação de Resultados	70
3.2.1	Apresentação e Interpretação do Controlo de Qualidade para os Portos de Marés	71
3.2.2	Apresentação e Interpretação do Controlo de Qualidade para Correntes de Maré	83
3.3	Comparação com Previsões Oficiais	93
3.3.1	Comparações com o IH	93
3.3.2	Comparações com a NOAA	95
4	Elementos e Tabela de Correntes de Maré	101
4.1	Elementos de Correntes de Maré	101
4.1.1	Unidade de Altura e Coeficiente de Maré	101
4.1.2	Enquadramento sobre Elementos de Correntes de Maré	102
4.1.3	Método de Processamento para a Estação da Trafaria	103
4.2	Tabela de Correntes de Maré	106
5	Avaliação de Marés Meteorológicas	109
5.1	Marés Meteorológicas	109
5.2	Metodologia	112
5.3	Interpretação de Marés Meteorológicas	113
5.4	Interpretação Complementar com Uso do Espectro Cruzado	122
	Conclusão	125

Lista de Referências	131
Apêndices	135
A Participações em Conferências e Resumo Alargado	135
A.1 Participação na IDEIA 2021	135
A.2 Resumo Alargado em Português	140
A.3 Resumo Alargado em Inglês para a Conferência <i>OCEANS 2021</i> . .	155
B Composição da Ferramenta SeaTideWave	171
C Controlo de Resíduos de Marés, em Leixões, de 12JUL05 a 13JUL06, na Posição $\varphi = 41,18667^{\circ}N$ e $\lambda = 8,7045^{\circ}W$	173
C.1 Método Séries de Fourier, 29 dias	173
C.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias	174
C.3 Método Boon (2004), 29 dias	175
C.4 Método Séries de Fourier, 326 dias	176
C.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias	177
C.6 Método Boon (2004), 326 dias	178
C.7 Método Séries de Fourier, 365 dias	179
C.8 Método Boon e Kiley (1978), 365 dias	180
C.9 Método Boon (2004), 365 dias	181
D Controlo de Resíduos de Marés, em Lisboa, de 27ABR15 a 25ABR16, na Posição $\varphi = 38,70833^{\circ}N$ e $\lambda = 9,129^{\circ}W$	183
D.1 Método Séries de Fourier, 29 dias	183
D.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias	184
D.3 Método Boon (2004), 29 dias	185
D.4 Método Séries de Fourier, 326 dias	186
D.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias	187
D.6 Método Boon (2004), 326 dias	188
E Controlo de Resíduos de Marés, em Setúbal-Tróia, de 1JAN11 a 2JAN12, na Posição $\varphi = 38,4945^{\circ}N$ e $\lambda = 8,90083^{\circ}W$	189
E.1 Método Séries de Fourier, 29 dias	189
E.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias	190
E.3 Método Boon (2004), 29 dias	191
E.4 Método Séries de Fourier, 326 dias	192
E.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias	193

E.6	Método Boon (2004), 326 dias	194
E.7	Método Séries de Fourier, 365 dias	195
E.8	Método Boon e Kiley (1978), 365 dias	196
E.9	Método Boon (2004), 365 dias	197
F	Controlo de Resíduos de Marés, em Faro-Olhão, de 27NOV03 a 25NOV04, na Posição $\varphi = 36,97817^{\circ}N$ e $\lambda = 7,86617^{\circ}W$	199
F.1	Método Séries de Fourier, 29 dias	199
F.2	Método Boon e Kiley (1978), 29 dias	200
F.3	Método Boon (2004), 29 dias	201
F.4	Método Séries de Fourier, 326 dias	202
F.5	Método Boon e Kiley (1978), 326 dias	203
F.6	Método Boon (2004), 326 dias	204
G	Controlo de Resíduos de Marés, em Ponta Delgada, de 1JAN94 a 5JAN95, na Posição $\varphi = 37,736^{\circ}N$ e $\lambda = 25,67117^{\circ}W$	205
G.1	Método Séries de Fourier, 29 dias	205
G.2	Método Boon e Kiley (1978), 29 dias	206
G.3	Método Boon (2004), 29 dias	207
G.4	Método Séries de Fourier, 326 dias	208
G.5	Método Boon e Kiley (1978), 326 dias	209
G.6	Método Boon (2004), 326 dias	210
G.7	Método Séries de Fourier, 365 dias	211
G.8	Método Boon e Kiley (1978), 365 dias	212
G.9	Método Boon (2004), 365 dias	213
G.10	Método Séries de Fourier, 369 dias	214
G.11	Método Boon e Kiley (1978), 369 dias	215
G.12	Método Boon (2004), 369 dias	216
H	Controlo de Resíduos de Marés, em Anchorage, de 2JAN18 a 6JAN19, na Posição $\varphi = 61,2367^{\circ}N$ e $\lambda = 149,89^{\circ}W$	217
H.1	Método Séries de Fourier, 29 dias	217
H.2	Método Boon e Kiley (1978), 29 dias	218
H.3	Método Boon (2004), 29 dias	219
H.4	Método Séries de Fourier, 326 dias	220
H.5	Método Boon e Kiley (1978), 326 dias	221
H.6	Método Boon (2004), 326 dias	222
H.7	Método Séries de Fourier, 365 dias	223

H.8	Método Boon e Kiley (1978), 365 dias	224
H.9	Método Boon (2004), 365 dias	225
H.10	Método Séries de Fourier, 369 dias	226
H.11	Método Boon e Kiley (1978), 369 dias	227
H.12	Método Boon (2004), 369 dias	228
I	Controlo de Resíduos de Marés, em Boston, de 2JAN18 a 6JAN19, na Posição $\varphi = 42,3533^0N$ e $\lambda = 71,05^0W$	229
I.1	Método Séries de Fourier, 29 dias	229
I.2	Método Boon e Kiley (1978), 29 dias	230
I.3	Método Boon (2004), 29 dias	231
I.4	Método Séries de Fourier, 326 dias	232
I.5	Método Boon e Kiley (1978), 326 dias	233
I.6	Método Boon (2004), 326 dias	234
I.7	Método Séries de Fourier, 365 dias	235
I.8	Método Boon e Kiley (1978), 365 dias	236
I.9	Método Boon (2004), 365 dias	237
I.10	Método Séries de Fourier, 369 dias	238
I.11	Método Boon e Kiley (1978), 369 dias	239
I.12	Método Boon (2004), 369 dias	240
J	Controlo de Resíduos de Marés, em Monterey, de 2JAN18 a 6JAN19, na Posição $\varphi = 36,605^0N$ e $\lambda = 121,88833^0W$	241
J.1	Método Séries de Fourier, 29 dias	241
J.2	Método Boon e Kiley (1988), 29 dias	242
J.3	Método Boon (2004), 29 dias	243
J.4	Método Séries de Fourier, 326 dias	244
J.5	Método Boon e Kiley (1988), 326 dias	245
J.6	Método Boon (2004), 326 dias	246
J.7	Método Séries de Fourier, 365 dias	247
J.8	Método Boon e Kiley (1988), 365 dias	248
J.9	Método Boon (2004), 365 dias	249
J.10	Método Séries de Fourier, 369 dias	250
J.11	Método Boon e Kiley (1988), 369 dias	251
J.12	Método Boon (2004), 369 dias	252
K	Tabela com e sem Correções Preliminares e de Eliminação para os Locais de Correntes de Maré	253

L	Controlo de Resíduos de Correntes, em Fort Independence, de 1 a 29JUL11, na Posição $\varphi = 42,3418^0N$ e $\lambda = 71,0089^0W$, na Imersão 3,8 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”	255
L.1	Método Séries de Fourier, 29 dias	255
L.2	Método Boon e Kiley, 29 dias	258
L.3	Método Boon, 29 dias	261
M	Controlo de Resíduos de Correntes, em Haste Shoal, de 22MAI a 20JUN11, na Posição $\varphi = 42,5394^0N$ e $\lambda = 70,845^0W$, na Imersão 5 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”	265
M.1	Método Séries de Fourier, 29 dias	265
M.2	Método Boon e Kiley, 29 dias	268
M.3	Método Boon, 29 dias	271
N	Controlo de Resíduos de Correntes, em The Narrows, de 1 a 29JUN15, na Posição $\varphi = 47,3060^0N$ e $\lambda = 122,55^0W$, na Imersão 12,41 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”	275
N.1	Método Séries de Fourier, 29 dias	275
N.2	Método Boon e Kiley, 29 dias	278
N.3	Método Boon, 29 dias	281
O	Controlo de Resíduos de Correntes, em The Narrows, de 1JUN15 a 31AGO15, na Posição $\varphi = 47,3060^0N$ e $\lambda = 122,55^0W$, na Imersão 12,41 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”	285
O.1	Método Séries de Fourier, 92 dias	285
O.2	Método Boon e Kiley, 92 dias	288
O.3	Método Boon, 92 dias	290
P	Controlo de Resíduos de Correntes, em Trafaria, de 4MAI a 27JUN16, na Posição $\varphi = 38,6802^0N$ e $\lambda = 9,22027^0W$, na Imersão 2 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”	293
P.1	Método Séries de Fourier, 54 dias	293
P.2	Método Boon e Kiley, 54 dias	296
P.3	Método Boon, 54 dias	298
Q	Testes de Previsões para o Porto de Leixões, com as Constantes Harmónicas das Análises de 365 Dias	301

R	Testes de Previsões para o Porto de Leixões, com as Constantes Harmónicas das Análises de 29 Dias	303
S	Testes de Previsões para o Porto de Boston, com as Constantes Harmónicas das Análises de 369 Dias	305
T	Testes de Previsões para o Porto de Boston, com as Constantes Harmónicas das Análises de 29 Dias	307
U	Testes de Previsões para Fort Independence, as Constantes Harmónicas das Análises de 29 Dias	309
V	Testes de Previsões para Haste Shoal, com as Constantes Harmónicas das Análises de 29 Dias	311
W	Testes de Previsões para The Narrows, com as Constantes Harmónicas das Análises de 29 Dias	313
X	Testes de Previsões para The Narrows, com as Constantes Harmónicas das Análises de 92 Dias	315
Y	Tabela com as Previsões de Correntes de Maré da Trafaria para 2022	319
Z	Processamento de Dados de Meteorologia do Porto de Newport, de 1JAN a 31DEZ18, na Posição 41,50333 N-71,32667 W	325

Lista de Figuras

1.1	Plano vertical de um corpo celeste A no ponto M, onde a_T é o raio da Terra e θ a distância zenital geocêntrica do corpo celeste. (Fonte: Simon, 2013)	12
1.2	A órbita da Lua e a órbita aparente do Sol (eclítica) relativamente ao plano equatorial da Terra. (Fonte: Schureman, 1958)	21
2.1	Visual do painel «Análise Harmónica», sem preenchimento dos <i>settings</i> iniciais.	58
2.2	Visual do painel «Análise Harmónica», corrido para o porto de Lisboa, pelo método Boon (2004), para 326 dias, sem correções preliminares e de eliminação.	60
2.3	Visual do painel «Previsão», corrido para a estação da Trafaria, pelo método Boon (2004), para 29MAR21.	61
2.4	Visual da ferramenta SeaTideWave simplificada para o painel «Análise Harmónica», corrido para o porto de Lisboa.	66
3.1	Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.), respeitantes a Leixões, 12JUL05 a 13JUL06.	71
3.2	Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (horas) (dir.), respeitantes a Leixões, 12JUL05 a 13JUL06.	72
3.3	Mapa do local de correntes de Fort Independence, na posição 42,3418 N e 71,0089 W, imersão de 3,8 m abaixo do “zero hidrográfico”. Fonte: Google Earth.	83
3.4	Gráfico temporal da velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada, em Fort Independence, de 1 a 29JUL11.	84
3.5	Diagrama de dispersão e eixo principal da corrente, para Fort Independence, 1 a 29JUL21.	84

3.6	Gráfico temporal da velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista, pela análise de Boon (2004), para Fort Independence, de 1 a 29JUL11.	85
3.7	Gráfico temporal velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.), pela análise de Boon (2004), para Fort Independence, de 1 a 29JUL11.	85
3.8	Gráfico temporal da velocidade (nós) da corrente residual (observações subtraídas das previsões) da enchente-vazante (esq.) e da corrente de enchente-vazante, de maré meteorológica, obtida do filtro de Doodson (dir.), para Fort Independence, de 1 a 29JUL11.	86
3.9	Gráficos espectrais dos resíduos (observações subtraídas das previsões - análise de Boon, 2004) da velocidade (nós) da componente enchente-vazante, em ciclos por dia (esq.) e em períodos - horas (dir.), para Fort Independence, 1 a 29JUL11.	86
3.10	Mapa do local de correntes de Haste Shoal, na posição 42,5394 N e 70,8450 W, imersão de 5 m abaixo do “zero hidrográfico”. Fonte: Google Earth.	88
3.11	Mapa do local de correntes de The Narrows, na posição 42,306 N e 122,55 W, imersão de 12,41 m abaixo do “zero hidrográfico”. À esq. menor escala e à dir. maior escala. Fonte: Google Earth.	90
3.12	Mapa do local de corrente de Trafaria, na posição 38,6802 N e 009,22027 W, 2 m abaixo do “zero hidrográfico”. Fonte: Google Earth.	92
5.1	Esquema da espiral de Ekman em água profunda (esq.) e água pouco profunda (dir.). Fonte: ©COMET Program.	111
5.2	Mapa de Newport, sendo assinalada a posição da estação maregráfica e meteorológica em 41,50333 N e 71,32667 W, na Costa Nordeste dos EUA. Fonte: Google Earth.	112
5.3	Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 2 a 15JAN18.	115
5.4	Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 27JAN-27FEV18.	116
5.5	Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 1-12MAR18.	117
5.6	Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 30MAI-9JUN18.	118
5.7	Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 5-18SET18.	119

5.8	Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 7-28OUT18. . .	120
5.9	Resíduos de maré meteorológica (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 13NOV-6DEZ18.	121
5.10	Séries temporais de pressão atmosférica (esq.) e de resíduos (dir.), de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00 (fuso 0), em Newport. . . .	123
5.11	Espectros de amplitudes de pressões atmosféricas (esq.) e de resíduos (dir.), de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00, em Newport. . .	124
5.12	Espectros cruzados entre pressão atmosférica e resíduos: densidade de potência $ G_{xy} $ (esq.) e relação de fases α_{xy} (dir.), de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00, em Newport.	124
5.13	Coerência quadrada γ_{xy}^2 dos espectros cruzados entre pressão atmosférica e resíduos, de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00, em Newport.	125

Lista de Tabelas

1.1	As 37 constituintes selecionadas com os respectivos argumentos teóricos; coeficientes médios das constituintes; velocidades angulares ($^{\circ}/h$) e fatores nodais	19
1.2	Resumo de estatísticas respeitantes aos testes com e sem correções preliminares e de eliminações para portos portugueses: Leixões, Lisboa, Setroia, Faro-Olhão e Ponta Delgada (29 e 326 dias). Valores em metros.	41
1.3	Resumo de estatísticas respeitantes aos testes com e sem correções preliminares e de eliminações para portos dos EUA: Anchorage, Monterey e Boston (29 e 326 dias). Valores em metros.	42
3.1	Estatísticas de resíduos do porto de Leixões, para análises de 365 dias, correspondentes às observações de 12JUL05 a 13JUL06 e aos três métodos de análise.	72
3.2	Estatísticas de resíduos do porto de Leixões, para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326 e 365 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas do IH.	73
3.3	Estatísticas de resíduos do porto de Lisboa, para os três métodos de análise e duração de série de 29 e 326 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas do IH. . . .	74
3.4	Estatísticas de resíduos do porto de Setúbal (Tróia), para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326 e 365 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas do IH.	75
3.5	Estatísticas de resíduos do porto de Faro-Olhão, para os três métodos de análise e duração de série de 29 e 326 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas do IH. . . .	76
3.6	Estatísticas de resíduos do porto de Ponta Delgada, para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326, 365 e 369 dias. . . .	78

3.7	Estatísticas de resíduos do porto de Anchorage para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326, 365 e 369 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas da NOAA (as 37 usadas são pequena parte das 120 constituintes que a NOAA usa).	79
3.8	Estatísticas de resíduos do porto de Boston, para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326, 365 e 369 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas da NOAA.	80
3.9	Estatísticas de resíduos do porto de Monterey, para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326, 365 e 369 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas da NOAA.	82
3.10	Estatísticas de corrente residual de enchente-vazante (com média removida), correspondente a observações subtraídas de previsões (pelos três métodos de análise), em Fort Independence, de 1 a 29JUL11. .	87
3.11	Estatísticas de corrente residual de enchente-vazante (com média removida), correspondente a observações subtraídas de previsões (pelos três métodos de análise), em Haste Shoal, de 22MAI a 19JUN11. . .	89
3.12	Estatísticas de corrente residual de enchente-vazante (com média removida), correspondente a observações subtraídas de previsões (pelos três métodos de análise) para 29 dias (1 a 29JUN15) e 92 dias (1 JUN15 a 31AGO15), em The Narrows.	91
3.13	Estatísticas de corrente residual de enchente-vazante (com média removida), correspondente a observações subtraídas de previsões (pelos três métodos de análise), em Trafaria, de 4MAI a 27JUN16.	92
3.14	Resumo estatístico para o porto de Leixões, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças, em tempo e em altura, das comparações entre as previsões de preia-mares e de baixa-mares obtidas do site do IH e as previsões obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 365 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados do que os do IH.	94

3.15	Resumo estatístico para o porto de Leixões, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças, em tempo e em altura, das comparações entre as previsões de preia-mares e de baixa-mares obtidas do site do IH e as previsões obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 29 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados do que os do IH.	95
3.16	Resumo estatístico para o porto de Boston, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças, em tempo e em altura, das comparações entre as previsões de preia-mares e de baixa-mares obtidas do site da NOAA e as previsões obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 369 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados do que os da NOAA.	96
3.17	Resumo estatístico para o porto de Boston, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças, em tempo e em altura, entre as previsões de preia-mares e de baixa-mares obtidas do site da NOAA e as obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 29 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados do que os da NOAA.	96
3.18	Resumo estatístico para Fort Independence, de 13 a 29 de janeiro de 2021, em tempo e em velocidade, das comparações entre as previsões de máximos de enchente e de vazante e dos estofos da corrente obtidas do site da NOAA e as previsões com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 29 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados na enchente ou menores (em valor absoluto) na vazante do que os da NOAA.	98
3.19	Resumo estatístico para Haste Shoal, de 13 a 29 de janeiro de 2021, em tempo e em velocidade, das comparações entre as previsões de máximos de enchente e de vazante e dos estofos da corrente obtidas do site da NOAA e as previsões com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 29 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados na enchente ou menores (em valor absoluto) na vazante do que os da NOAA.	99

3.20	Resumo estatístico para The Narrows, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças em tempo e em velocidade, das comparações entre as previsões de máximos de enchente e de vazante e dos estofos da corrente obtidas do site da NOAA e as previsões com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 29 e 92 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados na enchente ou menos (em valor absoluto) na vazante do que os da NOAA.	100
4.1	Estatísticas de resíduos do porto de Lisboa (observações subtraídas das previsões), para o método de Boon (2004) e duração de série de 365 dias (27ABR15 a 25ABR16).	103
4.2	Valores de corrente enchente-vazante (nós), para a estação da Trafaria, retirados do programa «Previsão» referentes à preia-mar (PM) de referência, em Lisboa, assinalada a vermelho, e a extrapolação correspondente para o coeficiente 95 (águas-vivas médias), ilustrado pela secção verde. Valores positivos são de enchente e negativos de vazante.	104
4.3	Valores de corrente enchente-vazante (nós), para a estação da Trafaria, retirados do programa «Previsão» referentes às preia-mares (PM) de referência, em Lisboa, assinaladas a vermelho, e a extrapolação correspondente para o coeficiente 45 (águas-mortas médias), ilustrado pela secção verde. Valores positivos são de enchente e negativos de vazante.	104
4.4	Tabela de «Elementos de Correntes de Maré» para a estação da Trafaria, na posição lat. = 38,68016 N e lon. = 9,22027 W, na imersão 2 m abaixo do ZH; preia-mar (PM) referida ao marégrafo de Lisboa; velocidade enchente-vazante (nós).	105
4.5	Correntes de maré previstas para o mês de janeiro de 2022, para a estação da Trafaria (extrato da tabela anual).	107
5.1	Resumo estatístico relativo às depressões e sobrelevações e sua relação com variações dos agentes meteorológicos (pressão atmosférica e componentes do vento perpendicular e paralela à linha de costa). . .	121

Lista de Equações

1.1	Potencial Gerador da Maré	10
1.2	Força Geradora da Maré	12
1.3	Elevação da Maré de Equilíbrio	13
1.4	Maré de Equilíbrio em função da Latitude, Ângulo Horário do Astro e Declinação	13
1.5	Componente Vertical da Força Geradora da Maré	15
1.6	Componente Horizontal da Força Geradora da Maré	15
1.7	Equação Simplificada da Componente Vertical	15
1.8	Equação Simplificada da Componente Horizontal	15
1.9	Trigonometria de Triângulos Esféricos	16
1.10	Componente Vertical, em termos de Latitude, Declinação e Ângulo Horário do Astro	16
1.11	Componente Horizontal Sul da Força Geradora da Maré	16
1.12	Componente Horizontal Oeste da Força Geradora da Maré	17
1.13	Equação Harmónica da Maré	27
1.14	Série de Fourier	31
1.15	Nível Médio	31
1.16	Desenvolvimento dos Coeficientes C_j	31
1.17	Desenvolvimento dos Coeficientes S_j	31
1.18	Amplitudes Iniciais para o Método de Fourier	32
1.19	Fases Iniciais para o Método de Fourier	32
1.20	Série Harmónica da Maré para o Método Boon e Kiley (1978)	32
1.21	Quadrado da Norma Euclidiana do Resíduo entre as Observações e as Previsões	33
1.22	Derivadas Parciais do Somatório dos Resíduos	33
1.23	Equações Normais em Função do Cosseno	33
1.24	Equações Normais em Função do Seno	33
1.25	Equação Expandida Gerada da Condição das Derivadas Parciais em Função do Cosseno	33

1.26	Equação Expandida Gerada da Condição das Derivadas Parciais em Função do Seno	33
1.27	Matriz S_{ij}	33
1.28	Matriz D_{ij}	33
1.29	Cálculo dos Coeficientes C_j pelo Método Boon e Kiley (1978)	34
1.30	Cálculo dos Coeficientes S_j pelo Método Boon e Kiley (1978)	34
1.31	Representação das Constituintes em Função do Tempo	34
1.32	Amplitudes Iniciais para o Método Boon e Kiley (1978)	34
1.33	Fases Iniciais Referidas ao Meio da Série para o Método Boon e Kiley (1978)	34
1.34	Vetor dos Coeficientes a Determinar	35
1.35	Modelo Aproximador do Método Boon (2004)	35
1.36	Observações das Alturas da Maré	35
1.37	Amplitudes Iniciais para o Método Boon (2004)	36
1.38	Fases Iniciais para o Método Boon (2004)	36
1.39	Equação do Método Alturas Reduzidas	38
1.40	Vetor Reduzido das Espécies k em Função do Tempo t	38
1.41	Vetor Reduzido das Alturas de Maré em Função do Tempo t	38
1.42	Relação entre as Alturas Reduzidas e os Vetores Reduzidos	38
1.43	Representação do Retardo de Fase	44
1.44	Representação do Argumento Astronómico referido ao Meridiano do Lugar	44
1.45	Representação do Retardo Modificado	44
1.46	Amplitudes Corrigidas com os Fatores Nodais	44
1.47	Equação Harmónica da Previsão da Maré	45
1.48	Equação da Previsão da Componente Enchente-Vazante	48
1.49	Equação da Previsão da Componente Ortogonal	48
1.50	Transformada de Fourier do Domínio Tempo para o Domínio Frequência	49
1.51	Integração Numérica da Transformada de Fourier	49
1.52	Derivada do Sinal Temporal $x(t)$	51
1.53	Derivada do Sinal Temporal $y(t)$	51
1.54	Espectro Cruzado Bilateral de S_{xy}	51
1.55	Espectro Cruzado Bilateral de S_{yx}	51
1.57	Densidade Espectral Cruzada	52
1.58	Amplitudes do Espectro Cruzado	52
1.59	Desfasamentos do Espectro Cruzado	52
1.60	Coerências Quadradas	52

1.61	Pesos para o Filtro de Doodson	54
3.1	Desvio-Padrão	68
3.2	Redução de Variância	68
4.1	Coeficiente de Maré	102

Lista de Siglas e Abreviaturas

.csv	comma separated values
.pdf	portable document format
a.C	antes (de) C risto
AH	Ângulo H orário
2AH	Dobro (do) Ângulo H orário
<i>apud</i>	citado por
BODC	B ritish O ceanographic D ata C enter
CINAV	C entro (de) I vestigação NA Val
CM	C oeficiente (de) M aré
cf.	confira
dir.	d ireita
DFT	D iscrete F ourier T ransform
esq.	e squerda
<i>et. al</i>	e outros autores
FFT	F ast F ourier T ransform
Gr.	G reenwich
<i>ibidem</i>	na obra antes citada e na mesma página
IH	I nstituto H idrográfico
lat.	L atitude
lon.	L ongitude
mb	m ilibar
NRP	N avio (da) R epública P ortuguesa
<i>op. cit.</i>	obra antes citada
p.	página
pp.	entre as páginas
p. ex.	por exemplo
Pa	P ascal
PM	P reia - M ar
QC	Q uestão C entral
QD	Q uestão D erivada
RV	R edução (de) V ariância

ZH **Zero H**idrográfico

Lista de Símbolos

A	Interseção Lunar entre o Equador e a Órbita Lunar	(°)
I	Inclinação da Órbita da Lua relativa ao Equador	(°)
i	Inclinação da Órbita da Lua relativa à Eclíptica	(°)
N	Longitude do Nodo Ascendente da Lua	(°)
H_0	Altura do Nível Médio do Mar	m
H	Amplitude Média da Constituinte para o Período do Ciclo Nodal	m
f	Fator Nodal	m
$Gr(V_0 + u)$	Argumento de Equilíbrio referido ao Meridiano de Greenwich	(°)
a	Velocidade Angular das Harmónicas	(°/h)
s	Longitude da Lua Média	(°)
h	Longitude do Sol Médio	(°)
p	Perigeu Lunar	(°)
p_1	Perigeu Solar	(°)
γ	Ponto Vernal	(°)
γ'	Ponto Vernal Equivalente na Órbita Lunar	(°)
Ω	Nodo Ascendente da Lua	(°)
ω	Obliquidade da Eclítica	(°)
ν	Ascensão Reta da Interseção da Órbita Lunar com o Equador	(°)
ξ	Ascensão Reta da Interseção da Órbita Lunar com o Equador referida a γ'	(°)
τ	Ângulo Horário Civil	(°)

Lista de Acrónimos

EUA Estados Unidos da América.

NOAA *National Oceanic and Atmospheric Administration.*

SHOM *Service Hydrographique et Océanographique de la Marine.*

TUC Tempo Universal Coordenado.

Introdução

As marés são um fenómeno rítmico e determinístico omnipresente no oceano. Fazem-se sentir em oscilações verticais do nível da superfície do mar e em correntes de maré, dos tipos diurno, semidiurno ou misto, com amplitudes e fases ou tempos diferenciados, no espaço geográfico. Forçadas pela atração gravítica da Lua e do Sol, sob a influência da rotação terrestre, propagam-se nas bacias oceânicas em padrões ou configurações espaciais com características de ondas estacionárias rotativas, designados de anfidromas, e fazem-se sentir em águas interiores e estuários onde se deformam, por efeitos não lineares em pequenas profundidades, com alterações de amplitude e progressivos retardos, até se dissiparem por atrito. As curvas de maré observadas podem ser descritas como a soma de contributos de componentes sinusoidais, as constituintes harmónicas (daqui em diante serão designadas apenas por "constituintes"), cada uma delas com frequência ou período próprio.

O processo de análise recorre a observações das marés e das correntes de maré nos portos ou locais de interesse, com séries temporais de dados (alturas de maré ou vetores da corrente) com a duração mínima de 29 dias, mas sempre que possível, com maiores durações (desejável um ano), por forma a separar o maior número possível de constituintes. Através da análise harmónica obtêm-se as amplitudes e os retardos modificados (em inglês *modified epochs*) adaptados à previsão no fuso horário desejado de cada uma das constituintes. Este processamento pode ser bastante exigente, envolvendo por vezes, métodos matemáticos sofisticados. Não obstante, as metodologias das séries de Fourier e o método de mínimos quadrados (variantes de Boon e Kiley, 1978 e Boon, 2004) aqui utilizadas, são relativamente simples.

A previsão é efetuada, desde há muito, pela fórmula harmónica da maré, a qual reproduz no tempo a soma das constituintes, ou seja, o sinal da maré ou da corrente de maré de origem astronómica. Estas previsões, em geral, aproximam-se das marés ou correntes observadas, embora por razões de natureza meteorológica (vento, pressão atmosférica, caudais fluviais, etc.), ou em virtude da sua localização geográfica e características hidrográficas regionais e locais, possam ocorrer desvios

substanciais. A previsão da maré e das correntes de maré, tem utilidade essencialmente no apoio à prática de navegação e diversas operações de âmbito civil ou militar, sobretudo no mar costeiro, águas interiores e portos. Os serviços hidrográficos de diversos países proporcionam previsões na forma de tabelas de maré e de correntes de maré e informação online.

É neste contexto que se desenvolveu a ferramenta informática “SeaTideWave”. Esta consiste numa aplicação de apoio ao ensino prático de marés e de correntes de maré, que resolve de modo eficaz, integrado e amigável para o utilizador, a análise e previsão harmónica de marés e de correntes de maré, para diferentes áreas geográficas. O trabalho informático contemplou ainda a avaliação do desempenho do software e rigor dos resultados, através do controlo de qualidade, o qual segue uma metodologia baseada no estudo dos resíduos (diferença entre a maré observada e a maré prevista), análise espectral e procedimentos de filtragem. Encerrando com a deteção e avaliação de marés meteorológicas ou *storm surges*, testado com dados do porto de Newport, Rhode Island, Estados Unidos da América (EUA), incluindo séries temporais de pressões atmosféricas e ventos, através de métodos de análise de séries temporais (filtragem, autoespectros e espectros cruzados).

Âmbito, Objetivos e Metodologia da Dissertação

A presente Dissertação de Mestrado insere-se no contexto das unidades curriculares de Oceanografia I (Descritiva) e II (Dinâmica) e Hidrografia, lecionadas no terceiro ano do Mestrado Integrado de Ciências Militares Navais, especialidade de Marinha. A unidade curricular de Análise Numérica, juntamente com conceitos de análise de séries temporais, também constitui uma área de conhecimento que auxiliou o enquadramento analítico do tema e compreensão dos cálculos efetuados. No decorrer da investigação foram necessários conhecimentos adquiridos nas unidades curriculares de Programação, lecionadas no primeiro ano, úteis para a construção da ferramenta em MATLAB.

O trabalho partiu da finalidade e objetivos pré-estabelecidos, aquando do plano de Dissertação, que se materializaram na seguinte questão central:

QC: Que métodos podem ser usados para criar uma ferramenta informática, que permitam a análise e previsão de marés e de correntes de maré, e quais os procedimentos para testes de avaliação da qualidade e deteção e avaliação de resíduos de origem meteorológica?

Desta surgiram as demais questões derivadas que deverão ser respondidas por forma a obter resposta à questão central:

QD1: Que métodos existem e quais são acessíveis de operacionalizar, em ferramenta informática, para análise harmónica de marés e de correntes de maré, e como calcular previsões?

QD2: De que modo a qualidade das constantes harmónicas depende da duração das séries e dos métodos de análise?

QD3: Qual o efeito ou valia em usar procedimentos de correções preliminares e de eliminação nas análises harmónicas de marés e de correntes de maré?

QD4: Que metodologias ou procedimentos podem ser operacionalizados na identificação e análise qualitativa e quantitativa de resíduos entre observações e previsões, de baixa frequência, como sejam storm surges (sobrelevações à maré astronómica) motivados por agentes meteorológicos, como variações da pressão atmosférica e do vento, em particular durante tempestades?

QD5: De que forma se pode tornar a ferramenta desenvolvida acessível e útil para o utilizador?

O trabalho foi desenvolvido em cinco fases distintas. A primeira correspondeu ao estudo da bibliografia requerida, designadamente dos diversos métodos de análise harmónica, metodologias de análise de séries temporais e espectros no domínio da frequência, e também o enquadramento das marés astronómicas e das marés reais, sob influência meteorológica, e como se manifestam nas zonas costeiras e estuários. A segunda fase traduziu-se na aplicação do conhecimento teórico adquirido e na informática para a produção do software. A terceira fase compreendeu os testes de validação e controlo de qualidade aos produtos da ferramenta principal, ou seja, os modelos preditivos conseguidos. A quarta fase, englobou o desenvolvimento de programas que permitem a deteção e avaliação de marés meteorológicas, incluindo *storm surges*. Por fim, na quinta e última fase foram efetuados trabalhos complementares, tendo em vista a simplificação e operacionalização de programas e a elaboração de uma tabela de elementos de correntes de maré e uma tabela de correntes de maré anual para uma das estações de correntes.

Outros Estudos na mesma Área

A questão da análise e previsão das marés é tratada por serviços ou institutos hidrográficos que, nos diversos países, são as entidades competentes e responsáveis

por serviços e produtos para a segurança da navegação. Esse trabalho é efetuado por equipas especializadas e com sistemas informáticos de hardware e software centralizados. Porém, desde há alguns anos os computadores pessoais e portáteis permitem também resolver, ainda que com alguma simplificação, a análise e a previsão, o que pode ser um desafio interessante para quem goste de aprender e criar formas de abordar a temática, sem a pretensão de substituir aqueles serviços oficiais. Atualmente existem algumas aplicações, não oficiais, que tratam da análise e da previsão. Crê-se que vários destes não estão publicados, mas tem-se conhecimento, entre outros, de dois referenciados, o software “T_TIDE” de Rich Pawlowicz *et al.* (2002) e os “World Tides” e “World Currents” de John D. Boon (2007). Na internet podem encontrar-se um conjunto de softwares para análise e previsão de marés, quase todos de natureza comercial, como sejam o “Tide Predictor da General Acoustics”, “Tidal Analysis Software Kit” do Permanent Service for Mean Sea Level, “University of Hawaii (Pat Caldwell) Package”, “Foreman Tidal Analysis Software”, “POLTIPS-3 Coastal Tidal Software”, “Geotide da GEOMATIX”, “Tidal Analysis and Prediction Package” – John Hunter’s Website e “Admiralty Total Tide”. Estes produtos têm como limitações, além dos custos, não permitirem alterações no software.

Em Portugal, o Instituto Hidrográfico (IH) é a entidade oficial responsável, no entanto, não há publicação sobre a metodologia adotada para a análise e a previsão da maré, apenas é possível consultar as previsões online no site oficial ou através de tabelas de marés.

Entre países com serviços hidrográficos de referência podem ser indicados os EUA, através da *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA), e a França através do *Service Hydrographique et Océanographique de la Marine* (SHOM). Sobre o modo como a NOAA aborda o tema existe o “Tidal Analysis and Predictions” de Bruce Parker (2007). A referência conhecida que melhor documenta os métodos do SHOM é o livro “Coastal Tides” de Bernard Simon (2013). Do conjunto destas duas obras constata-se que o método de previsão é, no essencial, a fórmula harmónica da maré. No respeitante à análise existe um conjunto de metodologias, da área de matemática ou de análise de séries temporais, com maior ou menor sofisticação e que podem ter melhor ou pior desempenho.

A ferramenta desenvolvida tem os mesmos objetivos das antes mencionadas (o conhecimento teórico aplicável, o saber fazer ou a prática da programação informática da análise e da previsão da maré, e a dar resposta a eventuais necessidades, que não sejam a segurança da navegação, por exemplo para apoio de atividades de

laser, de pesca, de mergulho, etc.), ou seja, com características como as do “T__—TIDE”, ou dos “World Tides” e “World Currents”, mas com um carácter diferente e original, com maneiras distintas de tratar os vários aspetos.

Estrutura da Dissertação

A Dissertação encontra-se organizada por cinco capítulos, cuja sequência corresponde, de certo modo, à evolução e desenvolvimento da investigação.

Como primeira abordagem é introduzida a temática das marés de forma generalista, sendo igualmente explanados o âmbito e objetivos, estes compostos pela questão central e questões derivadas, a metodologia, outros estudos já efetuados na mesma área, e a estrutura de capítulos.

O Capítulo 1 abrange o enquadramento teórico, com o intuito de expor conceitos essenciais. Sequencialmente são abordados: um resumo histórico sobre o estudo das marés; a descrição das forças geradoras e da maré de equilíbrio; o desenvolvimento das espécies de longo período, diurna e semidiurna; os movimentos do sistema Sol, Terra e Lua, elementos orbitais, fatores nodais e argumentos astronómicos; a fórmula harmónica da maré; métodos de análise; a teoria de suporte associada à previsão da maré e da corrente de maré; resumo de análise espectral, incluindo autoespectro e espectro cruzado e filtro de Doodson e Warburg, na medida em que são aplicados nos Capítulos 3 e 5.

O segundo Capítulo comporta o desenvolvimento da ferramenta. Neste, é feita uma descrição geral da arquitetura do trabalho informático, sendo explicado de forma detalhada a ferramenta principal, a SeaTideWave, e todos os programas que a ela estão interligados, tal como os que processam o controlo de qualidade e a deteção e avaliação de marés meteorológicas e/ou *storm surges*. No decorrer do trabalho, as expetativas iniciais foram sendo alcançadas e as ilações resultantes justificaram a adição de novas secções às inicialmente previstas para este capítulo, o que correspondeu à criação de duas versões simplificadas, ou seja, uma só para análise harmónica e outra só para previsão.

No Capítulo 3, são apresentados os controlos de qualidade para os diversos portos de marés e locais de correntes, para as diferentes durações de séries temporais e métodos de análise, tendo como objetivo averiguar o rigor dos resultados proporcionados pela ferramenta e as discrepâncias entre os métodos.

No quarto Capítulo, é abordado o procedimento inerente à realização de uma tabela de elementos de correntes de maré, assim como de uma tabela de correntes de maré para o ano de 2022, para o local da Trafaria, surgindo como complementos ao trabalho desenvolvido para a previsão de correntes.

O quinto e último Capítulo, contém a deteção e avaliação de marés meteorológicas, para o porto de Newport, Rhode Island. Neste capítulo é descrita uma metodologia, com a qual se podem averiguar as relações entre os fenómenos meteorológicos, como vento e pressão atmosférica, e as elevações ou depressões do nível do mar.

A Dissertação termina com as conclusões, em resposta à questão central e suas derivadas, as quais motivaram a investigação, sendo evidenciado o contributo ou mais valia, e sugerida uma indicação para trabalho futuro.

Um numeroso conjunto de apêndices documentam e são comprovativos do estudo e trabalho desenvolvidos. O Apêndice A contém os diapositivos apresentados no âmbito da participação (29JAN21) nas jornadas anuais de investigação da Marinha (IDEIA 2021) e resumos alargados, em português e em inglês, este para apresentação e publicação na Conferência *OCEANS 2021*, San Diego - Porto, 20-23SET21. O Apêndice B consiste num apêndice materializado por suporte digital com o conteúdo MATLAB e ficheiros do trabalho informático. Do Apêndice C ao Apêndice P constam os gráficos resultantes dos procedimentos de avaliação ou controlo de qualidade de resíduos, alargado para os portos de marés e locais de correntes. Do Apêndice Q ao Apêndice X, mostram-se tabelas correspondentes aos testes de previsões (comparações com as previsões oficiais do IH ou da NOAA). O Apêndice Y corresponde à tabela de correntes de maré para a Trafaria no ano 2022 e, por fim, o Apêndice Z respeitante ao processamento de dados de meteorologia e marés meteorológicas, para Newport.

Capítulo 1

Enquadramento Teórico

1.1 Resumo Histórico

A história da evolução do conhecimento e compreensão do fenómeno das marés iniciou-se há muitos séculos atrás, com o interesse do filósofo grego Aristóteles (384 a.C.-322 a.C.) pelas alterações do nível do mar no estreito de Euripo. Contudo, foi o geógrafo Pytheas (350 a.C.-285 a.C.) que fez a primeira descoberta - a maré de alguma forma estava relacionada com o movimento da Lua.

Durante o primeiro século a.C., o astrónomo Posidonius a partir de observações e do testemunho dos habitantes locais da Costa Sul da Península Ibérica, correlacionou as variações diurnas e semidiurnas, mensais e anuais da maré com os movimentos da Lua. Cerca de cento e cinquenta anos mais tarde, no início da Era Cristã, o naturalista Pliny “o Velho” (23-79 d.C), acrescentou o Sol como astro perturbador das marés, afirmando que os efeitos da maré estão relacionados com as mudanças anuais da posição do Sol, com consequentes variações anuais na amplitude das marés vivas (D. E. Cartwright, 1999, pp. 8-9 e Simon, 2013, p. 16).

Bede (673-735), padre britânico, desenvolveu as primeiras noções sobre como as marés estavam associadas à subida e descida da água no oceano, e achou que a maré ocorria em toda a Terra, embora não ocorresse em todo o lado ao mesmo tempo (Benison, 2000, p. 114).

Enquanto a força que causava as marés ainda estava por desmistificar, foram elaboradas as primeiras tabelas de maré para o rio Tsientang na China em 1056 e no rio Tamisa em Inglaterra no início de 1200. Estas tabelas seguiam um conjunto de regras para se determinar a hora local da preia-mar, de acordo com a fase da Lua (D. E. Cartwright, 1999, pp. 16-17).

Mais tarde, foram desenvolvidas inúmeras teorias de ilustres astrónomos e físicos como Johannes Kepler (1571-1630), Galileu Galilei (1564-1642) e René Descartes (1596-1650). Todavia, Isaac Newton foi um grande impulsionador da teoria das marés (cf. Simon, 2013, pp. 15-20). Em 1687, Newton (1641-1727) publicou a teoria da gravitação, a primeira explicação credível para a força na origem das marés. Porém, a teoria da maré (estática) de Newton não foi suficiente para a previsão da maré (dinâmica), mas proporcionou as bases para o desenvolvimento das teorias subsequentes.

Pierre-Simon Laplace (1749-1827) introduziu o conceito do potencial gerador da maré, teoria que apresentou na Real Academia de Ciências Francesa, em 1775. Pela primeira vez, as marés foram consideradas como massa de água dinâmica (sujeitas a forças e consequentes movimentos), em vez de um problema estático (caso da teoria de Newton). De acordo com essa teoria, a qual não foi ainda posta em causa, a resposta do mar à força geradora da maré surge na forma de ondas que se propagam com velocidades dependentes da profundidade. Tal como todos os fenómenos ondulatórios, estas ondas são refletidas, refratadas e dissipadas, de acordo com a natureza do meio e a forma das bacias oceânicas. A aplicação do princípio de Laplace permite estabelecer a correspondência entre a maré de equilíbrio e a maré real, e é a base da fórmula harmónica, a partir da qual se desenvolvem os métodos de análise e se calculam previsões.

As equações hidrodinâmicas da conservação da massa (ou da continuidade) e da conservação da quantidade de movimento, propostas por Laplace, não podiam ser resolvidas com os métodos de cálculo dessa altura, contudo, também nunca foram questionadas. Estas equações deram origem à fórmula de Laplace, a qual podia ser usada para a previsão da maré, baseada no princípio de Laplace: num sistema atuado por forças periódicas em que o efeito das condições iniciais desapareceu, o movimento resultante tem as mesmas periodicidades das forças que o actuam, sendo as amplitudes e diferenças de fase entre as variáveis dependentes (nível ou altura da maré) e o forçamento variáveis de local para local. A fórmula harmónica e toda a teoria da análise e previsão das marés baseiam-se na relação entre a maré real e a «maré de equilíbrio», estabelecida por aquele princípio, que expressa a linearidade (a saída de uma soma de entradas é igual à soma das saídas produzidas por cada entrada individualmente) da resposta do oceano às forças geradoras da maré.

Um aspeto importante da fórmula de Laplace é relacionar a «maré de equilíbrio» com a maré real, através da fórmula harmónica (as amplitudes e diferenças de fase têm que ser determinadas por observações).

Sir George Darwin, em 1883, apresentou, no contexto do desenvolvimento das forças geradoras da maré e da «maré de equilíbrio», a existência de três espécies de constituintes (de longo período, diurnas e semidiurnas) e a expansão dos termos harmônicos, que desde então foi amplamente usada e serviu de base para todos os estudos posteriores afins. Mais tarde, em 1921, Arthur Doodson, recorrendo à nova teoria lunar de Brown (1905), conseguiu uma expansão harmônica do potencial gerador, com mais constituintes que a de Darwin e sem necessidade de correções anuais (ver secção 1.3). Esta expansão de Doodson é ainda padrão internacional.

Anos mais tarde, o matemático Paul Schureman desenvolveu um manual, o qual é uma das principais referências da Dissertação (Schureman, 1958), considerado bastante valioso no ponto de vista da teoria das marés, da astronomia aplicável e do método de análise por séries de Fourier, ainda hoje úteis no contexto da análise e da previsão.

Boon (2004), Parker (2007) e Simon (2013), são as referências mais recentes. Estes três autores abordam nos seus livros, as teorias relativas à análise e previsão desenvolvidas até aos dias de hoje, contribuindo minuciosamente para muitos dos procedimentos e matérias abordadas na temática da Dissertação.

1.2 Descrição das Forças Geradoras da Maré. A Maré de Equilíbrio

O sistema Sol, Terra e Lua, em virtude dos movimentos e forças atrativas entre os três astros, é fundamental para o fenómeno das marés. A parte da superfície terrestre que, no instante considerado, tenha a Lua no zénite (ou próxima do zénite), será mais atraída, pois a força gravítica varia inversamente com o quadrado da distância. Pela mesma razão, o centro da Terra é mais atraído pela Lua do que a superfície terrestre dela mais afastada (com a Lua no nadir). O mesmo raciocínio pode ser aplicado à maré solar.

Pode-se pressupor que a representação da força geradora da maré (solar ou lunar), ou aceleração se considerada por unidade de massa (1 kg), é a diferença entre a aceleração gravítica sobre essa massa e a aceleração centrípeta associada à translação da Terra (em torno do centro de massa comum Sol e Terra, no caso da maré solar – praticamente no centro do Sol - ou, no caso da maré lunar, em torno do centro de massa comum da Terra e Lua, este no interior da própria Terra, a cerca de 3/4 do raio da Terra, a partir do centro desta (Parker, 2007, p. 25)).

Para a mesma força Gill (1982), p. 334, define-a como a parte da força atrativa de corpos celestes que não afeta o movimento da Terra no seu todo, ou seja, é o vetor diferença entre a força de atração na posição considerada e a força de atração no centro de massa da Terra. O efeito é simétrico em relação à linha que une a Terra e o corpo que atrai (a Lua ou o Sol), e tende a «puxar» o oceano para uma forma elipsoidal com o eixo maior ao longo da linha de atração; esta move-se, relativamente à Terra, devido à rotação terrestre e ao movimento da Lua e do Sol relativos à Terra. Porém, a maré oceânica não tem a forma da maré de equilíbrio, devido ao efeito da inércia (o ajustamento às variações do forçamento astronómico não é instantâneo) e às irregularidades da forma das bacias oceânicas e massas continentais.

Segundo Simon (2013), p. 339, a computação do potencial gerador da maré é expressa por:

$$U = \frac{k m_A}{r_A} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 2\alpha_A \cos \theta + \alpha_A^2}} - 1 - \alpha_A \cos \theta \right) \quad (1.1)$$

- $k = 6,670 * 10^{-11}$ unidades SI - constante de gravitação universal
- m_A - massa do astro (Lua ou Sol)
- r_A - distância do centro da Terra ao centro do astro
- a_T - raio da Terra
- $\alpha_A = \frac{a_T}{r_A}$ - usualmente designada de paralaxe
- θ - distância zenital geocêntrica

Um campo de forças conservativo pode ser escrito em termos de uma função escalar, o potencial da força. Isso tem a vantagem de permitir descrever um campo vectorial (em geral tem três componentes), em termos de uma única função escalar. Por definição a força geradora da maré é o gradiente, com sinal negativo, do potencial da força geradora, $\overrightarrow{F_A(M)} = -\overrightarrow{\nabla U}$. Devem ser consideradas duas componentes da força geradora da maré: a vertical e a horizontal. Embora ambas as componentes sejam diminutas comparativamente à aceleração da gravidade (aproximadamente seis ordens de grandeza inferiores) é a componente horizontal que, apesar de ter a mesma ordem de grandeza da componente vertical (esta é na prática equilibrada pela gravidade), actua em toda a massa dos oceanos de forma contínua e permanente, e por isso origina as marés oceânicas.

A componente vertical da força geradora da maré pode ser separada em três termos: o primeiro termo é independente da rotação da Terra, mas é sujeito às alterações na declinação e distância do astro perturbador (Lua ou Sol) - inclui as constituintes de longo período; o segundo está associado ao cosseno do ângulo horário do astro (AH), inclui as constituintes diurnas, com períodos aproximados de um dia; e o terceiro está associado ao cosseno do dobro do ângulo horário do astro ($2AH$) e inclui as constituintes semidiurnas com períodos aproximados de meio dia. O grupo de constituintes, de acordo com os seus períodos aproximados, é usualmente designado de “espécie” (Schureman, 1958, p. 16).

A componente horizontal tem a direção (azimute), do corpo que produz a maré. Esta componente pode ser resolvida nos eixos N-S e E-W. A componente sul é expressa em três termos: de longo-período, diurna e semidiurna. Para a componente oeste, existem apenas dois termos das espécies diurna e semidiurna, não existindo a de longo período (Schureman, 1958, p. 27). A componente horizontal é designada de “força de tração” e, apesar da sua pequena intensidade ($\sim 10^{-7}g$), ao atuar na imensidão e fluidez do oceano produz correntes mensuráveis, convergências e divergências da massa de água, alterando o nível da superfície do mar.

Simon (2013), pp. 70-71, expressa a força geradora da maré $\overrightarrow{F_A(M)} = \overrightarrow{F_{A/M}} - \overrightarrow{F_{A/T}}$, exercida por um corpo celeste A num determinado ponto M (na superfície da Terra), sendo esta a diferença entre as forças gravitacionais exercidas pelo corpo celeste no ponto M ($\overrightarrow{F_{A/M}}$) e no centro da Terra T ($\overrightarrow{F_{A/T}}$), como ilustrado na Figura 1.1. De salientar que cada um destes termos definem um campo de força de naturezas distintas:

- $\overrightarrow{F_{A/M}}$, representa a força atrativa exercida por um corpo celeste A em todos os pontos M na Terra, sendo uma função da posição do ponto considerado. Este, para cada ponto, é direcionado para o eixo \overrightarrow{MA} , na direção do vetor unitário \overrightarrow{v} , com um campo de força radial de intensidade variável.
- $\overrightarrow{F_{A/T}}$, representa a força gravítica no referencial da Terra, sendo semelhante em todos os pontos M , com um campo de força e intensidade constante na direção \overrightarrow{TA} , do eixo do vetor unitário \overrightarrow{u} ;

Simon (2013), p. 71, adota a seguinte formulação para a força geradora da maré:

$$\overrightarrow{F_A(M)} = k m_A \left(\frac{\overrightarrow{v}}{\Delta^2} - \frac{\overrightarrow{u}}{r_A^2} \right) \quad (1.2)$$

Δ : distância do ponto de avaliação (de massa unitária M) ao centro do astro.

\vec{u} : vetor unitário no sentido do centro da Terra para o centro do astro.

\vec{v} : vetor unitário no sentido de M para o centro do astro.

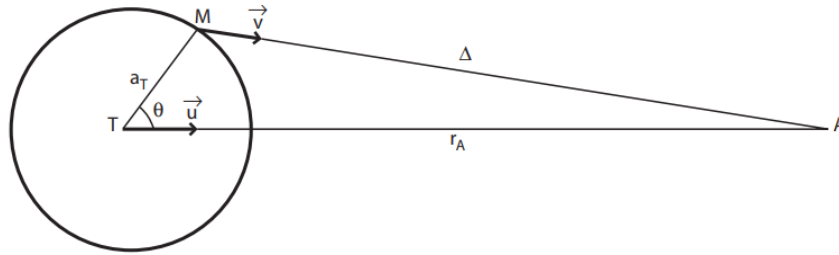


FIGURA 1.1: Plano vertical de um corpo celeste A no ponto M, onde a_T é o raio da Terra e θ a distância zenital geocêntrica do corpo celeste. (Fonte: Simon, 2013)

Segundo a «teoria de equilíbrio», conceptualizada e introduzida por Newton, as partículas da água do oceano respondem instantaneamente às forças geradoras da maré da Lua e do Sol, com a «superfície de equilíbrio», associada a cada astro, perpendicular à resultante da força geradora da maré $F_A(M)$ e da aceleração da gravidade g . Essa teoria assume simplificações que se afastam da realidade: Terra sem continentes, coberta de água, de densidade homogênea e profundidade constante, não contemplando as omnipresentes forças de atrito. A maré teórica, que resultaria destas condições, é designada de «maré de equilíbrio» (Schureman, 1958, p. 30). Apesar das hipóteses assumidas se afastarem da realidade, a «teoria de equilíbrio» é tida como muito útil para a explicação preliminar e compreensão parcial do fenómeno da maré no oceano.

A superfície da «maré de equilíbrio» pode ser vista como um esferóide com eixo maior na direção do astro perturbador, produzindo bojos (elevações) nas partes terrestres com o astro no zénite e no nadir. Entre esses bojos a «superfície de equilíbrio» é deprimida (menos elevada). Com o astro perturbador no plano equador, a amplitude da «maré de equilíbrio» será máxima no equador reduzindo até se anular nos pólos; em qualquer posição haveria duas preia-mares e duas baixa-mares com igual amplitude, em cada rotação diária da Terra. Se o astro tiver declinação a norte ou sul do equador é introduzida uma desigualdade na «superfície de equilíbrio» com as duas preia-mares e as duas baixa-mares, correspondentes a um dia (lunar e/ou

solar) e dada latitude, desniveladas, exceto no equador. Esta «desigualdade diurna» aumenta com a latitude, sendo que perto dos pólos apenas ocorre uma preia-mar e uma baixa-mar por cada rotação diária da Terra (Schureman, 1958, p. 30). Ou seja, a declinação do astro perturbador provoca «desigualdade diurna», o que se sabe acontecer nas marés do tipo misto que ocorrem em vastos espaços do oceano.

A expressão para a elevação da «maré de equilíbrio», representada por η , é dada pela equação 1.3, a qual representa a superfície criada pela rotação de uma elipse, em torno do seu eixo maior, este dirigido para o astro perturbador (ver Kowalik e Luick, 2019, p. 14).

$$\eta(\theta) = \frac{3}{2}a_T \frac{m_A}{m_T} \alpha_A^3 (\cos^2 \theta - \frac{1}{3}) \quad (1.3)$$

Esta equação expressa em função da distância zenital geocêntrica, θ , pode ser apresentada em função da latitude L , do ângulo horário do astro AH e da declinação δ , através da equação 1.4 (ver Kowalik e Luick, 2019, p. 19), na qual se podem constatar três termos associados às espécies de longo período ($\cos^2 \delta$), diurna ($\cos AH$) e semidiurna ($\cos 2AH$), cujo desenvolvimento harmónico se passa a tratar de seguida.

$$\begin{aligned} \eta(L, AH, \delta) = a_T \frac{m_A}{m_T} \alpha_A^3 [& (\frac{3}{2} \cos^2 L - 1)(\frac{3}{2} \cos^2 \delta - 1) \\ & + \frac{3}{4} \sin 2L \sin 2\delta \cos AH \\ & + \frac{3}{4} \cos^2 L \cos^2 \delta \cos 2AH] \end{aligned} \quad (1.4)$$

1.3 Desenvolvimento das Espécies de Longo Período, Diurna e Semidiurna da Maré de Equilíbrio em Constituintes Harmónicas

Após a descrição das forças geradoras da maré e da «maré de equilíbrio», passa-se a abordar o desenvolvimento harmónico de onde resultam as velocidades angulares (frequências) das constituintes, em particular das 37 utilizadas nesta Dissertação, que são resumidas na Tabela 1.1 no final desta secção.

O primeiro desenvolvimento consistente do potencial gerador foi efetuado por G.H. Darwin em 1883. Foi considerado de elevado valor e passou a ser largamente utilizado. Porém, constatava-se haver consideráveis desvios, entre observações e previsões, que foram atribuídas a falta de termos ou de constituintes no conjunto desenvolvido. Justificava-se efetuar um desenvolvimento do potencial, mais completo, com mais termos harmónicos (Doodson, 1921, p. 305).

Darwin recorria à antiga teoria lunar e referia os «elementos orbitais» à órbita lunar, em vez da eclíptica. Adicionalmente, assumia como constantes alguns valores que faziam parte dos coeficientes e dos argumentos, que na realidade variavam lentamente no tempo, ano a ano, o que fazia com que o seu método fosse considerado «quase-harmónico».

Tendo em vista o aperfeiçoamento do trabalho de Darwin, A.T. Doodson, em 1921, recorreu à nova teoria lunar desenvolvida por Brown (1905) – com fórmulas para os «elementos orbitais principais» (a pormenorizar na secção 1.4) com longitudes referidas ao plano da eclíptica - desenvolvendo um método «verdadeiramente harmónico» (Doodson, 1921, p. 306), a partir do qual separou as espécies de longo período, diurna, semidiurna, terço-diurna e quarto-diurna e, com recurso à trigonometria de triângulos esféricos, obteve mais 22 termos harmónicos, perfazendo 51 (14 de longo período, 20 diurnos, 16 semidiurnos e um terço-diurno), sete deles associados a novas constituintes efetivas (M_f , M_m , MS_f , S_a , S_1 , N_2 e L_2), necessárias para melhoria da análise e da previsão. A expansão de Doodson manteve-se como referência por mais de meio século e pouco difere de desenvolvimentos mais recentes (a partir da década de 1970), assistidos por computador propostos por vários autores (cf. Simon, 2013, p. 102). Cartwright e Tayler (1971) com as correções de Cartwright e Edden (1973), motivados por aplicar no recente e não harmónico «método de resposta» (descrito na secção 1.6.5), recorreram a melhorias das «constantes astronómicas» e das fórmulas para os «elementos orbitais», conseguidas nas décadas de 1950 e 1960, e calcularam o desenvolvimento do potencial gravitacional gerador da maré (a força geradora é o gradiente do potencial), bem como o potencial gerador da «maré de radiação» (movimentos com as características das marés, causados direta ou indiretamente, pela radiação solar). Desta forma, confirmaram o trabalho de Doodson e acrescentaram ligeiras melhorias, sem que isso tenha tido vantagem prática na análise e previsão harmónica da maré. Nestas são suficientes as velocidades angulares das constituintes, já conhecidas com o rigor adequado.

Nesta Dissertação optou-se por descrever a forma como se obtém as velocidades angulares das 37 constituintes usadas no software desenvolvido, seguindo e

adaptando a abordagem de Schureman (1958). Este expressa que a paralaxe (rácio entre o raio da Terra, α_A , e a distância entre os centros da Terra e do astro, r_A) será maior quando a Lua se encontra no perigeu, ocasião que proporciona maiores amplitudes da maré. A força geradora na superfície da Terra é dependente da distância zenital geocêntrica, θ . A componente vertical atinge o seu valor máximo quando $\theta = 0$ (astro no zénite), e a componente horizontal atingirá o seu maior valor quando θ é cerca de 45 graus. Segundo Schureman (1958), p. 13, a componente vertical (F_v) e a horizontal (F_h) da força geradora da maré são:

$$\frac{F_v}{g} = \frac{m_A}{m_T} \left\{ \frac{\cos \theta - \alpha_A}{[1 - 2 \alpha_A \cos \theta + \alpha_A^2]^{3/2}} - \cos \theta \right\} \quad (1.5)$$

$$\frac{F_h}{g} = \frac{m_A}{m_T} \left\{ \frac{\sin \theta}{[1 - 2 \alpha_A \cos \theta + \alpha_A^2]^{3/2}} - \sin \theta \right\} \quad (1.6)$$

Estas expressões representam completamente a força geradora da maré em qualquer ponto, mas podem ser simplificadas, com recurso ao teorema de McLaurin (cf. Schureman, 1958, pp. 13-14). Na sua versão simplificada são desprezados termos com a quarta potência da paralaxe, os quais no caso da Lua valem apenas cerca de 2% da força total – daí designadas de “forças menores” (cf. Schureman, 1958, p. 34) – o que garante o essencial da força geradora da maré e as frequências necessárias para utilização prática, no contexto de análise e de previsão; aos termos da quarta potência da paralaxe correspondem energias e frequências sem valia prática, apenas teórica (cf. Godin, 1991, p. 679). Schureman (1958), p. 14, apresenta a simplificação adequada (só envolvendo o cubo da paralaxe, não a sua quarta potência) da componente vertical (F_{v3}) e horizontal (F_{h3}) da força geradora da maré:

$$\frac{F_{v3}}{g} = 3 \frac{m_A}{m_T} \alpha_A^3 \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right) \quad (1.7)$$

$$\frac{F_{h3}}{g} = \frac{3}{2} \frac{m_A}{m_T} \alpha_A^3 \sin 2\theta \quad (1.8)$$

Nas equações 1.7 e 1.8, constata-se que a força geradora da maré, na superfície da Terra, é diretamente proporcional ao cubo da paralaxe (α_A^3) e, porque a

aceleração da gravidade $g = k m_T / a_T^2$ contém em denominador o quadrado do raio da Terra (a_T^2), é a força também proporcional ao raio da Terra (a_T)¹. Aquelas equações podem ser expandidas em séries, com os termos das constituintes, usando a trigonometria esférica (cf. Schureman, 1958, p. 16, ou Simon, 2013, p. 339):

$$\cos \theta = \sin L \sin \delta + \cos L \cos \delta \cos AH \quad (1.9)$$

L - Latitude do observador

δ - Declinação do astro

AH - Ângulo horário do astro

A componente vertical, em termos de latitude, declinação e ângulo horário do astro, fica (cf. Schureman, 1958, p. 16):

$$\begin{aligned} \frac{F_{v3}}{g} &= \frac{3 m_A}{2 m_T} \alpha_A^3 \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 L \right) \left(\frac{3}{2} - \sin^2 \delta \right) \\ &+ \frac{3 m_A}{2 m_T} \alpha_A^3 (\sin 2L \sin 2\delta \cos AH) \\ &+ \frac{3 m_A}{2 m_T} \alpha_A^3 (\cos^2 L \cos^2 \delta \cos 2AH) \end{aligned} \quad (1.10)$$

E as componentes horizontais, sul (F_{s3}) e oeste (F_{w3}), ficam (cf. Schureman, 1958, pp. 26-27):

$$\begin{aligned} \frac{F_{s3}}{g} &= \frac{9 m_A}{8 m_T} \alpha_A^3 \sin 2L \left(\frac{2}{3} - \sin^2 \delta \right) \\ &- \frac{3 m_A}{2 m_T} \alpha_A^3 (\cos 2L \sin 2\delta \cos AH) \\ &+ \frac{3 m_A}{4 m_T} \alpha_A^3 (\sin 2L \cos^2 \delta \cos 2AH) \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{F_{w3}}{g} &= \frac{3 m_A}{2 m_T} \alpha_A^3 (\sin L \sin 2\delta \sin AH) \\ &+ \frac{3 m_A}{2 m_T} \alpha_A^3 (\cos L \cos^2 \delta \sin 2AH) \end{aligned} \quad (1.12)$$

¹A magnitude da força geradora da maré devida ao Sol é 46% da força geradora de maré devida à Lua.

A expansão da componente vertical da força geradora da maré permite encontrar as frequências de constituintes da maré astronômica das espécies de longo período, diurnas e semidiurnas. Resultam 63 frequências, das quais 25 correspondem a constituintes com uso prático: Mm , MSf , Mf , O_1 , M_1 , $2Q_1$, ρ_1 , σ_1 , K_1 , J_1 , χ_1 , θ_1 , MP_1 , SO_1 , OO_1 , KQ_1 , M_2 , N_2 , L_2 , $2N_2$, v_2 , λ_2 , μ_2 , K_2 e KJ_2 (cf. Schureman, 1958, pp. 21-22). Também a expansão da componente horizontal da força geradora da maré sul (F_{s_3}) e oeste (F_{w_3}) permite encontrar as frequências de constituintes das espécies de longo período, diurnas e semidiurnas. Destas resultam 24 lunares, das quais mais uma, em relação às anteriores, tem uso prático, a M_3 (cf. Schureman, 1958, p. 35), e 59 solares, das quais oito adicionais têm uso prático: Ssa , P_1 , T_1 , ψ_1 , φ_1 , S_2 , T_2 e R_2 (cf. Schureman, 1958, pp. 39-40).

Assim sendo, da expansão das componentes verticais e horizontais (ver Schureman, 1958, pp. 15-46 e tabela 2) da força geradora resultam: 87 constituintes lunares, das quais 26 são tidas como de utilidade prática e 59 constituintes solares, das quais 8 são também tidas como de utilidade prática. Em suma, das 146 constituintes teóricas lunares e solares, 34 têm potencial utilidade na análise e previsão da maré.

No que concerne à escolha de quais as constituintes a usar num sistema de análise e previsão existem diversos fatores e referências a ponderar. Simon (2013), pp. 104-105, apresenta uma tabela com a lista de 20 constituintes lunares e outra tabela com 9 solares, ou seja, um total de 29 de origem astronômica. Parker (2007), pp. 88-89, apresenta uma tabela com a lista de 37 constituintes - Sa , Ssa , Mm , MSf , Mf , $2Q_1$, Q_1 , ρ_1 , O_1 , P_1 , S_1 , K_1 , J_1 , OO_1 , $2N_2$, μ_2 , N_2 , v_2 , M_2 , λ_2 , L_2 , T_2 , S_2 , R_2 , K_2 , $2SM_2$, M_3 , M_4 , MS_4 , S_4 , M_6 , S_6 , M_8 , M_1 , $2MK_3$, MK_3 e MN_4 - as quais costumam ser as usadas pela NOAA, exceto em situações em que haja acentuada transferência de energia para constituintes de pequenas profundidades (*overtides* e marés compostas), que são consequência de efeitos explicáveis pelos termos não lineares das equações da quantidade de movimento e da continuidade, resultando curvas de maré algo distorcidas. As *overtides* são constituintes com frequências múltiplas das fundamentais lunar M_2 e solar S_2 , como sejam as M_4 , M_6 , M_8 , S_4 , S_6 e S_8 . As marés compostas envolvem várias combinações das frequências das M_2 , S_2 , N_2 , K_1 e O_1 , por exemplo, as constituintes MNS_2 , $2SM_2$, MK_3 , $2MK_3$, SK_3 , SO_3 , MS_4 , MN_4 , MK_4 , $2MS_6$, $2MN_6$, $2SM_6$, MSN_6 , $3MS_8$, $2(MS)_8$ e $2MSN_8$ - cf. Schureman (1958) p. 47 e p. 167. Os índices das constituintes indicam o número de períodos por «dia da constituinte». As *overtides* e marés compostas, no

seu conjunto, são designadas de «constituintes de pequenas profundidades» ou em inglês *shallow water constituents*. Optou-se por utilizar, na ferramenta informática desenvolvida, aquelas 37 constituintes (incluem nove das constituintes de pequenas profundidades), uma vez que são padrão recomendado para portos costeiros ou em estuários, desde que não sejam fortemente afetados por efeitos de propagação em fundos baixos, situação em que podem ser requeridas mais constituintes de pequenas profundidades. Um caso extremo de efeitos de pequenas profundidades é o do porto de Anchorage, no Alasca, para o qual a NOAA usa 120 constituintes para resolver adequadamente a previsão da maré; adiante neste trabalho mostra-se que as 37 constituintes usadas, com dados da maré de Anchorage (de 2018), claramente não resolvem satisfatoriamente a análise e previsão.

Daquelas 34 (lunares e solares) indicadas, na expansão apresentada por Schureman (1958), pp. 15-46, relativamente ao conjunto das 37 utilizadas, não constam sete: σ_1 , χ_1 , θ_1 , MP_1 , SO_1 , KQ_1 e KJ_2 (em geral sem mais valia, pois revelam-se menores no sinal da maré). Assim, das 37 usadas, 27 pertencem àquelas 34 astronómicas e outras dez são de pequenas profundidades ($2SM_2$, M_4 , MS_4 , S_4 , M_6 , S_6 , M_8 , $2MK_3$, MK_3 e MN_4).

Assim, apresenta-se na Tabela 1.1, o resumo das 37 constituintes. Nas linhas são representadas as 37 constituintes agrupadas por espécies (de longo período, diurnas e semidiurnas) e as de pequenas profundidades; as colunas são para: identificação da constituinte, “coeficiente médio da constituinte”, parte V e parte u do argumento ou fase teórica, velocidade angular ($^\circ/h$) e a fórmula ou valor para o fator nodal. Na realidade são as velocidades angulares das constituintes que as identificam, sendo esses os valores que são usados no contexto de análise e da previsão (na fórmula harmónica da maré). Os fatores nodais e argumentos das constituintes serão abordados com pormenor na secção 1.4. Na coluna relativa aos “coeficientes médios das constituintes”, são transcritos os definidos e indicados por Schureman (1958), p. 24 e pp. 164-166, os quais são calculados, para as constituintes de origem astronómica pura (não são necessários para as de pequenas profundidades), pelo produto entre os fatores de obliquidade e elíptico. Estes “coeficientes médios das constituintes” são importantes porque as suas magnitudes relativas são proporcionais às amplitudes teóricas das constituintes, isto é uma aproximação não necessariamente exata para os diversos portos e áreas geográficas. Esta proporção é usada na inferência de amplitudes de constituintes a abordar na secção 1.6.7 mais adiante.

1.3. Desenvolvimento das Espécies de Longo Período, Diurna e Semidiurna da Maré de Equilíbrio em Constituintes Harmônicas

	Constituintes	Argumento		Coeficientes	Velocidade ($^{\circ}/h$)	Fatores Nodais
		V	u			
1	Sa	h		0,0410686	0,0410686	1
2	Ssa	$2h$		0,0728	0,0821373	1
3	Mm	$s - p$		0,0827	0,5443747	$\frac{2/3 - \sin^2 I}{0,5021}$
4	MSf	$2s - 2h$		0,0084	1,0158958	$\frac{2/3 - \sin^2 I}{0,5021}$
5	Mf	$2s - 2\xi$		0,1566	1,0980331	$\frac{\sin^2 I}{0,1578}$
Diurnas						
6	$2Q_1$	$-4s + h + 2p + 90$	$+2\xi - \nu + 180$	0,0097	12,8542862	$\sin I \frac{\cos^2(\frac{I}{2})}{0,38}$
7	Q_1	$-3s + h + p + 90$	$+2\xi - \nu + 180$	0,073	13,3986609	$\sin I \frac{\cos^2(\frac{I}{2})}{0,38}$
8	ρ_1	$-3s + 3h - p + 90$	$+2\xi - \nu + 180$	0,0142	13,4715145	$\sin I \frac{\cos^2(\frac{I}{2})}{0,38}$
9	O_1	$-2s + h + 90$	$+2\xi - \nu + 180$	0,3771	13,9430356	$\sin I \frac{\cos^2(\frac{I}{2})}{0,38}$
10	M_1	$-s + h + p - 90$	$-\nu - Qu + 180$	0,1755	14,4966939	$\frac{1}{Q_a} \frac{\sin I \cos^2(I/2)}{0,38}$
11	P_1	$-h + 90 + 180$			14,9589314	1
12	S_1	180			15	1
13	K_1	$h - 90$	$-\nu' + 180$	0,1681	15,0410686	$\sqrt{0,8965 \sin^2(2I) + 0,6001 2I \cos \nu + 0,1006}$
14	J_1	$s + h - p - 90$	$-\nu + 180$	0,0297	15,5854433	$\frac{\sin 2I}{0,7214}$
15	OO_1	$-2s + h - 90$	$2\xi - \nu + 180$	0,0163	16,1391017	$\frac{\sin^2(\frac{I}{2})}{0,0164}$
Semidiurnas						
16	$2N_2$	$-4s + 2h + 2p$	$+2\xi - 2\nu$	0,0235	27,8953548	$\frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$
17	μ_2	$-4s + 4h$	$+2\xi - 2\nu$	0,0219	27,9682084	$\frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$
18	N_2	$-3s + 2h + p$	$+2\xi - 2\nu$	0,1759	28,4397295	$\frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$
19	ν_2	$-3s + 4h - p$	$+2\xi - 2\nu$	0,0341	28,5125831	$\frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$
20	M_2	$-2s + 2h$	$+2\xi - 2\nu$	0,9085	28,9841042	$\frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$
21	λ_2	$-s + p + 180$	$+2\xi - 2\nu$	0,0066	29,4556253	$\frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$
22	L_2	$-s + 2h - p + 180$	$+2\xi - 2\nu - R$	0,0251	29,5284789	$\frac{f(M_2)}{1/R_a}$
23	T_2	$-h + p_1$		0,0248	29,9589333	1
24	S_2	0		0,4227	30	1
25	R_2	$h - p_1 + 180$		0,0035	30,0410667	1
26	K_2	$2h - 2\nu$		0,0365	30,0821373	$\sqrt{19,0444 \sin^4 I + 2,7702 \sin^2 I \cos 2\nu + 0,0981}$
Constituintes de pequenos fundos						
27	$2SM_2$	$2s - 2h$	$-2\xi + 2\nu$		31,0158958	$\frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$
28	M_3	$-3s + 3h$	$3\xi - 3\nu + 180$		43,4761563	$\frac{\cos^6(\frac{I}{2})}{0,8758}$
29	M_4	$-4s + 4h$	$+4\xi - 4\nu$		57,9682084	$f(M_2)^2$
30	MS_4	$-2s + 2h$	$+2\xi - 2\nu$		58,9841042	$\frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$
31	S_4	0		60	60	1
32	M_6	$-6s + 6h$	$+6\xi - 6\nu$	86,9523127	86,9523127	$f(M_2)^2$
33	S_6	0		90	90	1
34	M_8	$-8s + 8h$	$+8\xi - 8\nu$	115,9364169	115,9364169	$f(M_2)^4$
35	$2MK_3$	$-4s + 3h + 90$	$+4\xi - 4\nu + \nu + 180$	42,9271398	42,9271398	$f(M_2)^2 f(K_1)$
36	MK_3	$-2s + 3h - 90$	$+2\xi - 2\nu + \nu' + 180$	44,0251729	44,0251729	$f(M_2) f(K_1)$
37	MN_4	$-5s + 4h + p$	$+4\xi - 4\nu$	57,4238337	57,4238337	$f(M_2)^2$

TABELA 1.1: As 37 constituintes selecionadas com os respectivos argumentos teóricos; coeficientes médios das constituintes; velocidades angulares ($^{\circ}/h$) e fatores nodais

1.4 Sistema Sol, Terra e Lua. Elementos Orbitais, Fatores Nodais e Argumentos Astronômicos

1.4.1 Sistema Sol, Terra e Lua

A astronomia descrita nesta secção visa sobretudo chegar às fórmulas para calcular os argumentos astronômicos e fatores nodais das constituintes da maré a usar na análise e previsão. Deve-se considerar três planos que se interseçam no espaço: o da eclíptica, o da órbita da Lua e o do equador. A continuação do texto é apoiada na Figura 1.2. Nas linhas de interseção destes planos há três pontos de particular importância: ponto vernal γ que surge da interseção do equador com a eclíptica, no lado do equinócio da primavera; nodo ascendente da lua Ω , na interseção da órbita lunar com a eclíptica, onde a Lua transita para norte da eclíptica; e a interseção lunar A entre o equador e a órbita da Lua, onde esta transita para norte do equador.

O ângulo ω entre a eclíptica e o equador é designado por obliquidade da eclíptica, cujo valor varia entre $21,2^\circ$ e $24,5^\circ$, em cerca de 41 mil anos, sendo atualmente próximo de $23,45^\circ$. O ângulo i entre a eclíptica e o plano da órbita da Lua, designado por inclinação da órbita lunar tem um valor médio de $5,15^\circ$, variando entre $4,97^\circ$ e $5,32^\circ$ no ciclo nodal (18,66 anos).

O ângulo I representa a inclinação da órbita lunar em relação ao equador, o seu valor altera-se com a posição do nodo da Lua, ou com a regressão da linha dos nodos no ciclo nodal. Quando o nodo ascendente da Lua coincide com o ponto vernal, o ângulo I é igual à soma dos ângulos ω e i (cerca de $28,6^\circ$), quando o nodo descendente coincide com o equinócio vernal, o ângulo I é igual à diferença dos ângulos ω e i (cerca de $18,3^\circ$). Esta variação de inclinação da órbita da Lua acompanha o ciclo nodal, de cerca de 18,66 anos, sendo fator de importância, por alterar (modular) as amplitudes e fases das harmónicas, no contexto da análise e da previsão das marés (cf. Schureman, 1958, p. 6).

O conceito de longitude, referido a corpos celestes, no contexto das marés, tem a particularidade de se tratar de ângulos, medidos a partir da referência ponto vernal, ao longo do plano da eclíptica no sentido de oeste para leste; isto difere do conceito mais habitual de longitudes geográficas, medidas ao longo do equador, a partir do meridiano de Greenwich, para leste ou para oeste. Por forma a obter uma origem equivalente para a órbita da Lua, pode-se transpor o arco $\Omega \gamma'$, da órbita da Lua equivalente a $\Omega \gamma$, na eclíptica e designar o ponto γ' como o ponto vernal

referido. Assim, a longitude média de um corpo, avaliada quer do ponto vernal γ , quer do ponto γ' , será a mesma em qualquer dos três planos orbitais (Schureman, 1958, pp. 6-7).

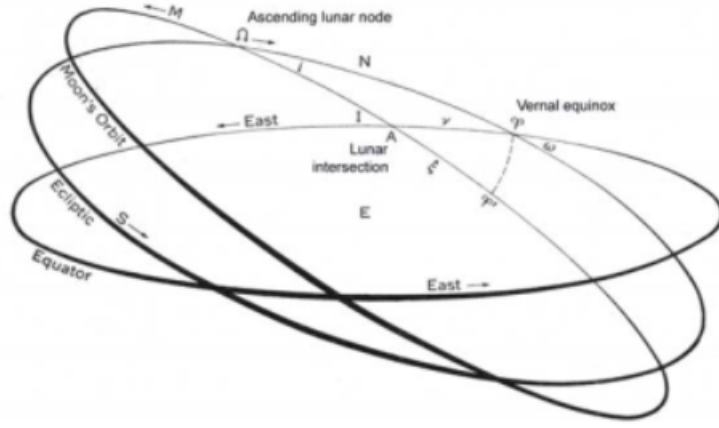


FIGURA 1.2: A órbita da Lua e a órbita aparente do Sol (eclíptica) relativamente ao plano equatorial da Terra. (Fonte: Schureman, 1958)

N = longitude do nodo ascendente da Lua;

i = inclinação da órbita da Lua relativa à eclíptica;

I = inclinação da órbita da Lua relativa ao equador;

Ω = nodo ascendente da Lua;

γ = ponto vernal;

γ' = ponto vernal equivalente na órbita lunar;

ν = ascensão reta da interseção da órbita lunar com o equador;

ξ = ascensão reta da interseção da órbita lunar com o equador referida a γ' .

1.4.2 Elementos Orbitais Principais

Um dos pontos de partida para o desenvolvimento da componente funcional necessária de astronomia, passa pelo cálculo dos elementos orbitais principais (designação de Dennis e Long (1971)) para o início do ano, início da série e para o meio da série. As longitudes da Lua média (s), do Sol médio (h), do nodo ascendente (N), do perigeu lunar (p) e do perigeu solar (p_1) são ângulos medidos de oeste para leste desde o ponto vernal. Estas longitudes são necessárias para descrever os movimentos da Lua e do Sol relativamente ao centro de massa da Terra. Sendo a

Lua o principal corpo gerador da maré, é preferível utilizar a Lua média e não a verdadeira como referência; o mesmo é feito com o Sol médio. As equações orbitais originais para as órbitas solar e lunar são atribuídas a S. Newcomb (1895) e a E. Brown (1905), *apud* Simon (2013), pp. 105-106.

Os elementos orbitais principais (longitudes na eclítica) são calculados, em função do tempo médio T expresso em séculos Julianos, sendo a sua origem 01/01/2000 12:00:00 da hora civil t , esta expressa em horas (cada hora corresponde a 15^0), conforme as fórmulas apresentadas na tabela de Simon (2013), p. 112:

- \Rightarrow **Ângulo horário da Lua referido à hora civil:** $\tau^0 = 15^{0/h} t^h + h^0 - s^0$
- \Rightarrow **Longitude média da Lua:** $s^0 = 218,3165 + 481267,8804 T - 0,0016 T^2$
- \Rightarrow **Longitude média do Sol:** $h^0 = 280,4661 + 36000,7698 T + 0,0003 T^2$
- \Rightarrow **Longitude média do perigeu lunar:** $p^0 = 83,3535 + 4069,0215 T - 0,103 T^2$
- \Rightarrow **Longitude média do nodo ascendente da Lua:** $N^0 = 360 - (234,555 + 1934,1363 T - 0,0021 T^2)$
- \Rightarrow **Longitude média do perigeu solar:** $p_1^0 = 282,9384 + 1,7195 T - 0,0005 T^2$

A linha da interseção do plano da órbita da Lua com a eclítica, ou linha dos nodos, regride lentamente de leste para oeste ao longo da eclítica em ciclos de 18,66 anos. A longitude do nodo ascendente (N), ao variar com a periodicidade referida, influencia o valor da inclinação da órbita lunar em relação ao equador (I), pelo que ambos provocam alterações de amplitudes e de fases das constituintes da maré, que podem ser quantificadas pelos designados fatores nodais de amplitude (f) e de fase (u). Estes fatores nodais são assim considerados para corrigir variações lentas e não uniformes no tempo, nas constituintes.

1.4.3 Funções Orbitais Secundárias

Além dos elementos orbitais principais, antes explicitados, são necessárias outras funções orbitais secundárias, seja para análise ou para previsão, dependentes da longitude do nodo ascendente, cujas fórmulas passam a ser expostas (cf. Dennis e Long, 1971, pp. 4-5):

- \Rightarrow **Inclinação da órbita lunar:**

$$I = \arccos(0,91369490 - 0,0356926 \cos N)$$

⇒ **Ascensão reta da interseção da órbita lunar com o equador, desde o ponto vernal:**

$$\nu = \arcsin \left(0,0897056 \frac{\sin N}{\sin I} \right)$$

⇒ **Longitude da interseção da órbita lunar com o equador, desde o ponto vernal equivalente:**

$$\xi = \arctan \left[\frac{(0,206727 \sin N) (1 - 0,0194926 \cos N)}{0,9979852 + 0,206727 \cos N - 0,0020148 \cos 2N} \right]$$

$$\nu' = \arctan \left[\frac{\sin \nu}{\cos \nu + \frac{0,334766}{\sin 2I}} \right]$$

$$2\nu'' = \arctan \left[\frac{\sin 2\nu}{\cos 2\nu + \frac{0,0726184}{\sin^2 I}} \right]$$

⇒ **Longitude média do perigeu lunar:**

$$P = p_{\text{meio série}} - \xi$$

⇒ **Outras fórmulas necessárias:**

$$\frac{1}{R_a} = \sqrt{(1 - 12 \tan^2 \frac{I}{2} \cos 2P + 36 \tan^4 \frac{I}{2})}$$

$$R = \arctan \left(\frac{\sin 2P}{\frac{1}{6} \cot^2 \frac{I}{2} - \cos 2P} \right)$$

$$\tan Q = 0,483 \tan P$$

$$Q_u = p - \xi - Q$$

$$\frac{1}{Q_a} = \sqrt{2,310 + 1,435 \cos 2P}$$

1.4.4 Fatores Nodais de Amplitudes

Os fatores nodais f de amplitude das constituintes lunares são função da inclinação da órbita lunar relativa ao equador, I , e alguns também da ascensão reta da interseção lunar com o equador, ν , ambas dependentes da longitude do nodo ascendente, N (cf. Schureman, 1958, p. 25). Os fatores nodais das constituintes solares são sempre iguais à unidade, pois dependem da obliquidade da eclíptica, a qual pode ser considerada constante (cf. Schureman, 1958, p. 40). Cada constituinte lunar ou composta com parte lunar possui um fator nodal, variável ao longo do ciclo nodal, que multiplicado pela amplitude média (no ciclo nodal) da respectiva constituinte, dá a amplitude para o momento. É usual servir para dado ano o fator nodal calculado para o meio do ano. No software optou-se por calcular os fatores nodais para o instante central das séries, independentemente da sua duração. No passado os valores de f eram extraídos de tabelas, como a tabela 14 de Schureman

(1958). No software optou-se por programar essas fórmulas, a seguir listadas (cf. Schureman, 1958, p. 25 e tabela 2):

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow f(S_a) = f(S_{s_a}) = f(P_1) = f(S_1) = f(S_2) = f(T_2) = f(R_2) = f(S_4) = \\
&\quad f(S_6) = 1 \\
&\Rightarrow f(M_m) = f(MS_f) = \frac{2/3 - \sin^2 I}{0,5021} \\
&\Rightarrow f(M_f) = \frac{\sin^2 I}{0,1578} \\
&\Rightarrow f(M_2) = f(2N_2) = f(N_2) = f(\nu_2) = f(\mu_2) = f(\lambda_2) = f(2SM_2) = f(MS_4) = \\
&\quad \frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154} \\
&\Rightarrow f(L_2) = \frac{f(M_2)}{1/R_a} \\
&\Rightarrow f(K_1) = \sqrt{0,8965 \sin^2(2I) + 0,6001 2I \cos \nu + 0,1006} \\
&\Rightarrow f(J_1) = \frac{2I}{0,7214} \\
&\Rightarrow f(OO_1) = \frac{\sin I \sin^2(\frac{I}{2})}{0,0164} \\
&\Rightarrow f(2Q_1) = f(Q_1) = f(\rho_1) = f(O_1) = \sin I \frac{\cos^2(\frac{I}{2})}{0,38} \\
&\Rightarrow f(M_1) = \frac{1}{Q_a} \frac{\sin I \cos^2(\frac{I}{2})}{0,38} \\
&\Rightarrow f(L_2) = f(M_2) \frac{1}{R_a} \\
&\Rightarrow f(K_2) = \sqrt{19,0444 \sin^4 I + 2,7702 \sin^2 I \cos 2\nu + 0,0981} \\
&\Rightarrow f(M_3) = \frac{\cos^6(\frac{I}{2})}{0,8758} \\
&\Rightarrow f(MS_4) = \frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154} \\
&\Rightarrow f(2MK_3) = f(M_2)^2 f(K_1) \\
&\Rightarrow f(MK_3) = f(M_2) f(K_1) \\
&\Rightarrow f(M_4) = f(M_6) = f(MN_4) = f(M_2)^2 \\
&\Rightarrow (M_8) = f(M_2)^4
\end{aligned}$$

1.4.5 Argumentos Astronômicos

Os argumentos astronômicos ou de equilíbrio, Greenwich ($V + u$), são combinações dos elementos orbitais solares e lunares (ver Tabela 2 de Schureman, 1958, pp. 164-167). Servem para identificar a constituinte pela sua velocidade angular (ou

período), refletindo fases instantâneas teóricas da «maré de equilíbrio» correspondente. Quando referida ao início da série, a parte V do argumento toma a designação de V_0 . A primeira ou parte V do argumento depende de T - o ângulo horário do Sol médio na posição do observador; e das longitudes na eclítica: s - longitude da Lua média; h - longitude do Sol médio e p - longitude do perigeu lunar, cujas fórmulas foram antes explicitadas, na subsecção sobre elementos orbitais principais. Essas quantidades angulares variam de forma rápida e uniformemente no tempo e são calculadas para o início do ano. A segunda ou parte u , de variação lenta e não uniforme no tempo, depende da inclinação da órbita lunar (I), da ascensão reta da interseção da órbita lunar com o equador (ν) e da longitude da interseção da órbita lunar com o equador, desde o ponto vernal equivalente (ξ). Devem ser calculados para o meio da série, conforme abordado em subsecção anterior, a 1.4.3, sobre quantidades orbitais secundárias.

A velocidade angular de cada constituinte pode ser obtida pela soma e/ou diferenças das velocidades angulares (ou de múltiplos destas) dos elementos incluídos na parte V do argumento. O período (horas) de cada constituinte obtém-se através da divisão da velocidade angular (graus por hora) por 360^0 . O período aproximado é determinado pelo elemento de maior velocidade contido no argumento, mas o período exato, a usar nos procedimentos de análise e previsão, tem de contar com a totalidade dos elementos parte. O ângulo horário T tem uma velocidade angular de $15^0/h$, sendo que todas as constituintes com o valor T no seu argumento têm períodos de aproximadamente um dia, enquanto que as constituintes que contêm $2T$, têm períodos próximos de 12h. Após o valor T , o elemento com maior velocidade é a longitude da Lua média, s . As constituintes de longo período com o valor s nos seus argumentos terão períodos com cerca de um mês, sendo que as constituintes com múltiplos de s têm períodos correspondentes a frações de um mês.

De seguida constam as fórmulas para cálculo dos argumentos Greenwich ($V_0 + u$) das 37 constituintes usadas (cf. Schureman, 1958, pp. 164-167):

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } S_a : h$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } S_{sa} : 2h$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_m : s - p$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_{sf} : 2s - 2h$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_f : 2s - 2\xi$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } 2Q_1 : -4s + h + 2p + 90 + 2\xi - \nu + 180$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } Q_1 : -3s + h + p + 90 + 2\xi - \nu + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } \rho_1 : -3s + 3h + p + 90 + 2\xi - \nu + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } O_1 : -2s + h + 90 + 2\xi - \nu + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_1 : -s + h + p - 90 - \nu - Q_u + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } P_1 : -h + 90 + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } S_1 : 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } K_1 : h - 90 - \nu' + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } J_1 : s + h - p - 90 - \nu + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } OO_1 : 2s + h - 90 - 2\xi - \nu + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } 2N_2 : -4s + 2h + 2p + 2\xi - 2\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } \mu_2 : -4s + 4h + 2\xi - 2\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } N_2 : -3s + 2h + p + 2\xi - 2\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } \nu_2 : -3s + 4h - p + 2\xi - 2\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_2 : -2s + 2h + 2\xi - 2\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } \lambda_2 : -s + p + 180 + 2\xi - 2\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } L_2 : -s + 2h - p + 180 + 2\xi - 2\nu - R \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } T_2 : -h + p_1 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } S_2 : 0 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } R_2 : h - p_1 + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } K_2 : 2h - 2\nu'' \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } 2SM_2 : 2s - 2h - 2\xi + 2\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_3 : -3s + 3h + 3\xi - 3\nu + 180 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_4 : -4s + 4h + 4\xi - 4\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } MS_4 : -2s + 2h + 2\xi - 2\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } S_4 : 0 \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_6 : -6s + 6h + 6\xi - 6\nu \\
&\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } S_6 : 0
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } M_8 : -8s + 8h + 8\xi - 8\nu$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } 2MK_3 : -4s + 3h + 90 + 4\xi - 4\nu + \nu' + 180$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } MK_3 : -2s + 3h + 90 + 2\xi - 2\nu + \nu' + 180$$

$$\Rightarrow Gr.(V_0 + u) \text{ de } MN_4 : -5s + 4h + p + 4\xi - 4\nu$$

1.5 Fórmula Harmónica da Maré. Análise e Previsão

A fórmula harmónica da maré traduz dois princípios fundamentais da teoria dinâmica da maré de Laplace. O das oscilações forçadas, segundo o qual massas de água, sujeitas a forças periódicas, sofrem oscilações do mesmo período. E o da sobreposição, pelo qual o movimento total de sistema, sujeito a pequenas forças, é igual à soma dos movimentos elementares (cf. Simon, 2013, p. 19). A fórmula inclui a soma dos termos periódicos, de frequências angulares claramente conhecidas, resultantes do desenvolvimento harmónico das forças geradoras da maré. Cada termo do desenvolvimento pode ser interpretado como o contributo dum hipotético corpo celeste, com movimento circular uniforme no plano equatorial, a gerar uma onda de maré com o mesmo período da sua órbita, mas com amplitudes e fases próprias do local considerado (*op. cit.*, p. 101).

Seja no contexto de análise, seja no de previsão, precisamos de ter em conta a fórmula harmónica da maré (ver Parker, 2007, pp. 94-95):

$$h(t) = H_0 + \sum_{i=1}^K H_i f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_i) \quad (1.13)$$

H_0 - Altura do nível médio do mar, relativamente ao “zero hidrográfico” adotado;

f_i - Fator nodal para relacionar a amplitude média (no ciclo nodal de 18,66 anos) com a amplitude do ano ou série temporal da previsão ou da análise;

H_i - Amplitude média da constituinte para o período do ciclo nodal (18,66 anos);

$Gr(V_0 + u)_i$ - Argumento de equilíbrio (ou “maré de equilíbrio”), referido ao meridiano de Greenwich, das constituintes no instante de início da série ou do ano da previsão ou da análise; inclui a parte de variação regular e uniforme no tempo (V_0) e a parte de variação lenta e não uniforme (u), dependente (variável) do ciclo nodal;

t - o tempo em horas (Tempo Universal Coordenado (TUC)), desde o início do ano;

i - o índice para as constituintes (1, 2, 3, ..., K);

a_i - velocidade angular da constituinte ($^\circ/h$);

g_i - retardos modificados da constituinte referida ao meridiano central do fuso horário pretendido.

As correções nodais f_i e a parte u de $Gr(V_0 + u)_i$ podem, para propósitos práticos de análise e de previsão, ser calculados e tabelados para o meio de cada ano e ser tidos como constantes para cada ano (Schureman, 1958, p. 25). No entanto, com as ferramentas computacionais atualmente existentes podem ser facilmente calculados para qualquer instante (Simon, 2013, p. 158). No âmbito do desenvolvimento do software, optou-se por os calcular para o instante central das séries, seja no contexto de análise ou de previsão.

Assim sendo, na conceção do trabalho informático, o programa relativo à astronomia designado “Astronomia.mlx” constitui uma primeira etapa na sequência do software, na medida em que prepara os elementos orbitais principais e funções orbitais secundárias, os argumentos da maré de equilíbrio e os fatores nodais.

1.6 Métodos de Análise de Marés e Previsão

1.6.1 Introdução à Análise de Marés

O desenvolvimento da análise harmónica considera três métodos matemáticos distintos: (1) séries de Fourier; método de mínimos quadrados, em duas variantes - (2) a de Boon e Kiley (1978) e (3) a de Boon (2004). Estes métodos baseiam-se na quantificação dos coeficientes, a usar no polinómio trigonométrico de aproximação (modelo), de modo a que se aproxime, o melhor possível, dos dados (observações). O seu objetivo é, a partir das observações, obter numericamente as constantes harmónicas (amplitudes e fases) das constituintes da maré, que possam ser usadas para reconstruir ou prever a maré de dado porto ou local.

Para cada uma das frequências exatas das constituintes são necessárias as fases retiradas das observações, no início da série ou no instante central da série (na abordagem Boon e Kiley, 1978), instantes também requeridos para a determinação dos argumentos Greenwich ($V_0 + u$), para se calcular as diferenças de fase necessárias (retardos de fases entre as constituintes observadas e as dos argumentos). Estes retardos de fase (em inglês *epochs*) ou a sua variante retardos modificados fazem

parte das constantes harmônicas a determinar, além das amplitudes. Daí as análises espectrais, por exemplo com recurso à transformada de Fourier discreta ou *Fast Fourier Transform* (FFT), embora úteis para se saber a importância relativa do sinal nas bandas diurna, semidiurna e nas constituintes de pequenas profundidades, não têm uso na previsão da maré, pois a informação de amplitudes e fases proporcionadas (a intervalos regulares de resolução frequencial) não é coincidente com as frequências exatas das constituintes da maré pretendidas. Uma vez que são sabidas, previamente e com exatidão, as frequências da energia da maré (do desenvolvimento harmônico da força geradora) há alternativas mais adequadas para tratar da análise para fins de previsão (cf. Parker, 2007, p. 82), como sejam as metodologias seguidas nesta Dissertação: análise por séries de Fourier e mínimos quadrados (variantes de Boon e Kiley, 1978 e Boon, 2004). Outros métodos mais sofisticados (o «método de resposta», o «método das alturas reduzidas» e o «método de concordância das espécies»), não operacionalizados no software, serão descritos, de modo genérico, mais adiante neste capítulo (em 1.6.5).

O intervalo de tempo usualmente tido como necessário para separar duas constituintes de frequência angular próxima, designado de período sinódico, é definido entre duas consecutivas conjunções de fase das constituintes (cf. Schureman, 1958, p. 51); inclui N oscilações da constituinte de frequência menor e $N + 1$ oscilações da constituinte de maior frequência (cf. Parker, 2007, p. 84). O critério para a duração mínima da série para resolver duas constituintes, ou critério de Rayleigh, é um resultado teórico geral, independente do método usado para determinar as constantes harmônicas. Este, enuncia que a diferença das duas frequências $|a_2 - a_1|$ deve ser maior do que o inverso da duração T da série de dados a ser analisada, i.e., $|a_2 - a_1| > T^{-1}$, a resolução frequencial (cf. Parker, 2007, p. 84), onde as frequências a_1 e a_2 são em graus por hora e a duração T em horas.

Quanto maior o número de períodos sinódicos de duas constituintes melhor será a sua separação. Constituintes como S_2 e K_2 com velocidades angulares muito próximas, de $30,0^\circ/h$ e $30,0821373^\circ/h$, respetivamente, têm um período sinódico de 182,6215 dias (cerca de seis meses), o que irá requerer uma série de observações superior a seis meses para se obter uma separação satisfatória. Duas constituintes que difiram bastante em velocidade angular, como uma das diurnas e outra das semidiurnas, por exemplo K_1 e S_2 , com velocidades angulares de $15,0410686^\circ/h$ e $30,0^\circ/h$, respetivamente, podem ter períodos sinódicos próximos de um dia (no caso K_1 de 24,06589 horas e de S_2 de 24 horas). Em virtude da quantidade de constituintes usualmente pretendidas (aqui 37) é, na prática, impossível encontrar uma duração que compatibilize os períodos sinódicos, nas combinações de pares de constituintes

no seu conjunto. Na obra de Schureman (1958), p. 51, no contexto de análise por séries de Fourier, são recomendadas como padrão a seguir séries com as durações de 14, 15, 29, 58, 87, 105, 134, 163, 192, 221, 250, 279, 297, 326, 355 e 369 dias. Apesar disso, Schureman (1958), p. 51, sugere 369 dias como um padrão de duração de séries para análise harmónica, por ser muito próximo de múltiplos de períodos sinódicos de praticamente todas as constituintes de curto período (entenda-se períodos diurnos e menores). Schureman (1958), usava o método de séries de Fourier, todavia, desde a década de 60 do século passado, com a possibilidade de aplicação do método de mínimos quadrados por meios computacionais, são consideradas as séries de 365 dias como padrão adequado (cf. Parker, 2007, p. 85). No contexto deste projeto, optou-se por simplificar a programação para analisar séries com as durações de 29, 54, 92, 326, 365 e 369 dias. Constata-se (ver mais adiante em 3.2.1) que as diferenças entre análises de 365 e 369 dias, para cada um dos três métodos, são praticamente insignificantes; já são significativas as diferenças de resultados entre análises de 29 e 326 dias e também, embora menos, entre 326 e 365 dias (ou 369 dias).

Assim, tendo em conta a duração das séries e até a natureza dos métodos, há restrições na quantidade de constituintes a separar. Séries de maior duração permitem separar mais constituintes, sendo os métodos de mínimos quadrados relativamente a esta condição, menos condicionados do que os de séries de Fourier (cf. Parker, 2007, p. 87). No modelo desenvolvido optou-se por: separar 10 constituintes ($M_2, S_2, N_2, K_1, M_4, O_1, M_6, S_4, S_6$ e M_8) e inferir 15 ($\nu_2, \mu_2, 2N_2, OO1, \lambda_2, M_1, J_1, \rho_1, Q_1, T_2, R_2, 2Q_1, P_1, L_2$ e K_2), para séries inferiores a 326 dias, seguindo Dennis e Long (1971), p. 6. A descrição sobre o procedimento de inferências será descrito na secção 1.6.7. Para séries maiores ou iguais a 326 dias, separam-se as 37 constituintes ($Sa, Ssa, Mm, MSf, Mf, 2Q_1, Q_1, \rho_1, O_1, P_1, S_1, K_1, J_1, OO1, 2N_2, \mu_2, N_2, \nu_2, M_2, \lambda_2, L_2, T_2, S_2, R_2, K_2, 2SM_2, M_3, M_4, MS_4, S_4, M_6, S_6, M_8, M_1, 2MK_3, MK_3$ e MN_4).

1.6.2 Método de Análise por Séries de Fourier

Uma série de Fourier envolve funções seno e cosseno de ângulos com velocidades angulares a_j múltiplas inteiras da velocidade angular fundamental a_1 (a correspondente ao período igual ao da duração do registo).

O polinómio trigonométrico, $h(t)$, que aproxima a série de Fourier, com o nível médio H_0 e os termos de K constituintes, é dado por:

$$h(t) = H_0 + \sum_{j=1}^K C_j \cos(a_j t) + \sum_{j=1}^K S_j \sin(a_j t) \quad (1.14)$$

No contexto das marés, o valor H_0 representa a elevação do nível médio a partir do *datum* das observações e é determinado diretamente das alturas de maré a intervalos regulares (p. ex. de uma hora). Os coeficientes C_j e S_j dizem-se coeficientes de Fourier, sendo j o índice de cada termo. As equações 1.16 e 1.17 obtêm os valores mais prováveis de C_j e S_j a partir das observações a intervalos de amostragem regulares. O valor médio e coeficientes de Fourier para um determinado intervalo $[1, N]$, de acordo com Dennis e Long (1971), p. 2, são dados por:

$$H_0 \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N h_t \quad (1.15)$$

$$C_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N h_i \cos[(i-1)(a_j \Delta t)] \quad (1.16)$$

$$S_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N h_i \sin[(i-1)(a_j \Delta t)] \quad (1.17)$$

O fenómeno da maré é uma situação muito especial, pois embora a maré possa ser representada como uma soma de funções periódicas, as relações entre esses períodos não são todas exprimíveis em termos de números racionais, o que não satisfaz a condição de periodicidade, pelo que a maré não é uma função rigorosamente periódica (é por vezes usado o termo quase-periódica). Na realidade ao invés de alguns tipos de sinais artificiais não se consegue um registo de marés, seja qual for a sua duração, que se repita ao longo do tempo. Contudo, se a duração da amostragem contínua for suficientemente longa, a resolução frequencial (frequência fundamental da série de Fourier) será suficientemente pequena para que os seus múltiplos possam descrever as principais constituintes, permitindo a aplicação de séries de Fourier no contexto das marés. As séries de Fourier só devem ser usadas a separar constituintes, respeitando os critérios de duração (ver p. ex. Schureman, 1958, p. 51). Com séries de maior duração será possível uma maior quantidade de constituintes separadas.

O conhecimento dum número adequado de coeficientes de Fourier permitirá definir o polinómio trigonométrico que aproximará adequadamente as observações utilizadas. É desejável incluir apenas os termos da série que representem os verdadeiros elementos periódicos das constituintes. Com séries de observações suficientemente extensas, o coeficiente dos outros termos, se encontrados, serão praticamente nulos (Schureman, 1958, p. 70).

Substituindo nas equações 1.18 e 1.19, os respetivos valores de C_j e S_j obtêm-se então os valores das amplitudes e das fases.

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (1.18)$$

$$\zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (1.19)$$

1.6.3 Método de Mínimos Quadrados de Boon e Kiley (1978)

O método de Boon e Kiley (1978) revela-se eficiente para a análise de observações de maré ou correntes de maré.

Defina-se $h(t)$, com os correspondentes valores em $t = -n, \dots, 0, 1, \dots, n$, como o polinómio trigonométrico utilizado para aproximar as observações usando K constituintes. Consideremos $N = 2n + 1$, as observações igualmente espaçadas de alturas de maré (Boon e Kiley, 1978, p. 6).

$$h(t) = H_0 + \sum_{j=1}^K C_j \cos(a_j t) + \sum_{j=1}^K S_j \sin(a_j t) \quad (1.20)$$

- a_j - Velocidade angular, em graus por hora, de cada constituinte;
- C_j e S_j - Coeficientes de Fourier;
- H_0 - Altura média da maré na série.

H_0 poderá ser retirado do polinómio, sendo que o ajustamento consiste em encontrar os vetores C_j e S_j , tais que seja mínimo o quadrado da norma Euclidiana do resíduo, entre as observações a e as previsões.

$$E = \sum_{t=-n}^n [h(t) - h_t]^2 \quad (1.21)$$

Pode mostrar-se que E é minimizado quando:

$$\frac{\partial E}{\partial C_j} = \frac{\partial E}{\partial S_j} = 0; \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (1.22)$$

Considerando esta condição, são geradas simultaneamente $2K$ equações (cf. Boon e Kiley, 1978, pp. 2-3):

$$\sum_{t=-n}^n [h(t) - h_t] \cos a_j t = 0 \quad (1.23)$$

$$\sum_{t=-n}^n [h(t) - h_t] \sin a_j t = 0 \quad (1.24)$$

Substituindo a equação 1.20 nas equações 1.23 e 1.24 e reorganizando os termos, obtêm-se as seguintes equações normais (cf. Boon e Kiley, 1978, p. 3):

$$\sum_i C_i \sum_{t=-n}^n \cos a_i t \cos a_j t + \sum_i S_i \sum_{t=-n}^n \sin a_i t \cos a_j t = \sum_{t=-n}^n h_t \cos a_j t \quad (1.25)$$

$$\sum_i C_i \sum_{t=-n}^n \cos a_i t \sin a_j t + \sum_i S_i \sum_{t=-n}^n \sin a_i t \sin a_j t = \sum_{t=-n}^n h_t \sin a_j t \quad (1.26)$$

Devido à seleção da origem no centro da série a analisar, tem-se:

$$\sum_t \sin a_i t \cos a_j t = \cos a_i t \sin a_j t = 0$$

Obtendo-se as matrizes S_{ij} e D_{ij} calculadas com as frequências (velocidades angulares) das constituintes e tempos ao longo da série a analisar.

$$\sum_{t=-n}^n \cos a_i t \cos a_j t = S_{ij} \quad (1.27)$$

$$\sum_{t=-n}^n \sin a_i t \sin a_j t = D_{ij} \quad (1.28)$$

Dado um conjunto de K constituintes e uma série que contenha N observações, podem calcular-se primeiro as correspondentes matrizes inversas de S_{ij} e D_{ij} para em seguida as usar em 1.29 e 1.30 (cf. Boon e Kiley, 1978, p. 5).

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1} & \cdots & S_{kk} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{t=-n}^n h_t \cos(a_1 t) \\ \vdots \\ \sum_{t=-n}^n h_t \cos(a_k t) \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \cdots & D_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{k1} & \cdots & D_{kk} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{t=-n}^n h_t \sin(a_1 t) \\ \vdots \\ \sum_{t=-n}^n h_t \sin(a_k t) \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Após se obter o conjunto de coeficientes, cada constituinte será expressa na forma de uma simples onda sinusoidal de amplitude R_j , velocidade angular a_j , e fase ζ_j , usando:

$$h_j(t) = R_j \cos(a_j t - \zeta_j) \quad (1.31)$$

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (1.32)$$

$$\zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (1.33)$$

1.6.4 Método de Mínimos Quadrados de Boon (2004)

Em Boon (2004) o método de mínimos quadrados é abordado numa perspectiva matricial. Seja A o vetor coluna com os coeficientes a determinar:

$$A = \begin{bmatrix} H_0 \\ C_1 \\ S_1 \\ C_2 \\ S_2 \\ \vdots \\ C_m \\ S_m \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Sob o ponto de vista matricial, o resíduo R pode ser calculado recorrendo à expressão $R = XA - Y$, em que:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \cos a_1 t_1 \sin a_1 t_1 & \cdots & \cos a_m t_1 \sin a_m t_1 \\ 1 & \cos a_1 t_2 \sin a_1 t_2 & \cdots & \cos a_m t_2 \sin a_m t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos a_1 t_n \sin a_1 t_n & \cdots & \cos a_m t_n \sin a_m t_n \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

$$Y = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ \vdots \\ h_{N-1} \\ h_N \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

As a_j ($j = 1, 2, 3, \dots, m$) são as velocidades angulares das constituintes, em graus por hora e Y o vetor das observações.

Mostra-se em Boon (2004), pp. 160-161, que a minimização do quadrado da norma Euclidiana do resíduo R ocorre se A for solução do sistema de equações normais: $(X^T X)A = X^T Y$.

O sistema de equações normais, para o método de mínimos quadrados precisa ser bem condicionado (evitando determinante quase nulo) para assegurar a sua solução. Uma vez que as frequências de maré, mal separadas, introduzem erros

nas soluções, primeiro são calculadas as constituintes com os maiores coeficientes (maiores amplitudes teóricas) e que estejam bem separadas na duração da série, sendo as outras constituintes, consideradas de perturbações, avaliadas posteriormente (cf. Simon, 2013, p. 158). Na metodologia de mínimos quadrados da NOAA, as constantes harmónicas são derivadas usando um processo de triagem de correlação múltipla, que pode ser encerrado quando a equação de regressão contém um número especificado de termos ou quando a próxima constituinte não ultrapassar a fração pré-selecionada da variância (cf. Parker, 2007, p. 99 e p. 101). Assim, no uso do método mínimos quadrados na análise das marés, em geral, não se pode obter, em simultâneo, os coeficientes para todas as constituintes. Também, no caso de séries longas de 326 ou 365 ou 369 dias, não é possível resolver as 37 constituintes de uma vez, pois resultariam valores instáveis e irreais para algumas das constituintes. Por forma a colmatar esta situação, depois de várias experiências, constatou-se ser bem resolvido em dois passos: primeiro 25 delas ($M_2, S_2, N_2, K_1, M_4, O_1, M_6, S_4, S_6, M_8, \nu_2, \mu_2, 2N_2, OO_1, \lambda_2, M_1, J_1, \rho_1, Q_1, T_2, R_2, 2Q_1, P_1, L_2$ e K_2) e depois as 12 restantes ($Sa, Ssa, Mm, MSf, Mf, S_1, 2SM_2, M_3, MS_4, 2MK_3, MK_3$ e MN_4); o que permite resultados estáveis e corretos.

As principais diferenças entre o método Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) é que este último decompõe o problema do cálculo de todos os coeficientes C e S em duas partes (uma para C e outra para S), resolve as fases para o instante central da série - o Boon (2004) para o início - e não explicita o H_0 (nível médio), enquanto o Boon (2004) explicita, o que resulta de a coluna da esquerda do modelo aproximador X ser preenchida de valores numéricos «um».

Após se obter o conjunto de coeficientes, cada constituinte harmónica será expressa na forma de amplitude R_j e fase ζ_j :

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (1.37)$$

$$\zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (1.38)$$

1.6.5 Outros Métodos de Análise

Nesta secção são expostos, de modo genérico, outros três métodos de análise de marés: o «método de resposta», o «método da concordância das espécies» e o

«método das alturas reduzidas», que não foram aqui operacionalizados, mas são descritos os respectivos conceitos.

Método de Resposta (Munk e Cartwright, 1966)

O «*response method*» ou «método de resposta», desenvolvido por Munk e Cartwright, em 1966, envolve a análise do nível da maré combinando os efeitos da astronomia e da meteorologia.

A altura da maré $h(t)$ é tratada como um sinal que representa a resposta da superfície do mar (excluindo a vaga e a ondulação) a uma função de excitação $U(t)$ que inclui todos os fatores físicos que possam influenciar o nível da maré (potencial da força geradora da maré, radiação solar, pressão atmosférica, vento, etc. - cf. Munk e Cartwright, 1966, pp. 540-542). A variável de entrada do sistema é o potencial da força geradora da maré e a variável de saída as alturas de maré observadas.

O método considera a admitância ou função de transferência (relação de amplitudes e fases entre a entrada e a saída) a qual resulta da divisão do espectro cruzado, entre a entrada e a saída, pelo espectro da entrada (Munk e Cartwright, 1966, pp. 542-543). No contexto da previsão, calcula a resposta ao potencial da força geradora da maré.

Uma variante deste modelo passa por nos argumentos de entrada, em vez do potencial da força geradora da maré, utilizar as previsões da maré, da estação de referência, para analisar ou prever a maré num porto secundário próximo (Parker, 2007, p. 103).

Este método apresenta muito interesse teórico, com ligeiras melhorias na previsão por resolver melhor a maré meteorológica (Parker, 2007, p. 103). Contudo, um maior rigor só é atingível se os efeitos não lineares na transferência de energia para *overtides* e marés compostas forem diminutos. O esforço computacional adicional necessário neutraliza, em geral, os aspectos favoráveis referidos. Não se conhecem utilizações deste método aplicadas à elaboração de Tabelas de Maré (cf. Simon, 2013, p. 170).

Método das Alturas Reduzidas

O «método das alturas reduzidas» foi desenvolvido em 1974 e é usado no SHOM de França. As constituintes são obtidas, dentro de cada espécie, através da solução de sistema de equações (com vetores reduzidos) usando o método de mínimos quadrados, para eliminar o ruído, ou diretamente pela transformada de Fourier

rápida (FFT). Este método é equivalente a aplicar um filtro temporal para isolar a constituinte global de cada espécie, que represente a soma das várias constituintes dessas espécies, no instante de tempo considerado. Este método é introduzido em Simon (2013), pp. 133-140.

A definição de alturas de maré no tempo t reduzidas ao tempo t_0 , $H(t_0, t)$, é dada por:

$$H(t_0, t) = \frac{1}{2} \sum_k \left[C_k(t_0) e^{j 2\pi \frac{k}{T_L} t} + \bar{C}_k(t_0) e^{-j 2\pi \frac{k}{T_L} t} \right] \quad (1.39)$$

A definição de vetores reduzidos e suas relações com a altura da maré, por espécies e função do tempo, é dada pelas equações (1.40) e (1.41). Podem ser entendidos como variações lentas, em amplitude e em fase, associadas a cada espécie.

$$C_k(t) = \sum_i h_{ki} e^{j(V_{0ki} + 2\pi v_{ki} t - g_{ki})} \quad (1.40)$$

$$h(t) = \frac{1}{2} \sum_k \left[C_k(t) e^{j 2\pi \frac{k}{T_L} t} + \bar{C}_k(t) e^{-j 2\pi \frac{k}{T_L} t} \right] \quad (1.41)$$

A equação seguinte mostra a relação entre as alturas reduzidas, $H(t_0, t)$, e os vetores reduzidos.

$$C_k(0) = \frac{2}{M} \sum_{n=-N}^{n=N} H(0, n t_e) e^{-j 2\pi \frac{k}{T_L} t} \quad (1.42)$$

Os vetores reduzidos são assim obtidos por filtragem temporal, tendo em conta os valores observados em torno de cada t_0 a que são reduzidas as alturas de maré, $H(t_0, t)$, a intervalos $t_c < 72$ h (caso da amostragem das alturas de maré seja horária) para evitar *aliasing* (deformação do espectro da função discretizada, por razões a descrever na secção 1.7.1.)

Método da Concordância das Espécies

O «método da concordância das espécies», é descrito por Simon (2013), pp. 172-176, e por Parker (2007), pp. 104-105. Segundo George e Simon (1984) e Simon (1991), *apud* Parker (2007), pp. 103-104, foi concebido para melhorar a análise de marés de elevadas amplitudes e distorções, por efeitos de pequenas profundidades,

como as do estuário da Gironde, França, onde o método harmónico não é eficiente (cf. Simon, 1991, p. 725). O conceito baseia-se em dois elementos:

- a maré na embocadura do estuário não é muito deformada, por efeito de pequenas profundidades, e pode ser prevista pelo método harmónico;
- há uma relação entre a maré na embocadura do estuário e a maré dentro e ao longo do estuário, onde eventualmente ocorra distorção da curva da maré.

Este método adota a ideia do «método de resposta», preservando a mesma equação fundamental, na forma de múltiplos integrais de convolução. No entanto, segundo Simon (2013), p. 172, executa melhor os cálculos das múltiplas convoluções, por tratar só estreitas bandas de frequência das espécies, que contêm todas as constituintes da maré (as que interessam para a previsão). As restantes bandas de frequências só contêm ruído. Em vez de escolher o potencial da força geradora da maré para entrada no sistema, usa as marés da estação de referência, com marés semelhantes ao porto secundário (saída). Posto isto, este método é muito eficaz para tratar das marés de estuários (*ibidem*).

1.6.6 Correções Preliminares e de Eliminação

Apesar dos cuidados na escolha das durações das séries, no contexto de séries de Fourier, Schureman (1958), em virtude das velocidades angulares das constituintes não coincidirem exatamente com as correspondentes ao período fundamental (duração da série) e seus submúltiplos inteiros, resulta a obtenção de coeficientes de Fourier de certo modo contaminados. Schureman recomendava o uso de correções às amplitudes e fases: correções preliminares de K_1 devidas à interferência de P_1 ; correções preliminares de S_2 devidas às interferências de K_2 e T_2 ; «correções de eliminação» (para corrigir contaminações) dentro da espécie diurna (J_1 , K_1 , M_1 , O_1 , OO_1 , P_1 , Q_1 , $2Q_1$, S_1 e ρ_1); e correções de eliminação dentro da espécie semidiurna (K_2 , L_2 , M_2 , N_2 , $2N_2$, R_2 , S_2 , T_2 , λ_2 , μ_2 , ν_2 e $2SM_2$). Essas correções são maiores para séries de menores dimensões e menores para séries maiores. As correções preliminares de K_1 e S_2 são descritas em Schureman (1958), pp. 80-84, e apoiadas nas tabelas de 21 a 26 da mesma obra, consoante a duração das séries. As correções de eliminação são descritas em Schureman (1958), pp. 84-87.

Parker (2007), p. 154, já no tempo de adoção generalizada de métodos de mínimos quadrados, em detrimento do das séries de Fourier, refere, a respeito das correções preliminares das K_1 e S_2 , que o processo pode ser iterativo para

melhor resultado, mas que a primeira aproximação tem sido geralmente usada. Em contrapartida, é omissa quanto às correções de eliminação.

Simon (2013) é omissa quanto a correções preliminares e de eliminação, porventura porque os métodos que descreve, o das «alturas reduzidas», o da «concordância das espécies» e o de «mínimos quadrados», são menos sujeitos a problemas de contaminação, entre energia de ondas com frequências próximas.

Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) usam duas variantes do método de mínimos quadrados sem correções preliminares, nem de eliminação, e são omissos quanto a elas.

No âmbito desta Dissertação procedeu-se a testes quanto aos efeitos daquelas correções preliminares e de eliminação – com análises de séries de Fourier e de Boon e Kiley aos dados de Leixões, Lisboa, Setúbal (Tróia), Faro-Olhão, Ponta Delgada, Anchorage, Boston e Monterey (de 29 e 326 dias em ambos os casos separando 10 e inferindo outras 15 constituintes) -, conforme documentado nas tabelas 1.2 e 1.3 a seguir mostradas. Nelas são indicadas as estatísticas (máximos, mínimos, médias, desvios-padrão e reduções de variância) associadas aos resíduos (observações subtraídas de previsões) para os vários métodos, com e sem as correções. A fórmula para redução de variância consta na secção 3.1.1. Redução de variância superior a 100 por cento significa que as amplitudes das previsões excedem as das observações. Aplicando as correções e avaliando os desvios-padrão dos resíduos (de observações subtraídas das previsões) notaram-se:

- Para 29 dias, Fourier: 2 casos de resultados melhores e 6 de resultados piores;
- Para 29 dias, Boon e Kiley (1978): 3 de resultados melhores e 5 de resultados piores;
- Para 326 dias, Fourier: 7 casos de resultados melhores e um de resultados piores;
- Para 326 dias, Boon e Kiley (1978): 6 de resultados melhores e dois de resultados piores;
- No conjunto dos dois métodos, para 29 dias: 5 casos de resultados melhores e 11 de resultados piores;
- No conjunto dos dois métodos, para 326 dias: 13 casos de resultados melhores e 3 de resultados piores;

1.6. Métodos de Análise de Marés e Previsão

- No conjunto de 29 e 326 dias, em ambos os métodos: 18 casos de resultados melhores e 14 de resultados piores.

Face a estes resultados, para séries de 326 dias (separando 10 e inferindo 15 constituintes) parece haver, em geral, ligeira vantagem em proceder àquelas correções. Quanto a análises de 29 dias, não há diferenças significativas, com as correções, parecendo os resultados piores mais frequentes.

Leixões (análise de 29 dias) - 12JUL05 a 13JUL06						Leixões (análise de 326 dias) - 12JUL05 a 13JUL06					
	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)		Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon (2004)	0,1481	0,6468	-0,1965	0,1049	97,97	Boon (2004)	0,1481	0,6472	-0,1933	0,1048	98,18
Boon e Kiley (1978)	0,1481	0,8056	-0,2972	0,1395	93,75	Boon e Kiley (1978)	0,1481	0,6061	-0,2058	0,1086	100,79
Fourier	0,1481	0,7874	-0,28	0,1389	91,04	Fourier	0,1481	0,6149	-0,205	0,109	101,49
Sem correções preliminares e de eliminação:											
Boon e Kiley (1978)	0,1481	0,8371	-0,2924	0,1509	97,34	Boon e Kiley (1978)	0,1481	0,6248	-0,1923	0,1054	99,28
Fourier	0,1481	0,8172	-0,3198	0,1456	94,64	Fourier	0,1481	0,6413	-0,1905	0,106	100
Lisboa (análise de 29 dias) - 27ABR15 a 25ABR16						Lisboa (análise de 326 dias) - 27ABR15 a 25ABR16					
	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)		Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon (2004)	0,0992	0,5881	-0,184	0,0898	99,1	Boon (2004)	0,0992	0,5869	-0,1899	0,0896	99,03
Boon e Kiley (1978)	0,0992	0,621	-0,2572	0,1136	96,67	Boon e Kiley (1978)	0,0992	0,6275	-0,2336	0,0981	98,12
Fourier	0,0992	0,6603	-0,2848	0,1309	99,77	Fourier	0,0992	0,6326	-0,2261	0,099	97,89
Sem correções preliminares e de eliminação:											
Boon e Kiley (1978)	0,0992	0,6486	-0,2609	0,1093	97,77	Boon e Kiley (1978)	0,0992	0,5973	-0,1938	0,091	98,08
Fourier	0,0992	0,7211	-0,2718	0,1297	97,93	Fourier	0,0992	0,6333	-0,2234	0,0991	97,88
Setroia (análise de 29 dias) - 1JAN11 a 2JAN12						Setroia (análise de 326 dias) - 1JAN11 a 2JAN12					
	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)		Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon (2004)	0,1567	0,7589	-0,1261	0,0986	99,7	Boon (2004)	0,1567	0,753	-0,1292	0,0985	98,83
Boon e Kiley (1978)	0,1567	0,7192	-0,2238	0,1146	98,6	Boon e Kiley (1978)	0,1567	0,753	-0,1447	0,1006	100,22
Fourier	0,1567	0,7754	-0,2159	0,1105	101,93	Fourier	0,1567	0,7387	-0,1319	0,1005	99,17
Sem correções preliminares e de eliminação:											
Boon e Kiley (1978)	0,1567	0,6764	-0,3168	0,1282	97,06	Boon e Kiley (1978)	0,1567	0,7545	-0,1396	0,988	99,28
Fourier	0,1567	0,7058	-0,2639	0,1268	100,72	Fourier	0,1567	0,7399	-0,1361	0,0988	98,25
Faro-Olhão (análise de 29 dias) - 27NOV03 a 25NOV04						Faro-Olhão (análise de 326 dias) - 27NOV03 a 25NOV04					
	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)		Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon (2004)	0,232	0,9189	-0,3852	0,1233	96,36	Boon (2004)	0,232	0,9177	-0,3835	0,1232	96,96
Boon e Kiley (1978)	0,232	1,0758	-0,4108	0,1667	88,25	Boon e Kiley (1978)	0,232	0,9245	-0,448	0,1288	98,68
Fourier	0,232	1,1284	-0,4337	0,1775	90,68	Fourier	0,232	0,9282	-0,4464	0,1293	98
Sem correções preliminares e de eliminação:											
Boon e Kiley (1978)	0,232	1,0901	-0,3687	0,1544	90,84	Boon e Kiley (1978)	0,232	0,941	-0,4382	0,1269	98,57
Fourier	0,232	1,1104	-0,4146	0,168	93,2	Fourier	0,232	0,9454	-0,4372	0,1275	97,89
Ponta Delgada (análise de 29 dias) - 1JAN94 a 4JAN95						Ponta Delgada (análise de 326 dias) - 1JAN94 a 4JAN95					
	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)		Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon (2004)	0,0505	0,429	-0,2296	0,0887	95,71	Boon (2004)	0,0505	0,4325	-0,2283	0,0887	95,03
Boon e Kiley (1978)	0,0505	0,4545	-0,2243	0,0927	93,65	Boon e Kiley (1978)	0,0505	0,4334	-0,2343	0,089	96,06
Fourier	0,0505	0,4589	-0,2237	0,0985	93,86	Fourier	0,0505	0,434	-0,2413	0,892	96,3
Sem correções preliminares e de eliminação:											
Boon e Kiley (1978)	0,0506	0,4063	-0,2611	0,095	94,58	Boon e Kiley (1978)	0,0505	0,4288	-0,2288	0,0887	95,14
Fourier	0,0505	0,4077	-0,2633	0,0946	94,85	Fourier	0,0505	0,4295	-0,2357	0,0888	95,37

TABELA 1.2: Resumo de estatísticas respeitantes aos testes com e sem correções preliminares e de eliminações para portos portugueses: Leixões, Lisboa, Setroia, Faro-Olhão e Ponta Delgada (29 e 326 dias). Valores em metros.

Optou-se por proporcionar, na versão completa da ferramenta desenvolvida, a escolha do utilizador em aplicar, ou não, as correções preliminares e de eliminação, nas análises de séries de Fourier e de Boon e Kiley (1978), só para as séries de 29 dias,

explorando as duas possibilidades e optando pelo que considerar mais adequado. Adicionalmente, optou-se por não proporcionar essas correções para o método de mínimos quadrados de Boon (2004), para todos os comprimentos do registo, nem para os métodos de séries de Fourier e Boon e Kiley (1978) para as séries superiores a 29 dias. De notar aqui que as melhorias conseguidas, nalguns casos, nas análises de 326 dias, antes aludidas, com as correções e separando 10 e inferindo 15 constituintes, ficam superadas com a separação das 37 constituintes do sistema sem as correções, procedimento este adotado na versão completa e simplificada da ferramenta para os três métodos de análises de registos superiores ou iguais a 326 dias.

Anchorage (análise de 29 dias) - 2JAN18 a 5JAN19						Anchorage (análise de 326 dias) - 2JAN18 a 5JAN19					
	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)		Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon (2004)	0,1945	2,1723	-1,541	0,433	96,93	Boon (2004)	0,1945	2,1693	-1,5692	0,4322	97,45
Boon e Kiley (1978)	0,1943	2,5936	-1,8374	0,5896	96,62	Boon e Kiley (1978)	0,1945	2,1978	0,7246	0,4762	97,95
Fourier	0,1943	2,7483	-1,7804	0,6354	99,8	Fourier	0,1945	2,2123	-1,7685	0,4799	97,86
Sem correções preliminares e de eliminação:											
Boon e Kiley (1978)	0,1944	2,2692	-1,7152	0,5	96,066	Boon e Kiley (1978)	0,1945	2,1653	-1,6153	0,4331	97,99
Fourier	0,1943	2,4634	-1,588	0,5514	98,99	Fourier	0,1945	2,1533	-1,6627	0,4366	97,89
Monterey (análise de 29 dias) - 2JAN18 a 5JAN19						Monterey (análise de 326 dias) - 2JAN18 a 5JAN19					
	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)		Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon (2004)	0,0405	0,4233	-0,2907	0,0815	98,94	Boon (2004)	0,0405	0,4221	-0,2897	0,0809	97,95
Boon e Kiley (1978)	0,0405	0,6002	-0,4329	0,1707	133,84	Boon e Kiley (1978)	0,0405	0,4521	-0,3121	0,082	95,84
Fourier	0,0405	0,6618	-0,4312	0,1847	144,03	Fourier	0,0405	0,4454	-0,3037	0,0815	96,22
Sem correções preliminares e de eliminação:											
Boon e Kiley (1978)	0,0405	0,4959	-0,3747	0,1277	115,668	Boon e Kiley (1978)	0,0405	0,4469	-0,3027	0,0815	95,92
Fourier	0,0405	0,5623	-0,3767	0,1391	124,67	Fourier	0,0405	0,4535	-0,311	0,08196	95,54
Boston (análise de 29 dias) - 2JAN18 a 5JAN19						Boston (análise de 326 dias) - 2JAN18 a 5JAN19					
	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)		Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon (2004)	0,1484	1,2318	-0,6997	0,1742	96,35	Boon (2004)	0,1484	1,2355	-0,6993	0,174	96,99
Boon e Kiley (1978)	0,1484	1,3128	-0,7888	0,1873	97,15	Boon e Kiley (1978)	0,1484	1,2441	-0,7344	0,1751	97,88
Fourier	0,1483	1,3141	-0,8926	0,2018	101,1	Fourier	0,1484	1,2577	-0,7256	0,1764	97,66
Sem correções preliminares e de eliminação:											
Boon e Kiley (1978)	0,1484	1,2832	-0,8408	0,1845	97,55	Boon e Kiley (1978)	0,1484	1,2414	-0,72	0,1741	97,85
Fourier	0,1483	1,3773	-0,9493	0,2004	101,41	Fourier	0,1484	1,2522	-0,7115	0,1752	97,51

TABELA 1.3: Resumo de estatísticas respeitantes aos testes com e sem correções preliminares e de eliminações para portos dos EUA: Anchorage, Monterey e Boston (29 e 326 dias). Valores em metros.

Em linha com o acabado de descrever ao proceder-se a análises das séries de 29 dias para as estações de correntes de Fort Independence, de Haste Shoal e The Narrows (para esta também há de 92 dias), e de 54 dias para a estação de correntes da Trafaria, pelos métodos de séries de Fourier e de Boon e Kiley (1978) - a ser abordado mais adiante no Capítulo 3 - constatou-se, em todos os casos, que aplicar as correções preliminares e de eliminação não favorece os resultados, pelo que optou-se por guardar as constantes harmónicas conseguidas sem essas correções.

1.6.7 Inferência de Constituintes Harmônicas

No caso de séries curtas, inferiores a 326 dias, com a separação de apenas 10 constituintes ($M_2, S_2, N_2, K_1, M_4, O_1, M_6, S_4, S_6$ e M_8) seguiu-se a metodologia seguida em Schureman (1958), pp. 78-79, para inferir outras 15 ($\nu_2, \mu_2, 2N_2, OO_1, \lambda_2, M_1, J_1, \rho_1, Q_1, T_2, R_2, 2Q_1, P_1, L_2$ e K_2). Isto é uma aproximação que tem sido usada sob as condições assumidas pela teoria da maré de equilíbrio (cf. Schureman, 1958, p. 78). Segundo esta fonte, com base em observações foi notado que as amplitudes de constituintes da mesma espécie, observadas em qualquer lugar, têm relações entre si que, em geral, concordam, com muita proximidade, com as relações entre os seus coeficientes médios (abordados em 1.3). Também notaram que os retardos de fase têm conformidade, em geral, com a relação das diferenças das velocidades angulares. Os resultados das inferências, por essas fórmulas (ver Schureman, 1958, pp. 78-79) foram testados em 60 estações maregráficas, representativas dos vários tipos de marés, em várias partes do mundo (mas, não revelaram quais eram essas estações) onde as constantes harmônicas haviam sido previamente determinadas por observações, confrontando os valores inferidos com os reais.

Parker (2007), pp. 152-153, também apresenta este mesmo método e fórmulas de inferência, mas coloca algumas reservas, pois reconhece-o como frágil, sobretudo em casos de marés a propagar em pequenas profundidades, com transferência de energia para frequências superiores (novas constituintes designadas genericamente de *overtides* e marés compostas) - cf. Parker (2007), p. 263, ou Simon (2013), p. 25 e pp. 119-120.

1.6.8 Constantes Harmônicas, Previsão da Maré e da Corrente de Maré

Após serem obtidas amplitudes (R_i) e fases (ζ_i) dos métodos de análise, estas precisam de ser adaptadas ao contexto da previsão. As amplitudes irão relacionar-se com os fatores nodais (f_i) e as fases com os argumentos astronômicos ($Gr(V_0 + u)$).

O retardo de fase de uma constituinte, representada pela letra grega (κ_i), é a soma da fase observada ζ_i na origem de tempo definida (início ou meio da série) com a fase do seu argumento local, $local(V_0 + u)_i$, no mesmo instante. Esta soma é constante para determinado local, sendo representada por (cf. Schureman, 1958, p. 76):

$$\kappa_i = \zeta_i + local(V_0 + u)_i \quad (1.43)$$

O retardo de fase κ_i apresenta a limitação de não estar referida ao fuso horário que se pretenda para as previsões, que pode ser diferente do usado nas observações. Também o argumento local, $local(V_0 + u)_i$, referido ao meridiano do lugar, deverá ser convertido para o meridiano de Greenwich. Se se considerar S a longitude do meridiano central (em graus: > 0 se oeste e < 0 se leste de Greenwich) de um fuso horário, o mesmo meridiano expresso em horas é considerado $\frac{S}{15}$. Sendo a_i a velocidade angular no argumento da constituinte, a diferença no argumento devido à diferença do início da uma série remete para $a_i S/15$ (cf. Schureman, 1958, p. 76) e a relação entre o argumento astronómico local e o argumento astronómico, referido ao meridiano de Greenwich, é expressa por:

$$local(V_0 + u) = Gr.(V_0 + u)_i - p\lambda + \frac{a_i S}{15} \quad (1.44)$$

p : índice das espécies (0 se longo período, 1 se semidiurno, 2 se semidiurno, 3 se terçodiurno, ...)

S : longitude do meridiano central do fuso horário (>0 W)

λ : longitude do local de observação (>0 W)

Na preparação das constituintes para o âmbito da previsão é então conveniente relacionar a longitude e as correções de fuso horário com o retardo de fase local k_i para se obter o retardo modificado representado por g_i . A relação entre o retardo modificado e o retardo de fase é expressa pela seguinte fórmula (*ibidem*):

$$g_i = \kappa_i + p\lambda - \frac{a_i S}{15} = Gr.(V_0 + u)_i + \zeta_i \quad (1.45)$$

Tal como referido inicialmente, as amplitudes das constituintes irão relacionar-se com os fatores nodais a partir da seguinte expressão (cf. Dennis e Long (1971), p. 2):

$$H_i = \frac{R_i}{f_i} \quad (1.46)$$

H_i : amplitude média da constituinte

R_i : amplitude obtida da análise de dada série temporal

f_i : fator nodal

i : índice para as constituintes ($i = 1, 2, 3, \dots, K$)

Obtemos assim as constantes harmónicas, para cada porto, ou seja o conjunto de amplitudes H_i e de retardos modificados g_i , as quais são aplicadas na fórmula harmónica da maré, apresentada na secção 1.5 com a indicação das respetivas variáveis, e proceder à previsão da maré:

$$h(t) = H_0 + \sum_{i=1}^K H_i f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_i) \quad (1.47)$$

Neste trabalho, as constantes harmónicas (H_i e g_i) são as de 37 constituintes, usualmente empregues nas previsões de marés (e de correntes de marés) de portos costeiros.

A corrente de maré é um vetor representado por velocidade e direção. O procedimento adequado é decompor a série temporal, de velocidades e direções, em componentes ortogonais leste-oeste e norte-sul ou de enchente-vazante e respetiva ortogonal, e submeter as séries de cada componente às análises (ver Parker, 2007, pp. 95-96), resultando constantes harmónicas de cada constituinte, com dois retardos modificados (g_{EV_i} e g_{ortEV_i}) e duas amplitudes (H_{EV_i} e H_{ortEV_i}), correspondentes às respetivas componentes ortogonais.

Os pares duplos de constantes harmónicas (H_{EV_i} , g_{EV_i} e H_{ortEV_i} , g_{ortEV_i}), por constituinte, que resultam da análise podem ser combinados nas «elipses constituintes», as quais mostram como o escoamento de cada constituinte, roda em direção, num ciclo da constituinte. A largura da elipse pode variar consideravelmente com o local, desde muito estreita em canais apertados até largas ou circulares no alto mar (cf. Parker, 2007, pp. 169-173). Cada constituinte pode ser representada por um «número complexo», com parte real (componente segundo o eixo maior) e parte imaginária (componente segundo o eixo menor) e as suas constantes harmónicas são elementos da respetiva elipse: semieixo maior; semieixo menor, orientação do eixo maior e retardo modificado - cf. Simon (2013), p. 272. A previsão pode ser feita

a partir da «fórmula de previsão complexa» a qual considera a velocidade angular (conhecida do desenvolvimento harmónico da força geradora) e o somatório dos «números complexos» de cada constituinte (ver Parker, 2007, p. 97 e/ou p. 179). O estudo do campo de correntes de maré, num estuário, pode beneficiar do cálculo e traçado das elipses das principais constituintes (p. ex. M_2 , S_2 , N_2 , K_1 e O_1), donde pode ser evidenciado os diferentes sentidos de rotação e largura das elipses, consoante a posição. A título de exemplo Parker (2007), pp. 228-229, mostra um mapa da zona dos estreitos Juan de Fuca e de Georgia (próximo e entre as cidades de Victoria, Canadá, e de Seattle, EUA) com as elipses da M_2 , onde se nota que tendem a ser estreitas em canais e entradas estreitas, e tendem a ser largas em partes largas (mas nem sempre); aí a orientação da enchente-vazante da M_2 tende a acompanhar a batimetria. Nesta Dissertação optou-se por decompor as correntes nas componentes de enchente-vazante, depois de previamente determinar a direção do eixo principal da corrente, seguindo Boon (2004), pp. 165-166. Isso permite evitar programação mais exigente, com variáveis de «números complexos», e garante o rigor necessário para o fim prático.

Para calcular o eixo principal da corrente e o eixo secundário ortogonal recorreu-se à técnica de «análise de componentes principais». A sequência envolve: (1) a projeção dos vetores de velocidade (incluindo a direção) nas componentes Este/Oeste (U) e Norte/Sul (V), com média removida; (2) a redefinição da origem no ponto médio de cada componente; (3) a técnica encontra a reta, que minimiza a soma dos quadrados das distâncias desde os pontos até essa reta (o eixo principal da corrente); (4) o eixo secundário, com a direção perpendicular ao eixo principal, passando na origem; (5) os desvios-padrão associados a cada um dos eixos. Para produzir o diagrama de dispersão da corrente e do seu eixo principal (direção de enchente-vazante) seguiu-se a metodologia apresentada por Boon (2004), pp. 110-111 e p. 194, através do código MATLAB correspondente:

```

1 kk=length(direcao); % Dimensao da serie
2 U(1:kk)=0; % Vetor para componente E/W
3 V(1:kk)=0; % Vetor para componente N/S
4 for j=1:kk
5     if (direcao(j)>=0 && direcao(j)<=90)
6         ang=90-direcao(j);
7         U(j)=cosd(ang)*velocidade(j);
8         V(j)=sind(ang)*velocidade(j);
9     elseif (direcao(j)>90 && direcao(j)<=180)
10        ang=direcao(j)-90;
11        U(j)=cosd(ang)*velocidade(j);

```

```

12     V(j)=-sind(ang)*velocidade(j);
13 elseif (direcao(j)>180 && direcao(j)<=270)
14     ang=270-direcao(j);
15     U(j)=-cosd(ang)*velocidade(j);
16     V(j)=-sind(ang)*velocidade(j);
17 elseif (direcao(j)>270 && direcao(j)<360)
18     ang=direcao(j)-270;
19     U(j)=-cosd(ang)*velocidade(j);
20     V(j)=sind(ang)*velocidade(j);
21 end
22 end
23 % Remocao da media das componente, antes de analise do eixo da corrente
24 :
25 U=U - mean(U)
26 V=V - mean(V)
27 % Calculo das componentes, segundo o eixo principal, transpoe-se os
28   vetores linhas U e V para vetores colunas:
29 UV=[U' V']
30 UVmean = mean(UV) % Corrente media UV

```

Para se encontrar a orientação da reta que se ajusta, à dispersão dos vetores instantâneos da corrente, é necessário efetuar uma rotação dos eixos U e V , enquanto que os pontos se mantêm fixos, obtendo-se assim dois vetores U_p e V_p , sendo estes ortogonais àqueles. Posteriormente, calculam-se a direção do eixo principal e as variâncias ao longo desse eixo e da sua perpendicular. Recorreu-se a Boon (2004), p. 194, para se adaptar o código seguinte correspondente ao cálculo do eixo principal e variâncias.

```

1 % Analise para determinar o eixo principal da corrente:
2 UVd=UV-ones(kk,1)*UVmean % UV deviate form
3 VCV=UVd'*UVd/(kk-1) % Variance covariance matrix
4 % Singular value decomposition (svd):
5 [E1, E2, Q]=svd(VCV)
6 % Soma os elementos na diagonal (trace) da matriz E2
7 TR=trace(E2);
8 % Principal axis variance:
9 PAV=[E2(1,1)/TR E2(2,2)/TR]
10 Principal_axis_variance=PAV
11 TanTheta=E1(2,1)/E1(1,1)
12 % Maximum variance deviation angle (degCCW)
13 MVDA=atan(TanTheta)*180/pi

```

Assim, após a determinação da direção do eixo principal da corrente, a fórmula harmónica da maré adaptada às componentes da corrente de enchente-vazante h_{EV} e à sua ortogonal h_{ortEV} , fica:

$$h_{EV}(t) = H_{0_{EV}} + \sum_{i=1}^K H_{EV i} f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_{EV i}) \quad (1.48)$$

$$h_{ortEV}(t) = H_{0_{ort}} + \sum_{i=1}^K H_{ortEV i} f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_{ortEV i}) \quad (1.49)$$

Nestas duas fórmulas $H_{0_{EV}}$ e $H_{0_{ort}}$, são respetivamente os valores médios das componentes enchente-vazante e sua ortogonal.

Uma vez obtidas as constantes harmónicas das componentes ortogonais das constituintes da corrente de maré, estão prontas a ser utilizadas na fórmula harmónica para gerar previsões das correntes de maré, por componentes ao longo do tempo desejado, em intervalos regulares escolhidos pelo utilizador do software. Geralmente é mais significativa a componente de enchente-vazante. Combinando as componentes obtêm-se as velocidades e direções da corrente de maré.

No caso de previsão de alturas de marés usa-se como nível médio H_0 o valor adotado pelo IH (portos nacionais), sendo o valor de 2,00 m para Leixões, Setúbal (Tróia) e Faro-Olhão, 2,20 m para Lisboa e 1,00 m para Ponta Delgada. Para os portos dos EUA, adotou-se o nível de meia maré (*mean tide level*) declarado pela NOAA, sendo o valor de 4,6756 m para Anchorage, 1,5514 m para Boston e 0,8748 m para Monterey. No caso de correntes, tendo em conta que em geral o seu valor médio é variável no tempo e desconhecido, adotou-se $H_{0_{EV}}=H_{0_{ort}}=0$ (ver Parker, 2007, pp. 186-187).

Os programas desenvolvidos calculam previsões em intervalos de um minuto (permite elevada precisão e é de execução rápida), de modo a avaliar as inversões da sequências de previsões e determinar os instantes e valores de máximos e mínimos relativos (preia-mares e baixa-mares ou, no caso de correntes, os máximos de enchente e de vazante). Outros métodos expeditos poderiam ser usados no cálculo de preia-mares e baixa-mares, p. ex. por máximos ou mínimos de polinómios de segundo grau de interpolação de valores horários (foi usado na versão preliminar do software). No caso de correntes de maré são também determinados os instantes dos

estofos da corrente de enchente-vazante (valores zero, nas transições entre positivos de enchente e negativos de vazante).

1.7 Métodos de Análise Espectral

1.7.1 Autoespectro Através da Transformada Rápida de Fourier

No Capítulo 3, sobre avaliação e controlo de qualidade, um dos procedimentos adotados é o uso do autoespectro dos resíduos (observações subtraídas das previsões) como forma de avaliar as suas amplitudes no domínio frequência (ciclos por dia) ou períodos (horas).

Pode-se definir autoespectro como a função que descreve a distribuição da energia (variância), desse registo temporal, no domínio da frequência. O autoespectro de um registo temporal pode ser calculado a partir da transformada discreta de Fourier (DFT na sigla em inglês).

Dada uma série temporal $s(t)$, com valores a intervalos regulares Δt , é possível calcular a sua representação espectral, com amplitudes e fases iniciais, no domínio de frequência. Segundo Brigham (1974), p. 3, o espectro $S(f)$ relaciona com a série temporal $s(t)$, através de:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.50)$$

$$f = \text{frequência}; j = \sqrt{-1}$$

A integração numérica da equação 1.50, de acordo com Brigham (1974), p. 8, implica a relação:

$$S(f_k) = \sum_{i=0}^{N-1} s(t_i) e^{-j2\pi f_k t_i} (t_{i+1} - t_i) \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (1.51)$$

i é o índice dos valores temporais: $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$

k é o índice das frequências discretas a intervalos regulares no domínio frequência

N é o número de amostras da função

A transformada de Fourier rápida (FFT, *Fast Fourier Transform*) é um algoritmo que faz a computação da transformada de Fourier discreta de uma forma mais eficiente e rápida. Este algoritmo foi desenhado por John Turkey e James Cooley, em 1965, e permitiu reduzir o número de operações necessárias para calcular a transformada de Fourier discreta (Cooley e Tukey (1965)).

A transformada de Fourier de uma função real é uma função complexa, cujas amplitudes $|S(f_k)|$ e fases $\angle S(f_k)$ são respetivamente funções pares e ímpares (Moreira, 2017, p. 41). Assim, a transformada de Fourier $S(f_k)$, de uma sequência finita de números reais de índices k , tem a propriedade de $S(f)_{N-k} = \bar{S}(f)_k$. Se o comprimento N for par, metade dos valores da transformada discreta são complexos conjugados da outra metade.

Um sinal real diz-se de banda limitada se não tiver componentes espectrais superiores a uma certa frequência L . O Teorema da Amostragem, também conhecido por Teorema de Nyquist, estabelece que um sinal real de banda limitada por L pode ser reconstruído, sem erros, recorrendo a uma amostragem igualmente espaçada Δt , obtida a uma frequência $f_N > 2L$. Esta frequência mínima $2L$ (igual ao inverso do dobro do intervalo de amostragem) é designada por frequência de Nyquist (cf. Moreira, 2017, p. 43).

Em resultado do Teorema da Amostragem só metade dos valores da transformada de Fourier existem realmente no conteúdo espectral do sinal, ou seja, os correspondentes aos índices $k = 0, 1, 2, \dots, N/2$ (cf. Moreira, 2017, p. 43). Quando o conteúdo espectral do sinal contém componentes com frequências iguais ou superiores a metade da frequência de amostragem, a respetiva transformada de Fourier discreta exhibe conteúdo espectral que não existe no sinal original. Este fenómeno é conhecido por *aliasing*.

É habitual normalizar o resultado do cálculo da FFT dividindo o resultado obtido por $N/2$ tendo em vista obter as amplitudes reais das diferentes componentes espectrais identificadas.

1.7.2 Espectro Cruzado

No seguimento da secção anterior sobre o autoespectro passa-se a descrever uma revisão com o essencial do espectro cruzado, que é de utilidade para a interpretação de relações de causa e efeito, p. ex. entre variações da pressão atmosférica e da maré meteorológica, no Capítulo 5.

Consideremos dois sinais ou séries temporais $x(t)$ e $y(t)$ e as respectivas DFTs (Brigham (1974), pp. 76-77):

$$X(n) = \frac{1}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j \frac{2\pi n}{T} t} dt \quad (1.52)$$

$$Y(n) = \frac{1}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-j \frac{2\pi n}{T} t} dt \quad (1.53)$$

$T = (N - 1)\Delta t$ = duração da série; $j = \sqrt{-1}$; t = tempo ao longo da série.

Os índices de frequência n vão de $-\infty$ a $+\infty$, mas no contexto real são sucessões com N valores, $n = -\frac{(N-1)}{2}, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \frac{(N-1)}{2}$.

O espectro cruzado bilateral (frequências negativas e positivas) é definido (cf. Bendat e Piersol, 1986, p. 130) por:

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{Y(n)\bar{X}(n)}{T} \cong \frac{Y(f, T)\bar{X}(f, T)}{T} \quad (1.54)$$

$$S_{yx}(f) \cong \frac{X(f, T)\bar{Y}(f, T)}{T} \quad (1.55)$$

$\bar{X}(n)$ é o complexo conjugado de $X(n)$ e $\bar{Y}(n)$ é o complexo conjugado de $Y(n)$. $Y(f, T)$, $\bar{Y}(f, T)$, $X(f, T)$ e $\bar{X}(f, T)$ são contínuas no domínio da frequência.

A densidade espectral cruzada lateral $G_{xy}(f)$ é o dobro do espectro cruzado bilateral $S_{xy}(f)$ (cf. Bendat e Piersol, 1986, p. 124):

$$G_{xy}(f) = 2S_{xy}(f) \quad 0 \leq f < \infty \quad (1.56)$$

O espectro cruzado contém duas partes de informação (o coespectro e o quadespectro) e pode ser expresso por (cf. Bendat e Piersol, 1986, p. 124):

$$G_{xy}(f) = |G_{xy}(f)| e^{-j\alpha_{xy}(f)} \quad 0 \leq f < \infty$$

$$G_{xy}(f) = |G_{xy}(f)| (\cos(\alpha_{xy}(f)) - j \sin(\alpha_{xy}(f)))$$

$$G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - jQ_{xy}(f) \quad (1.57)$$

$C_{xy}(f)$ = coespectro ou componente em fase do espectro cruzado, em cada frequência;

$Q_{xy}(f)$ = quadespectro ou componente em quadratura (eixo imaginário) do espectro cruzado, em cada frequência;

$\alpha_{xy}(f)$ = relação de fases entre os sinais $x(t)$ e $y(t)$ no domínio frequência.

As funções de densidade de potência (módulo da amplitude) e desfasamento do espectro cruzado (Bendat e Piersol, 1986, p. 124) são definidas respetivamente por:

$$|G_{xy}(f)| = \sqrt{C_{xy}(f)^2 + Q_{xy}(f)^2} \quad (1.58)$$

$$\alpha_{xy}(f) = \tan^{-1} \frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)} \quad (1.59)$$

A coerência quadrada γ_{xy}^2 , indica como dois sinais são linearmente relacionados, em cada frequência (cf. Bendat e Piersol, 1986, p. 136-137). A coerência é 1 para o caso ideal de um sistema linear de parâmetros constantes (onde a frequência é preservada entre a entrada e a saída, podendo ser modificadas, de modo independente, as amplitudes e as fases) e assume o valor 0 se $x(t)$ e $y(t)$ não forem de todo relacionadas.

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_x(f)G_y(f)} \quad 0 \leq \gamma_{xy}^2(f) \leq 1 \quad (1.60)$$

G_x e G_y são os autoespectros dos sinais $x(t)$ e $y(t)$.

A densidade espectral cruzada, $G_{xy}(f)$, a relação de fases, $\alpha_{xy}(f)$ e a coerência quadrada, $\gamma_{xy}^2(f)$, são de utilidade no Capítulo 5 no contexto da interpretação da maré meteorológica.

1.8 Filtro de Doodson e Warburg

A filtragem pelo filtro de Doodson e Warburg (1941) é usado no Capítulo 3, no contexto da validação e controlo de qualidade, e no Capítulo 5, relativo a avaliação de marés meteorológicas.

Nesta secção descreve-se uma revisão prévia sobre filtragem e em particular sobre o filtro de Doodson e Warburg, apoiado em Parker, 2007, pp. 123-128.

Há um conjunto de aplicações em que há vantagem em remover a energia da maré de uma série temporal de observações. Uma das formas consiste em subtrair das alturas das observações as alturas das previsões (usando as constantes harmónicas) para produzir uma série de resíduos, a qual conterá só ou predominantemente a energia extra maré. Todavia, este procedimento tem algumas limitações, nomeadamente caso a previsão seja produzida com falta de algumas constituintes significativas ou as constantes harmónicas não sejam exatas ou de boa qualidade. O método alternativo consiste na filtragem. Este processo é obtido pela convolução de uma sequência de sinais de entrada pela resposta ao impulso do filtro, ou pelos coeficientes do filtro (Ferreira e Ghissoni (2020)).

Os filtros digitais são realizados a partir de três elementos básicos: somador, multiplicador e um atraso (Ferreira e Ghissoni (2020)). São classificados como filtros passa-baixo (a energia passa abaixo de uma frequência designada), filtros passa-alto (a energia passa acima de uma frequência designada), filtros passa-banda (a energia passa entre duas frequências designadas) e filtros de rejeição de banda (permite a passagem de energia na maioria das frequências, exceto entre as duas frequências designadas pelo filtro) (Parker, 2007, p. 128).

No contexto das marés têm sido utilizados vários filtros de «médias corridas pesadas» que procuram: (1) eliminar o máximo possível da energia da maré; (2) minimizar a eliminação da energia dos resíduos a obter; (3) minimizar efeitos adversos, por efeitos de «banda lateral» (cf. Parker, 2007, p. 127).

Nesta Dissertação o filtro utilizado foi o de Doodson e Warburg, doravante designado apenas por «filtro de Doodson». Este, filtra os dados, amostrados de hora a hora, e tem em vista a separação dos resíduos extra maré, a maré meteorológica.

Tem utilidade no sentido de serem comparados com a série de resíduos resultantes das diferenças entre observações e previsões (no controlo de qualidade das constantes harmónicas) ou para quantificar eventuais elevações ou depressões anómalas da superfície do mar, que possam ser justificadas por condições do estado do tempo (p. ex. pressão atmosférica e vento).

De acordo com o indicado em Parker (2007), pp. 127-128, o filtro de Doodson abrange segmentos de 38 horas (incluindo 39 alturas horárias), i.e., $2n + 1 = 39$, sendo os respetivos pesos:

$$W_i = \begin{cases} 0 & \text{para } i = 0, 5, 8, 10, 13, 15, 16 \text{ e } 18 \\ 1/30 & \text{para } i = 2, 3, 6, 7, 11, 12, 14, 17 \text{ e } 19 \\ 2/30 & \text{para } i = 1, 4 \text{ e } 9 \end{cases} \quad (1.61)$$

Os pesos W_i para i de 20 a 38 são simétricos relativamente aos de i de 0 a 19, p. ex. $W_{20} = W_{18}$, $W_{21} = W_{17}, \dots$, $W_{37} = W_1$ e $W_{38} = W_0$. Cada valor filtrado resulta do somatório dos produtos dos pesos W_i pelos correspondentes (do mesmo índice i) da série a filtrar, desde 19 horas antes até 19 horas depois. O processo «varre» toda a série a filtrar (dimensão N), hora a hora, de modo a que o primeiro e o último valores filtrados correspondem aos instantes de índice 19 e $N-19$ da série a filtrar. Ou seja, a série que resulta da filtragem perde, relativamente à série inicial, as primeiras e as últimas 19 horas.

Este filtro, segundo Groves (1955), *apud* Parker (2007), p. 128, elimina 99,94% da energia da maré semidiurna, 99,79% da energia de maré diurna e 99,38% da energia em frequências superiores às da maré astronómica. Contudo, também remove energia em frequências inferiores às da maré astronómica, cerca de 60% em 0,5 ciclos por dia e menores quantidades em frequências inferiores.

Capítulo 2

Desenvolvimento da Ferramenta

2.1 SeaTideWave

A ferramenta «Análise e Previsão Harmónica de Marés e Correntes de Maré» começou a ser desenvolvida por Lopes da Costa, na aplicação de conhecimento e apoio ao ensino na unidade curricular de Oceanografia na Escola Naval (ver Costa, 2014a e Costa, 2014b). Esta versão, elaborada em *excel* continha apenas 29 dias, entre 1 a 29 de novembro de 2005, de alturas da maré prevista para Cascais (Barra de Lisboa), transcritas por consulta da Tabela de Marés do IH, edição de 2005, que serviram para o ensaio inicial do embrião da ferramenta com os métodos de análise por séries de Fourier e por mínimos quadrados (só versão de Boon e Kiley, 1978).

No início da Dissertação existia uma versão preliminar da ferramenta de análise-previsão em MATLAB, feita pelo Orientador, no contexto da proposta de tema a ser desenvolvido em Dissertação na Escola Naval. As suas características ou conteúdo eram: dados de marés dos portos de Boston e Anchorage e de correntes dos locais de Fort Independence e de Haste Shoal, nos EUA; métodos de análise de séries de Fourier e de mínimos quadrados de Boon e Kiley (1978); 31 constituintes; durações de registos limitadas a 29 ou 369 dias; sem gravação automática de constantes harmónicas; correções preliminares só para séries de 29 dias e introdução manual das escolhas para cada corrida de análise de marés.

Nesta Dissertação foram melhorados ou acrescentados um conjunto de funcionalidades ou conteúdos: portos e locais nacionais (Leixões, Lisboa, Setúbal (Tróia), Faro-Olhão, Ponta Delgada e Trafaria), além de Monterey e The Narrows, EUA; o método de análise de mínimos quadrados de Boon (2004); aumentadas as constituintes de 30 para 37 (acrescentadas as M_1 , M_6 , S_6 , M_8 , $2MK_3$, MK_3 e MN_4), reforçando com seis de pequenas profundidades, além da diurna M_1 ; atualizado o programa de cálculo dos elementos orbitais principais e funções orbitais secundárias,

o que permitiu usar para qualquer século e baseado nas “constantes astronómicas” de 2000 (antes estava limitado aos séculos XX e XXI, com as “constantes astronómicas” de 1900); possibilidade de gravar ou não as constantes harmónicas; testes de correções preliminares e de eliminação para séries de 29 e 326 dias; possibilidade de aplicar ou não as correções preliminares e de eliminação; automatização das escolhas iniciais relacionadas com o início da série, fuso horário, latitude, imersão, direção de vazante, etc.; informação automatizada sobre o tipo da maré, relação entre as amplitudes de M_2 e M_4 e eixo principal da corrente; versões simplificadas para a análise e para a previsão e escolhas de duração das séries a analisar entre 29 de 369 dias, com flexibilidade. Elaborado um conjunto de programas: para a avaliação da qualidade, usados para todos os testes apresentados; para a deteção e avaliação de marés meteorológicas, usados com dados de meteorologia e de marés de Newport, Rhode Island, EUA; para previsões de maré ou de correntes de maré para período desejado, p. ex. um ano, usado para previsão de correntes de maré para o local da Trafaria.

SeaTideWave consiste numa ferramenta informática, desenvolvida com recurso à linguagem de programação MATLAB, que permite de modo simples, fazer análises e previsões de marés e correntes de maré, com utilidade no planeamento de operações ou no apoio ao ensino de Oceanografia, não pretendendo substituir as previsões oficiais do IH.

A versão principal da SeaTideWave é composta por dois painéis: análise e previsão. A análise visa obter as constantes harmónicas (amplitudes e fases), que por sua vez terão aplicabilidade na previsão. Para um utilizador prático, apenas o menu previsão constitui interesse e utilidade, pelo que foi criada uma versão simplificada somente com o menu em questão. Para um utilizador especializado foi criada uma versão simplificada para a análise harmónica (cálculo de constantes harmónicas), apenas com o melhor dos métodos (com base no estudo desenvolvido no Capítulo 3) - Boon (2004) -, flexível quanto à duração das séries e critério de separação ou inferição de constituintes, e sem correções preliminares e de eliminação.

2.2 Descrição Geral da Arquitetura do Trabalho Informático

O ponto de partida passou pela recolha de observações a partir de marégrafos ou correntómetros, com séries de alturas da maré ou velocidades e direções da corrente, respetivamente, a intervalos de tempo regulares (usual de uma hora

para marés e 5 ou 6 minutos para correntes). Reuniu-se um conjunto de dados de marés de portos nacionais, cedidos pelo IH, de Leixões, Lisboa, Setúbal (Tróia), Faro-Olhão e Trafaria (correntes), e de Ponta Delgada acedidos online do *British Oceanographic Data Center* (BODC²). Adicionalmente, descarregados da NOAA, respeitantes a marés³ de Boston, Monterey e Anchorage, e respeitantes a correntes de maré⁴ de Fort Independence, de Haste Shoal e The Narrows.

Os dados retirados das respetivas fontes têm díspares formatos, o que levou à sua preparação de modo a serem importados e lidos em linguagem MATLAB. Em antemão, nalguns casos foi necessário transformar os dados de texto para folhas *Excel*. De seguida, importou-se os dados do *Excel* para o MATLAB e através do comando **Save**, os ficheiros foram guardados no tipo *.mat*. Quando necessário o seu emprego, recorreu-se ao comando **Load**.

A conceção e desenvolvimento do projeto, podem ser descritos como um sistema composto por três subsistemas que o apoiam e completam. O subsistema principal consiste na ferramenta SeaTideWave a qual é figurada pelo painel «Análise Harmónica» e pelo painel «Previsão». É complementado pelo subsistema de avaliação ou controlo de qualidade e pelo subsistema de deteção e de avaliação de marés meteorológicas, incluindo *storm surges*. Cada um dos subsistemas inclui vários programas (alguns comuns a dois dos subsistemas) interligados (chamam-se e passam variáveis entre si), que se descreverão na continuação, no que respeita às respetivas funções.

Atendendo ao elevado número de programas foi criado o Apêndice B, sendo este materializado por suporte digital com o conteúdo desenvolvido em MATLAB. O Apêndice B é composto por duas pastas, «B1 - Trabalho Informático» e «B2 - SeaTideWave *Light View*». A primeira pasta, contém os ficheiros de dados dos portos de marés e locais de correntes, assim como os programas produzidos, os quais serão referidos nas secções seguintes. A segunda pasta, caracterizada pela versão simplificada do painel previsão, inclui o ficheiro executável da mesma «SeaTideWave.exe», o arquivo com o setup.exe do MATLAB *Runtime*, um ficheiro do tipo *.pdf* com o «Manual de utilizador» e um vídeo com as instruções.

²Acesso a alturas de maré medidas do BODC no *website*: https://www.bodc.ac.uk/data/hosted_data_systems/sea_level/international/north_atlantic/#Ponta, acedido em setembro de 2020.

³Acesso a alturas de maré medidas da NOAA no *website*: <https://tidesandcurrents.noaa.gov/stations.html?type=Water+Levels>, acedido em setembro de 2020.

⁴Acesso a dados de correntes de maré da NOAA no *website*: <https://tidesandcurrents.noaa.gov/cdata/StationList?type=Current+Data&filter=historic>, acedido em setembro de 2020.

2.2.1 Programa Principal

O painel «Análise Harmónica» evidencia-se como o principal núcleo e desafio desta Dissertação e visa obter as constantes harmónicas de cada porto ou local selecionado. Para tal, é necessário recorrer ao programa «Astronomia.mlx», que resolve a parte de astronomia requerida (calcula os argumentos astronómicos e fatores nodais das constituintes de maré) e ao programa «Analise.mlx» que resolve a análise harmónica (com a opção de um de três métodos e de duração de séries) das alturas de maré ou da componente de enchente-vazante (e da sua ortogonal) da velocidade da corrente. De ressaltar que, para aplicação do método Boon (2004), o programa «Analise.mlx» é auxiliado por outros dois programas: «Analise_Minimos_Quadrados.mlx», que separa 10 constituintes para séries inferiores a 326 dias e, para séries superiores ou iguais a 326 dias, separa 25 constituintes; o «Analise_Minimos_Quadrados_12_adicionais.mlx» separa, adicionalmente às 25, as outras 12 constituintes perfazendo as 37 do sistema. A computação das matrizes em dois passos permite estabilidade nos resultados dos coeficientes a estimar.

A Figura 2.1, representa o visual do painel «Análise Harmónica». Neste é necessário selecionar uma série de requisitos iniciais de modo a obter-se as constantes harmónicas do porto ou local pretendido.

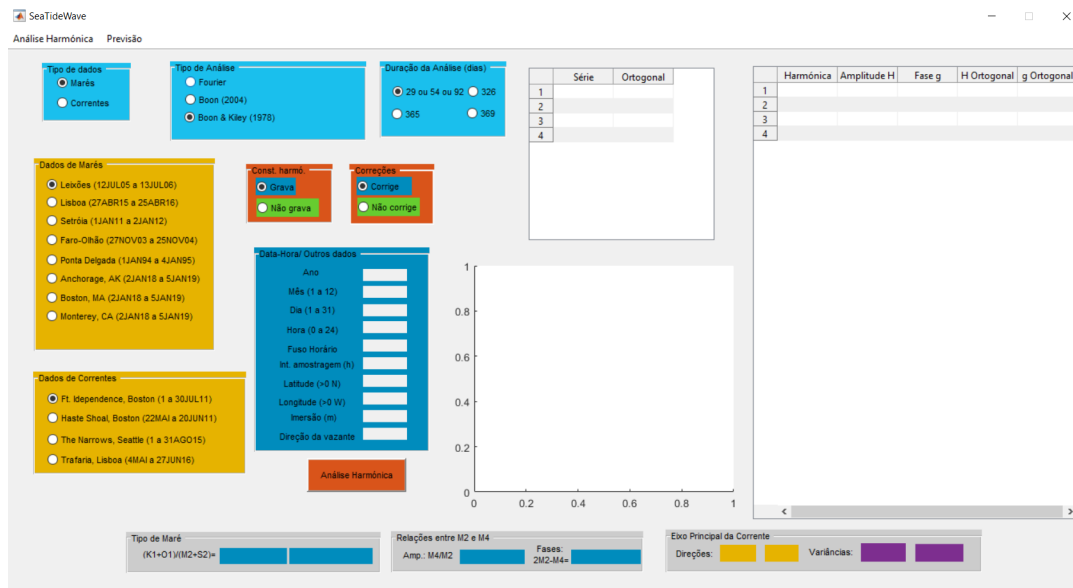


FIGURA 2.1: Visual do painel «Análise Harmónica», sem preenchimento dos *settings* iniciais.

A seleção inicia-se com o tipo de dados: marés ou correntes, a qual deverá ser seguida pela escolha do porto de marés ou local de correntes.

As predefinições correspondentes à análise envolvem a escolha do método: Fourier, Boon (2004) ou Boon e Kiley (1978) e a respetiva duração da série: 29 ou 54 ou 92, 326, 365 e 369 dias. Note-se que, caso seja selecionado um local de correntes, seja este Fort Independence ou Haste Shoal, apenas se obterá resultados para séries de 29 dias; para The Narrows corresponderá à série de 92 dias e para Trafaria corresponderá à série de 54 dias. Neste sentido, a escolha de um local de correntes implica a seleção da opção «29 ou 54 ou 92 dias».

Tal como evidenciado na secção 1.6.6 relativa às correções preliminares e de eliminação, verificou-se que, em alguns casos de séries de curta duração, pode ser benéfico a aplicação das mesmas, pelo que se criou a opção de corrigir ou não corrigir (apenas para séries de 29 dias).

O desenvolvimento de uma ferramenta é um processo iterativo, sujeito a alterações e a novas experiências, por forma a chegar ao melhor resultado possível. Tendo em conta que a SeaTideWave é uma ferramenta de uso académico e corrida frequentemente para desenvolvimento ou melhoria de funcionalidades e testes, acrescentou-se no painel a opção de gravar ou não gravar as constantes harmónicas. Por defeito está selecionada a não gravação das constantes harmónicas. Caso se opte pela gravação das constantes é guardado um ficheiro com a seguinte designação: «CH_*nomedoporto_duração_método.mat*», exemplificando «CH_Lisboa_-29d_BK78.mat».

Depois da seleção dos requisitos descritos, acciona-se o botão «Análise Harmónica» para correr o painel. Como ilustrado na Figura 2.2, o que resulta da corrida é: (1) informações respeitantes à série e ao porto ou local escolhido; (2) a tabela com a série de observações de alturas de maré ou a componente de enchente/vazante ao longo da série e o gráfico correspondente; (3) a tabela com as amplitudes e as fases (constantes harmónicas) das 37 constituintes (no caso de correntes respeitantes a enchente-vazante e ortogonal) e (4) informações relativas ao tipo de maré, relações entre a M_2 e M_4 e o eixo principal da corrente, este para o caso de correntes de maré.

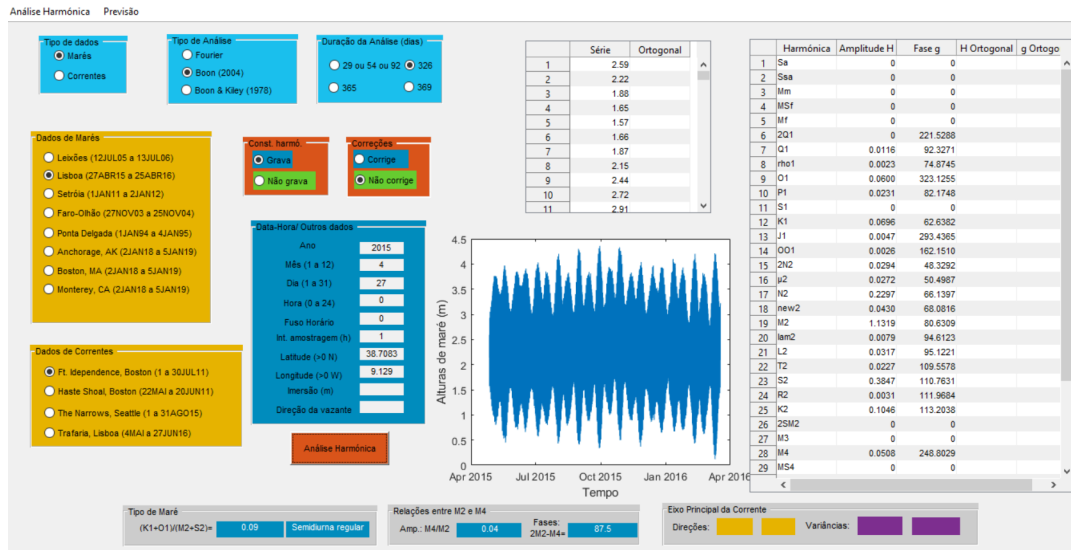


FIGURA 2.2: Visual do painel «Análise Harmónica», corrido para o porto de Lisboa, pelo método Boon (2004), para 326 dias, sem correções preliminares e de eliminação.

A classificação do tipo de maré depende do rácio entre a soma das amplitudes de K_1 e O_1 , em numerador, e a soma das amplitudes de M_2 e S_2 , em denominador. Se o valor desse rácio for inferior a 0,25 a maré é considerada semi-diurna regular; entre 0,25 e 1,5 é maré mista predominantemente semidiurna; entre 1,5 e 3 é mista e com valor superior a 3 é diurna (cf. Simon, 2013, p. 195).

A diferença de fases entre M_2 e M_4 permite inferir a ocorrência de maior intensidade (velocidade) no período de enchente ou no período de vazante (cf. Parker, 1991, p. 263). Se a diferença for: (1) 0^0 representa períodos de enchente curtos e rápidos; (2) 90^0 representa períodos de estofo mais longos antes da vazante; (3) 180^0 representa períodos de vazante curtos e rápidos; e (4) 270^0 representa períodos de estofo mais longos antes da enchente.

O painel «Previsão» tem um visual com menos objetos gráficos e a sua funcionalidade passa pela aplicação da fórmula harmónica da previsão, apresentada no capítulo anterior, para o caso de marés ou correntes de maré.

A Figura 2.3, representa o visual do painel «Previsão». Neste, o utilizador poderá escolher entre os portos de marés ou locais de correntes para a data pretendida, com incrementos de 1 hora, 30, 15 ou 6 minutos.

A previsão efetuada é apenas para um dia, começando na hora 23 do dia anterior e terminando na primeira hora do dia seguinte, pois poderá haver ocasiões em que essa informação seja relevante para o utilizador, por exemplo uma preia-mar

ou baixa-mar a escassos minutos antes das 0 horas ou escassos minutos depois das 24 horas do dia de interesse.

Caso seja selecionado um porto de marés obtém-se a hora e os valores das alturas de maré para a preia-mar e baixa-mar. Caso seja um local de correntes, obtém-se a hora e os valores dos máximos de velocidade de enchente e de vazante e os estofos. A tabela apresenta os valores da altura da maré prevista segundo o incremento de tempo escolhido. Para correntes de maré apresenta a hora, velocidade na componente enchente-vazante, velocidade (magnitude) e a direção, segundo esta sequência. O gráfico representa a curva das previsões obtidas.

Caso seja pretendido acrescentar outros portos ou locais o procedimento é o que foi descrito, requerendo alterar o programa nos ficheiros .m e .fig, o que pode ser mais difícil para utilizador menos habilitado.

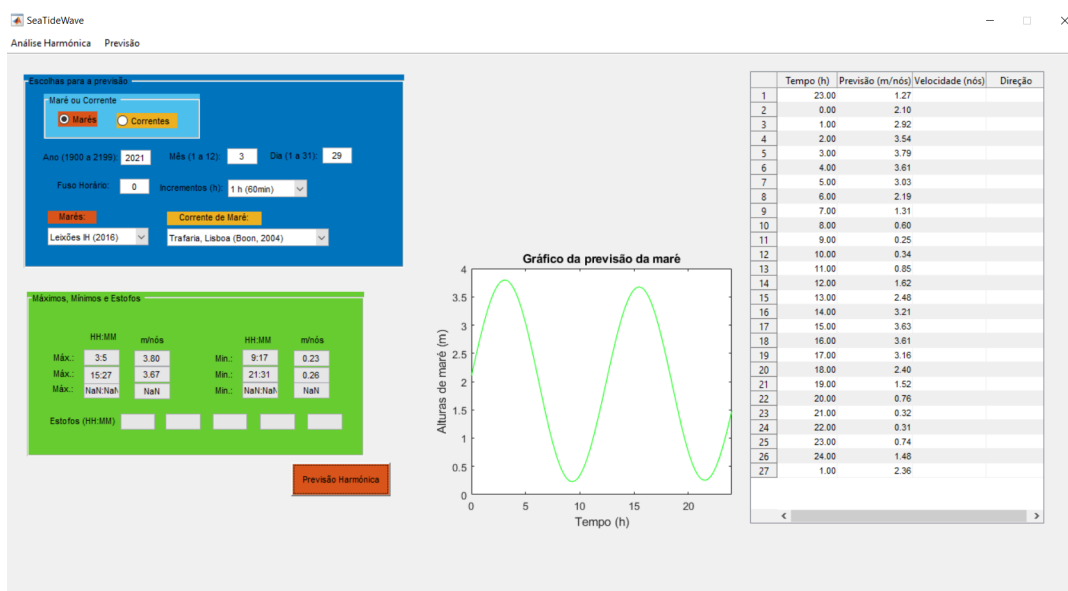


FIGURA 2.3: Visual do painel «Previsão», corrido para a estação da Trafaria, pelo método Boon (2004), para 29MAR21.

2.2.2 Programas para Controlo de Qualidade

A avaliação ao controlo de qualidade é o segundo subsistema que complementa o trabalho informático, sendo constituído pelo programa «Processamento_residuos.mlx», o qual importa os dados de ficheiros .mat. Visa obter e processar os resíduos de maré ou de corrente de enchente-vazante (observações subtraídas das previsões) e controlo de qualidade dos dados e das constantes harmónicas.

A programação, inerente ao controlo de qualidade, abriga um conjunto de outros programas que são chamados por forma a auxiliar os cálculos pretendidos.

Inicialmente, o utilizador terá que admitir a entrada dos dados, seleccionando o porto e os dados correspondentes ao mesmo e o método de análise que pretende avaliar.

A sequência de corrida do programa passa por: (1) cálculo das previsões e apresentação dos gráficos temporais; (2) leitura das observações e apresentação dos gráficos temporais; (3) cálculo dos resíduos, respetivos gráficos e estatísticas (média, máximo, mínimo, desvio-padrão e redução de variância); (4) análise espectral de resíduos e os seus gráficos e (5) filtragem da maré ou da corrente de enchente-vazante pelo filtro de Doodson e resíduos resultantes, com estatísticas e gráficos.

Existem dois programas, designados «Previsao_da_mare_ou_corrente.mlx» e «Leitura_Mares_ou_Correntes_NOAA.mlx», que correspondem ao cálculo das previsões de marés ou de correntes e leitura das observações (este apenas para portos ou locais, cujos dados foram descarregados do *site* da NOAA), respetivamente, sendo ambos chamados pelo o programa do controlo de qualidade. Existe também o «Leitura_Mares_ou_Correntes_NOAA_A.mlx», variante ao «Leitura_Mares_ou_Correntes_NOAA.mlx», que pode ser corrido de modo autónomo (sem ser chamado de fora), sendo utilizado em alguns programas com a vantagem de ser mais rápido. Para a leitura inicial dos dados de correntes fornecidas pelo IH (da Trafaria) existe o programa «Leitura_correntes_IH.mlx». Os dados de observações (das várias origens), uma vez lidos, foram também importados e guardados (comando **Save**) em ficheiros de MATLAB (.mat), sendo o seu carregamento facilitado, na corrida dos programas, através de comando **Load**. A partir das diferenças entre as observações e previsões, obtêm-se os resíduos, os quais são graficados com e sem média removida. Posteriormente, determina-se as estatísticas dos resíduos, compostas pela média, máximo, mínimo, desvio-padrão e redução de variância.

A análise espectral é resolvida com o programa «Espectro_FFT.mlx», este recebe uma série temporal (p. ex. alturas de maré) e grafica os resultados do espectro de amplitudes, no domínio de frequência (ciclos por dia) ou de períodos (horas), em concordância com a sua interpretação no contexto da avaliação da qualidade das constantes harmónicas obtidas pelos métodos de análise das marés ou das correntes de maré (menores as amplitudes dos resíduos melhor a qualidade). Os detalhes relativos ao autoespectro foram expostos em 1.7.1.

A filtragem da maré, com recurso ao filtro de Doodson, é realizada com o

programa «Filtro_Doodson.mlx», o qual filtra os dados com incrementos de amostragem de hora a hora, separando os resíduos. O produto deste filtro permite quantificar episódios de sobrelevações ou depressões do nível do mar associadas a condições meteorológicas. O filtro de Doodson foi abordado com detalhe na secção 1.8.

2.2.3 Programas para Detecção e Avaliação de *Storm Surges*

Um *storm surge* é uma subida invulgar do nível da água, em direção à costa, durante uma episódio meteorológico mais intenso (p. ex. pressão atmosférica, vento, etc.), que difere substancialmente da altura de maré prevista. Podem também ter associadas fases negativas ou de baixa da superfície do mar, sendo casos particulares de marés meteorológicas.

A detecção e avaliação de *storm surges* é o terceiro e último subsistema do trabalho informático, sendo constituído por quatro programas: «Leitura_Meteorologia_NOAA.mlx», «Leitura_Mares_ou_Correntes_NOAA_A.mlx», «Processamento_Storm_Surge.mlx» e «Espectro_Cruzado_Newport.mlx». Este subsistema tem por finalidade a leitura de uma série de dados meteorológicos e uma série de dados de alturas de maré, e posterior processamento para a detecção e avaliação de ocorrências de elevações e/ou depressões anómalas e a sua relação com a meteorologia (estado do tempo). A interpretação dos resultados conseguido para o caso de Newport, Rhode Island, EUA, no período de 1JAN18 a 31DEZ18, é apresentada no Capítulo 5.

O programa «Leitura_Meteorologia_NOAA.mlx» tem como objetivo a leitura dos ficheiros de dados meteorológicos (pressão atmosférica, velocidade e direção do vento) e o cálculo das componentes do vento a soprar de terra para mar (> 0) e do mar para terra (< 0) e das componentes paralelas a terra (> 0 costa à direita do rumo do vento e < 0 costa à esquerda do rumo do vento).

O programa «Processamento_Storm_Surge.mlx» grafica o ficheiro de dados meteorológicos e de marés, e reorganiza os dados meteorológicos, omitindo os das primeiras e últimas 19 horas, de modo a ficarem simultâneos com a série de resíduos da maré meteorológica da saída do filtro de Doodson. É efetuada a análise espectral dos resíduos, para se avaliar as suas amplitudes em relação com a frequência, em ciclos por dia, ou com períodos, em horas. Adicionalmente, são apresentados gráficos temporais das séries meteorológicas (pressão e componentes do vento terra-mar e paralela à costa), simultâneas com os resíduos extra maré, e, no final do programa,

pode escolher-se os registos dos vetores a explorar ou graficar para avaliar, com mais pormenor, as causas dos resíduos.

Para complementar o estudo dos *storm surges* desenvolveu-se o programa «Espectro_Cruzado_Newport.mlx» que permite averiguar as relações entre eventos meteorológicos e alterações no nível do mar, através do espectro cruzado, coerências quadradas e relações de fase (para cada frequência) entre ambas as séries (no caso resíduos de Newport e pressões atmosféricas).

2.3 Versão Simplificada para a Previsão - SeaTideWave *Light View*

A ferramenta SeaTideWave, desenvolvida no âmbito académico, apesar de simples, não é o que mais interessa a um utilizador comum, sobretudo na sua componente de análise de marés e de correntes (mais especializada e sem interesse prático imediato). A esse utilizador interessará mais a funcionalidade de previsão. Neste sentido, foi criada uma versão simplificada e no formato executável para que possa ser instalada em qualquer dispositivo portátil. Contrapondo a ferramenta mais completa, esta versão assume-se como «*light view*», na medida em que é constituída pelo painel da previsão e apenas utiliza as constantes harmónicas obtidas pelo método Boon (2004), já que este tem sempre melhores resultados que os outros dois estudados (de Fourier e de Boon e Kiley, 1978), e apenas os portos nacionais. O programa também pode ser corrido através da pasta B1 do Apêndice B, tendo a designação «SeaTideWave_Previsao.m», onde consta o manual de instruções para o utilizador.

2.4 Versão Simplificada para a Análise Harmónica

Na secção 2.2 foi elaborada a descrição geral da arquitetura do trabalho informático, resultante de estudo da matéria teórica aplicável, de testes e de alterações sucessivas, o que contribuiu para os produtos e resultados apresentados ao longo da Dissertação. Da avaliação dos três métodos de análise, com recurso aos programas relativos ao controlo de qualidade, a descrever no Capítulo 3, constatou-se que havia um predomínio de melhores resultados para o método de Boon (2004). Ademais, averiguou-se que as correções preliminares e de eliminação, apenas utilizadas nos métodos de Fourier e de Boon e Kiley (1978), nas séries curtas (de 29 a 326 dias), não beneficiavam geralmente a qualidade das constantes harmónicas obtidas,

conforme quantificado pelas estatísticas dos resíduos entre observações e previsões. Isto será documentado, mais adiante, na parte respeitante a avaliação e controlo de qualidade. Deste modo, foi criada uma versão simplificada do painel «Análise Harmónica», apenas com o método de Boon (2004) e sem correções preliminares e de eliminação, a qual será vantajosa, do ponto de vista funcional ou do utilizador, para a obtenção de constantes harmónicas, com dados de outros portos ou locais de interesse no futuro. Bastará incorporar a leitura dos dados de marés ou correntes a analisar, o que requer alguma destreza em programação.

A partir do programa «Analise.mlx», para a análise harmónica, foi criada uma nova versão reformulada «SeaTideWave_Analise.m», com a redução substancial do número de linhas do código, dando origem ao programa «Analise_Simples.mlx». Esta nova variante, resolve a análise harmónica somente para o método Boon (2004), dispensando toda a matemática associada aos métodos de Fourier e de Boon e Kiley (1978), bem como as mencionadas correções preliminares e de eliminação. O utilizador tem a opção de escolher separar 10 constituintes e inferir 15 ou separar as 37 constituintes. Testes efetuados com a análise dos dados a portos de marés, pelo método de Boon (2004), revelaram que ao tentar separar as 37 constituintes, com série de duração inferior a 125 dias, surgem resultados instáveis para as S_a e S_{sa} , M_m , MS_f , S_2 , R_2 e K_2 ; em séries entre 125 e 290 dias surgem naturalmente resultados instáveis para S_a e S_{sa} ; e com mais de 290 dias os resultados são consistentes e estáveis para as 37. Assim, deduz-se que não é possível determinar as constantes harmónicas de todas as constituintes de longo período, para séries inferiores a 290 dias, sendo de procurar separar as 37 constituintes com séries superiores a 290 dias, e separar 10 e inferir 15 para séries inferiores a 290 dias.

Tendo em vista a simplificação e a maximização dos resultados, optou-se naturalmente pela máxima duração das séries, para cada porto ou local de correntes, uma vez que as séries de maior dimensão proporcionam melhores constantes harmónicas e consequentemente resíduos menores (com estatísticas mais favoráveis), omitindo-se assim o menu «Duração da Análise (dias)».

Tal como referido nas instruções para o utilizador da ferramenta SeaTideWave *Light View*, relativamente à sua versatilidade, para acréscimo de previsões de novos portos, esta versão simplificada torna o processo de análise para as constantes harmónicas, mais simples e funcional, com garantia dos melhores resultados.

A Figura 2.4, apresenta o visual da versão simplificada da ferramenta SeaTideWave para a análise harmónica. Destaca-se como principais diferenças a ausência dos menus «Tipo de análise», «Correções» e «Duração da Análise».

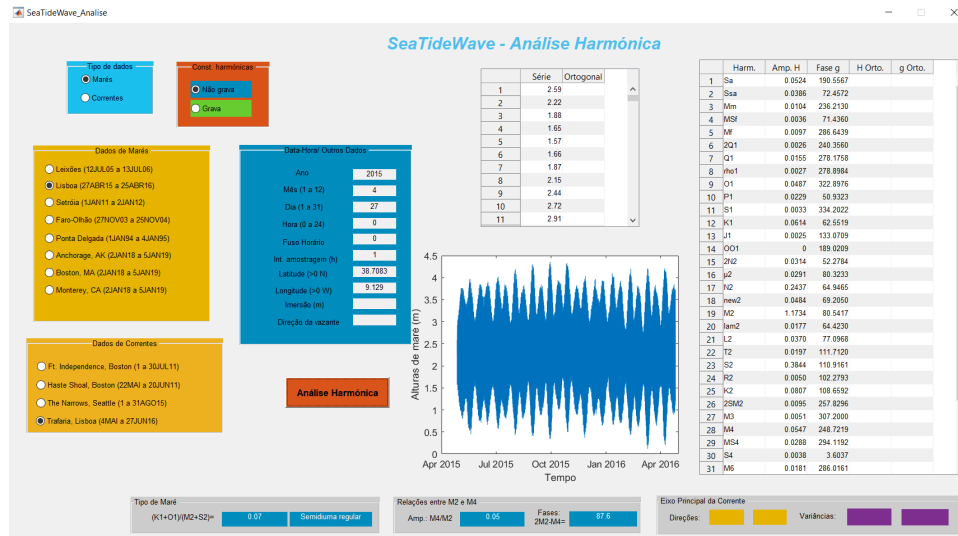


FIGURA 2.4: Visual da ferramenta SeaTideWave simplificada para o painel «Análise Harmónica», corrido para o porto de Lisboa.

Capítulo 3

Validação e Controlo de Qualidade

3.1 Metodologia

Para controlo de qualidade da análise-previsão dispõe-se de um conjunto de programas para cálculo de resíduos (diferenças entre observações e previsões, estas subtraídas àquelas), estatísticas e espectros de amplitudes desses resíduos, e ainda a filtragem da série temporal das observações pelo filtro de Doodson para remover a maré astronómica e ficar com os resíduos que contenham a designada maré meteorológica, já que esta justifica parte dos resíduos entre as observações e as previsões proporcionadas pelas constantes harmónicas resultantes das análises realizadas, pelos três métodos programados.

No controlo de qualidade das constantes harmónicas obtidas é adicionalmente recomendado proceder à avaliação do espectro dos resíduos, na medida em que se as observações analisadas tiverem erros de tempo ou de amplitude, ou se a quantidade de constituintes separadas na análise não for a adequada, então o espectro de resíduos vai revelar amplitudes significativas, o que é indício da má qualidade da análise e das constantes harmónicas conseguidas (cf. p. ex. Parker, 2007, pp. 162-163 ou em Boon, 2004, pp. 157-158). Quanto menores as amplitudes nos espectros dos resíduos, melhor a qualidade do modelo preditivo (as constantes harmónicas).

3.1.1 Resíduos entre Observações e Previsões

Em primeira instância, obtêm-se os resíduos a partir da diferença entre as observações e previsões. Posteriormente, obtêm-se as estatísticas desses resíduos, sendo estas: média, máximo e mínimo, o desvio-padrão (σ) e a redução de variância (RV).

O desvio-padrão é um parâmetro que representa o grau de dispersão em relação à média de uma população. Numa população cuja probabilidade de ocorrência siga a curva de Gauss (distribuição normal) 68 por cento da dispersão está centrada na média, mais ou menos o desvio-padrão, ou seja, quanto mais próximo de zero for o desvio-padrão, mais homogêneos são os dados, o que é favorável no caso de controlo de qualidade de constantes harmónicas (através dos resíduos entre observações e as previsões por elas geradas). A equação 3.1.1 permite obter um estimador amostral do desvio-padrão ($\hat{\sigma}$), a partir da amostra de dados.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (h_{obs}(i) - h_{pre}(i))^2}{N - 1}} \quad (3.1)$$

$h_{obs}(i)$: cada uma das observações

$h_{pre}(i)$: cada uma das previsões

i : índice das observações e previsões ($i = 1, 2, 3, \dots, N$)

N : a quantidade de dados (observações e previsões correspondentes)

A redução de variância calcula em que medida, percentual das amplitudes, o modelo de previsão se ajusta às observações. De acordo com Boon, 2004, p. 95:

$$RV = \frac{\sum_{i=1}^N (h_{pre}(i) - \overline{h_{pre}})^2}{\sum_{i=1}^N (h_{obs}(i) - \overline{h_{obs}})^2} \times 100 \quad (3.2)$$

$h_{obs}(i)$: as observações do modelo

$h_{pre}(i)$: as previsões do modelo

$\overline{h_{obs}}$: valor médio das observações

$\overline{h_{pre}}$: valor médio das previsões

i : índice das observações e previsões ($i = 1, 2, 3, \dots, N$)

N : a quantidade de dados (observações e previsões correspondentes)

Reduções de variância próximas de 100 por cento são bons indicadores no controlo de qualidade das constantes harmónicas, pois significa que as amplitudes geradas pelo modelo preditivo aproximam das amplitudes das observações. No entanto, não são só por si reveladoras de erros em tempo, pelo que é necessário também ter em conta as outras estatísticas, designadamente o desvio-padrão. Reduções de variância superiores a 100 por cento significam que as amplitudes previstas superam as amplitudes das observações; inferiores a 100 por cento significam amplitudes previstas inferiores às das observações.

Para avaliação da qualidade das previsões devem estas ser geradas com as constantes harmónicas obtidas e comparar com as observações (período temporal da análise e até outros períodos temporais que possam estar disponíveis) e, subtraindo as previsões das observações, obter resíduos. À série de resíduos é boa prática efetuar análise espectral, de modo a detetar eventual energia nas frequências próprias da maré. Havendo essa energia nos resíduos pode considerar-se serem as constantes harmónicas de pouca qualidade devido a: erros em tempo nos dados observados; a não inclusão de constituintes suficientes na análise; ou inferência de constituintes mal conseguida (a metodologia das inferências de Schureman (1958) é menos conseguida em situações hidrodinâmicas favoráveis a *overtides* e a marés compostas). Deve-se também analisar o gráfico dos resíduos e interpretar as partes em que surjam flutuações nas frequências da maré; essas situações podem justificar-se pela ocorrência de caudais excessivos (fazem reduzir as amplitudes da maré) ou de *storm surges* (com elevações anómalas aumentam e com depressões diminuem as amplitudes da maré), pelo que convém avaliar os registos do vento, pressão atmosférica ou caudais (cf. Parker, 2007, pp. 162-163).

No contexto do controlo de qualidade de constantes harmónicas, através da avaliação do espectro dos resíduos, é bom indicador a ocorrência de pequenas amplitudes no espectro (tão próximas de zero quanto possível). Adicionalmente há vantagem em comparar a série temporal dos resíduos com a série temporal resultante da filtragem de Doodson das observações, no sentido de se verificar se as amplitudes das oscilações são similares e se as suas tendências de crescimento ou de decréscimo acontecem de modo coerente e em simultâneo nas duas séries. Se existem oscilações da maré meteorológica resultante da filtragem, naturalmente são expectáveis oscilações nos resíduos de observação-previsão. A filtragem de Doodson é também usada na deteção e avaliação de marés meteorológicas a abordar no Capítulo 5.

3.2 Apresentação e Interpretação de Resultados

Considerando a metodologia sobre processamento de resíduos, segue-se a apresentação e interpretação dos resultados obtidos. No essencial, existem dois tipos de abordagem de processamento: alturas de maré e correntes de maré.

O controlo de resíduos para portos de marés (Leixões, Lisboa, Setúbal-Tróia, Faro-Olhão, Ponta Delgada, Anchorage, Boston e Monterey), encontram-se nos Apêndices C a J. Nestes, são apresentados quatro gráficos: (1) séries temporais de resíduos com média removida, (2) a série temporal da filtragem das observações, pelo filtro de Doodson (maré meteorológica) e as análises espectrais de amplitude dos resíduos (3) em ciclos por dia e (4) em períodos (horas).

O controlo de resíduos para os locais de correntes de maré (Fort Independence, Haste Shoal, The Narrows e Trafaria), encontram-se nos Apêndices L a P. Nestes, são apresentados uma maior quantidade de gráficos (onze), pois devem ser considerados mais elementos para a interpretação da análise e previsão de correntes: (1) velocidades e (2) direções, observadas; (3) diagrama de dispersão das observações, com indicação do eixo principal da corrente, correspondente à direção de enchente-vazante; (4) velocidade e (5) direção da corrente prevista; (6) velocidade de enchente-vazante observada e (7) previsão da velocidade de enchente-vazante; (8) resíduos de observação subtraídos da previsão, da enchente-vazante; (9) resíduos (meteorológicos) após filtragem de Doodson à enchente-vazante observada; e (10) espectros de amplitude dos resíduos de enchente-vazante em ciclos por dia e (11) em períodos (horas).

Tendo em conta o elevado número de gráficos, a interpretação dos mesmos será selecionada, ou seja, será efetuada uma análise pormenorizada, apoiada nos gráficos mencionados, do porto de Leixões para 365 dias (método Boon, 2004), enquanto que os restantes métodos (de Boon e Kiley, 1978 e de séries de Fourier) e restantes portos serão analisados de uma forma global mais resumida, evitando repetição desnecessária de procedimentos similares, salientando-se apenas as estatísticas e informações consideradas mais relevantes. Os elementos completos, incluindo os gráficos, podem ser consultados nos apêndices. Relativamente aos quatro locais de correntes de maré será feita a descrição detalhada para Fort Independence para o método Boon (2004), e de modo mais resumido para Haste Shoal e The Narrows e Trafaria, não deixando de se salientar a informação relevante.

3.2.1 Apresentação e Interpretação do Controlo de Qualidade para os Portos de Marés

Para o porto de Leixões (lat. = 41,18667 N e lon. = 8,7045 W), verificam-se resíduos (observações subtraídas das previsões com as constantes harmónicas obtidas pelo método de Boon (2004), série de 365 dias) compreendidos entre -0,2 m e 0,4 m, aferindo-se maiores oscilações durante os meses de outono e inverno, oscilações aparentemente relacionadas com a estrutura da maré meteorológica obtida, após aplicação do filtro de Doodson (ver Figura 3.1).

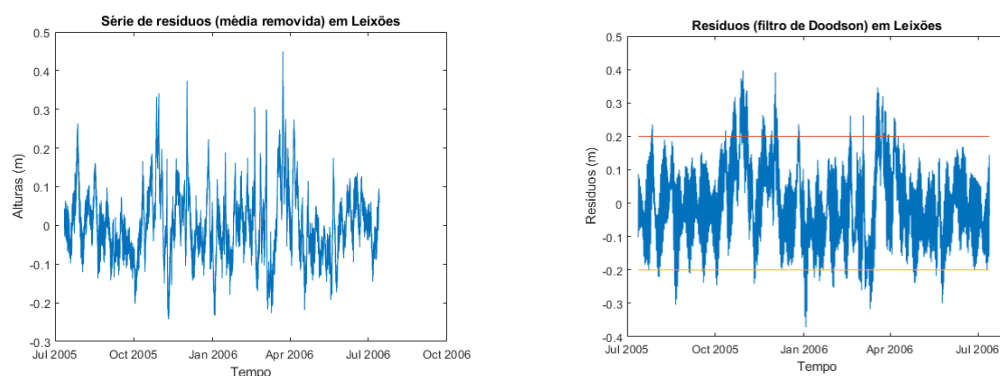


FIGURA 3.1: Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.), respeitantes a Leixões, 12JUL05 a 13JUL06.

No que se refere à análise espectral (ver Figura 3.2) há a salientar, no conjunto dos dois gráficos (ciclos por dia e períodos), escassa energia residual, com amplitudes de cerca de 0,5 cm, em períodos semidiurnos, e praticamente nada em diurnos, reveladores da muito boa qualidade das constantes harmónicas (modelo preditivo conseguido). Amplitudes um pouco maiores (até cerca de 3,5 cm) revelam-se em frequências baixas ou períodos maiores que 30 horas⁵ - no lado direito da Figura 3.2, nos períodos entre 0 e 30 horas, não consta aquela amplitude de 3,5 cm, apenas semidiurnas com cerca de 0,5 cm -, de oscilações aleatórias de cariz meteorológico e sem relação com a maré astronómica que se pretende na previsão.

⁵Optou-se optou por limitar a escala dos períodos a 30 horas para melhor perceção da distribuição de energia de maior frequência. Se fosse limitada em maior e suficiente quantidade de horas aparecia no gráfico a energia da baixa frequência.

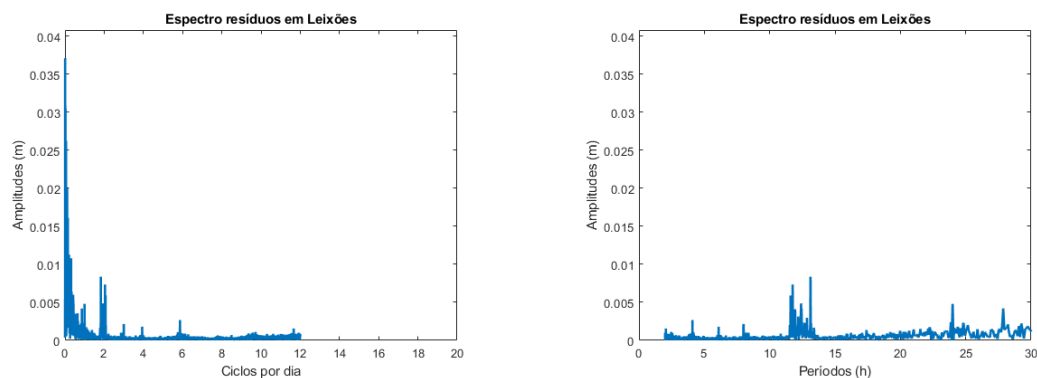


FIGURA 3.2: Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (horas) (dir.), respeitantes a Leixões, 12JUL05 a 13JUL06.

A Tabela 3.1 mostra o resumo estatístico dos resíduos respeitante a Leixões, para análises de 365 dias, pelos três métodos: Boon (2004), Boon e Kiley (1978) e Fourier. Pode notar-se: as reduções de variância, todas na casa de 98 a 99 por cento, o que são bons indicadores (100 por cento seria o ideal); os desvios-padrão de 8,9 cm para Boon (2004) e para Boon e Kiley (1978) e de 9,8 cm para Fourier, são todos eles indicadores de muito boa qualidade do modelo de previsão conseguido. De salientar também, que se pode considerar os resultados obtidos bastante satisfatórios tendo como termo de comparação as estatísticas (desvio-padrão de 9,8 cm e redução de variância de 98 por cento - ver Tabela 3.2) obtidas utilizando as constantes harmónicas do Instituto Hidrográfico (dados de 12JUL05 a 13JUL06).

Leixões (análise de 365 dias - resíduos de 12JUL05 a 13JUL06)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1478	0,5972	0,0947	0,0887	98,75
Boon e Kiley (1978)	0,1478	0,5901	-0,0935	0,0885	98,74
Fourier	0,1478	0,6329	-0,1716	0,0978	98,54

TABELA 3.1: Estatísticas de resíduos do porto de Leixões, para análises de 365 dias, correspondentes às observações de 12JUL05 a 13JUL06 e aos três métodos de análise.

Como pode ser verificado no Apêndice C respeitante a Leixões os picos de amplitudes dos espectros dos resíduos nas análises de 29 dias são de 10 cm para Fourier e para Boon e Kiley (1978) e de 3,5 cm para Boon (2004). Nas análises de 326 e 365 dias são inferiores a 4,5 cm na de Fourier e inferiores a 1 cm nas outras duas. Estes valores de amplitudes espectrais (de escassos centímetros) dos resíduos

3.2. Apresentação e Interpretação de Resultados

são indicadores de boa qualidade das constantes harmônicas conseguidas, sobretudo nas de 326 e 365 dias.

No respeitante à Tabela 3.2 que agrega o resumo estatístico dos resíduos, associados às constantes harmônicas calculadas, no conjunto das análises pelos três métodos, para séries de 29, 326 e 365 dias, para Leixões, pode notar-se: (1) as das análises de 326 e 365 dias têm no seu conjunto desempenhos semelhantes; (2) as de Fourier e de Boon e Kiley (1978), de 29 dias têm desempenhos inferiores às de 326 e 365 dias, mas as de Boon (2004) de 29 dias desempenho semelhante às de 326 e 365 dias; (3) as das análises de 326 e 365 dias têm desempenhos semelhantes às do IH 2005/2006 - as de 326 dias dos métodos Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e as 365 dias superam as do IH; e (4) todas as análises proporcionam constantes harmônicas com qualidade adequada para navegação.

Leixões (análise de 29 dias - resíduos de 12JUL05 a 13JUL06)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1481	0,6468	-0,1965	0,1049	97,97
Boon and Kiley (1978)	0,1481	0,8184	-0,3071	0,1401	95,35
Fourier	0,1481	0,7992	-0,2742	0,1403	92,71
Leixões (análise de 326 dias - resíduos de 12JUL05 a 13JUL06)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1478	0,5971	-0,0961	0,0887	98,73
Boon and Kiley (1978)	0,1478	0,5839	-0,0908	0,0888	98,65
Fourier	0,1477	0,6056	-0,2164	0,1116	102,55
Leixões (análise de 365 dias - resíduos de 12JUL05 a 13JUL06)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1478	0,5972	0,0947	0,0887	98,75
Boon and Kiley (1978)	0,1478	0,5901	-0,0935	0,0885	98,74
Fourier	0,1478	0,6329	-0,1716	0,0978	98,54
Leixões (Constantes Harmônicas do IH - resíduos de 12JUL05 a 13JUL06)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
CH IH	0,1481	0,6009	-0,1165	0,0982	98,43

TABELA 3.2: Estatísticas de resíduos do porto de Leixões, para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326 e 365 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmônicas do IH.

De seguida, passa-se a analisar os restantes portos de marés, embora com uma descrição menos detalhada no respeitante a gráficos - estes podem ser consultados nos Apêndices D a J -, mas com a informação essencial, resumida nas tabelas.

Como pode ser verificado no Apêndice D, respeitante a Lisboa (lat. = 38,70833 N e lon. = 9,129 W), os picos de amplitudes dos espectros dos resíduos nas análises de 29 dias são de 11 cm para Fourier, de 6 cm para Boon e Kiley (1978) e de 2,5 cm para Boon (2004). Nas análises de 326 dias são de 6,2 cm para Fourier, de 1,5 cm para Boon e Kiley (1978) e para Boon (2004). Estes valores de amplitudes espectrais (de alguns centímetros) dos resíduos são indicadores de razoável ou boa qualidade das constantes harmónicas conseguidas, sobretudo nas de 326 dias.

Para Lisboa, no conjunto das constantes harmónicas obtidas das análises dos três métodos, para séries de 29 e 326 dias, pode-se salientar: (1) as análises de 326 dias pelos métodos Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) superam as do IH 2015-2016; e (2) as constantes harmónicas das análises de 326 dias afiguram-se adequadas para navegação, incluindo as de 29 dias (estas de menor qualidade) (ver Tabela 3.3).

Lisboa (análise de 29 dias - resíduos de 27ABR15 a 25ABR16)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0992	0,5881	-0,184	0,0898	99,1
Boon and Kiley (1978)	0,0992	0,6469	-0,2543	0,1124	96,59
Fourier	0,0992	0,6709	-0,2851	0,1291	99,67
Lisboa (análise de 326 dias - resíduos de 27ABR15 a 25ABR16)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0991	0,3966	-0,1161	0,0665	99,46
Boon and Kiley (1978)	0,0992	0,3931	-0,1056	0,0672	99,37
Fourier	0,0991	0,4841	-0,2789	0,1064	99,22
Lisboa (Constantes Harmónicas do IH - resíduos de 27ABR15 a 25ABR16)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
CH IH	0,0992	0,4111	-0,1302	0,0672	99,3

TABELA 3.3: Estatísticas de resíduos do porto de Lisboa, para os três métodos de análise e duração de série de 29 e 326 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas do IH.

3.2. Apresentação e Interpretação de Resultados

Como pode ser verificado no Apêndice E, respeitante a Setúbal (Tróia) (lat. = 38,4945 N e lon. = 8,90083 W), os picos de amplitudes dos espectros dos resíduos nas análises de 29 dias são de 4 cm para Fourier, de 5 cm para Boon e Kiley (1978) e de 2,5 cm para Boon (2004). Nas análises de 326 dias são inferiores a 4 cm para Fourier e 1,5 cm para os outros dois métodos. Nas análises de 365 dias são de 3,5 cm para Fourier e de 1,5 cm para os outros dois métodos. Estes valores de amplitudes espectrais (de escassos centímetros) dos resíduos são indicadores de boa qualidade das constantes harmónicas conseguidas.

Para Setúbal (Tróia), no conjunto das constantes harmónicas obtidas das análises dos três métodos, para séries de 29, 326 e 365 dias, pode-se salientar: (1) todas as análises têm resultados similares, incluindo as do IH 2011; (2) as de Boon (2004) revelam resultados melhores do que o Boon e Kiley (1978) e Fourier; (3) as de Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) de 326 e 365 dias superam as do IH; e (4) todas as análises proporcionam constantes harmónicas adequadas para navegação, face aos valores de desvios-padrão e redução de variância (ver Tabela 3.4).

Setróia (análise de 29 dias - resíduos de 1JAN11 a 2JAN12)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1567	0,7589	-0,1261	0,0986	99,7
Boon and Kiley (1978)	0,1567	0,6957	-0,217	0,1119	97,06
Fourier	0,1567	0,751	-0,1839	0,106	100,27
Setróia (análise de 326 dias - resíduos de 1JAN11 a 2JAN12)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1574	0,6519	-0,0658	0,0837	99,02
Boon and Kiley (1978)	0,1570	0,6224	-0,1395	0,0902	99,07
Fourier	0,1571	0,6468	-0,2369	0,1038	99,86
Setróia (análise de 365 dias - resíduos de 1JAN11 a 2JAN12)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1574	0,6521	-0,0671	0,0837	98,91
Boon and Kiley (1978)	0,1573	0,6508	-0,0665	0,0836	98,91
Fourier	0,1574	0,6943	-0,1522	0,0905	101,24
Setróia (Constantes Harmónicas do IH - resíduos de 1JAN11 a 2JAN12)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
CH IH	0,1567	0,7124	-0,1059	0,0925	98,52

TABELA 3.4: Estatísticas de resíduos do porto de Setúbal (Tróia), para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326 e 365 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas do IH.

Como pode ser verificado no Apêndice F, respeitante a Faro-Olhão (lat. = 36,97817 N e lon. = 7,86617 W), os picos de amplitudes dos espectros dos resíduos nas análises de 29 dias são de 13 cm para Fourier, de 12 cm para Boon e Kiley (1978) e de 4 cm para Boon (2004). Nas análises de 326 dias são de 4,6 cm para Fourier e inferiores a 4 cm para Boon e Kiley (1978) e para Boon (2004). Estes valores de amplitudes espectrais (de alguns centímetros) dos resíduos são indicadores da boa qualidade das constantes harmónicas conseguidas, sobretudo nas de 326 dias.

Para Faro-Olhão, no conjunto das constantes harmónicas obtidas das análises dos três métodos, para séries de 29 e 326 dias, pode-se salientar: (1) as das análises de 326 dias para os métodos Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) superam as do IH 2003-2004; (2) as de Boon (2004) de 29 dias estão ao nível das de 326 dias; e (3) todas as análises, excetuando porventura as de 29 dias Fourier e Boon e Kiley (1978), proporcionam constantes harmónicas adequadas para navegação (ver Tabela 3.5). Ressalva-se que no último mês da série de observações verificam-se valores inconsistentes, o que influencia negativamente o resultado das estatísticas.

Faro-Olhão (análise de 29 dias - resíduos de 27NOV03 a 25NOV04)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,232	0,9189	-0,3852	0,1233	96,36
Boon and Kiley (1978)	0,232	1,0476	-0,4054	0,1629	89,09
Fourier	0,232	1,1038	-0,4281	0,1744	91,59
Faro-Olhão (análise de 326 dias - resíduos de 27NOV03 a 25NOV04)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,2322	0,8271	-0,3666	0,1116	97,74
Boon and Kiley (1978)	0,2321	0,8690	-0,4288	0,1148	99,17
Fourier	0,2320	0,9431	-0,4292	0,1315	99,32
Faro-Olhão (Constantes Harmónicas do IH - resíduos de 27NOV03 a 25NOV04)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
CH IH	0,232	0,9256	-0,381	0,1195	98,9

TABELA 3.5: Estatísticas de resíduos do porto de Faro-Olhão, para os três métodos de análise e duração de série de 29 e 326 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas do IH.

Como pode ser verificado no Apêndice G, respeitante a Ponta Delgada (lat. = 37,736 N e lon. = 25,67117 W), os picos de amplitudes dos espectros dos resíduos são em todas as análises diminutos, quase sempre inferiores a 1 cm, exceto em três casos (Fourier e Boon e Kiley, 1978, para séries de 29 dias e Fourier para séries de 326 dias), que são superiores a 1 cm e inferiores a 2 cm. Estes valores de amplitudes espectrais (de um ou dois centímetros) dos resíduos são indicadores de muito boa qualidade das constantes harmónicas conseguidas.

Para Ponta Delgada, no conjunto das constantes harmónicas obtidas pelas de análises dos três métodos, para séries de 29, 326, 365 e 369 dias, pode-se salientar: (1) as de Boon (2004) têm melhores resultados que as de Boon e Kiley (1978) e Fourier para as séries de 29 e 326 dias; (2) as de Boon (2004) de 365 e 369 dias apresentam os resultados mais satisfatórios; e (3) considera-se que as constantes harmónicas de todas as análises com boa qualidade e adequadas para navegação (ver Tabela 3.6).

Ponta Delgada (análise de 29 dias - resíduos de 1JAN94 a 4JAN95)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0505	0,429	-0,2296	0,0887	95,71
Boon and Kiley (1978)	0,0505	0,4373	-0,217	0,0918	94,31
Fourier	0,0505	0,4437	-0,2159	0,0928	94,58
Ponta Delgada (análise de 326 dias - resíduos de 1JAN94 a 4JAN95)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0504	0,3243	-0,1381	0,0611	97,73
Boon and Kiley (1978)	0,0504	0,3169	-0,1473	0,0615	97,50
Fourier	0,0507	0,3590	-0,1842	0,0703	99,00
Ponta Delgada (análise de 365 dias - resíduos de 1JAN94 a 4JAN95)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0504	0,3246	-0,1384	0,0611	97,65
Boon and Kiley (1978)	0,0504	0,3221	-0,1413	0,061	97,57
Fourier	0,0504	0,3398	-0,1814	0,0636	97,68
Ponta Delgada (análise de 369 dias - resíduos de 1JAN94 a 4JAN95)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0504	0,3246	-0,1385	0,0611	97,64
Boon and Kiley (1978)	0,0504	0,3221	-0,1413	0,061	97,63
Fourier	0,0504	0,3301	-0,136	0,063	99,64

TABELA 3.6: Estatísticas de resíduos do porto de Ponta Delgada, para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326, 365 e 369 dias.

Como pode ser verificado no Apêndice H, respeitante a Anchorage (lat. = 61,2367 N e lon. = 149,89 W), os picos de amplitudes dos espectros dos resíduos nas análises de 326, 365 e 369 dias não excedem os 14 cm, e nas de 29 dias não excedem os 35 cm. De salientar que, neste caso, as marés são de grande amplitude (cerca de 10 m) e sofrem fortes distorções por efeitos hidrodinâmicos, com a transferência de energia para as *overtides* e marés compostas, na extensa propagação da maré em pequenas profundidades (ao longo do Cook Inlet), sendo necessárias bem mais do que as 37 constituintes usadas neste sistema de análise-previsão (para este porto a NOAA usa 120 constituintes).

Para Anchorage, no conjunto das constantes harmónicas obtidas das análises dos três métodos, para séries de 29, 326, 365 e 369 dias, pode-se salientar: (1) as de 29 dias exprimem resultados inferiores; (2) as de 326, 365 e 369 dias são

3.2. Apresentação e Interpretação de Resultados

razoáveis; (3) as constantes harmônicas da NOAA superam ligeiramente as 37 harmônicas resultantes dos três métodos de análise, para séries de 365 e 369 dias; e (4) considera-se assim, que as constantes harmônicas obtidas pelos três métodos estão aquém do adequado para navegação (ver Tabela 3.7).

Anchorage (análise de 29 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1945	2,1723	-1,541	0,433	96,93
Boon and Kiley (1978)	0,1944	2,5392	-1,8087	0,5705	96,13
Fourier	0,1943	2,6908	-1,7485	0,616	99,27
Anchorage (análise de 326 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1929	1,5537	-1,0088	0,2808	98,88
Boon and Kiley (1978)	0,1933	1,6166	-1,0314	0,2823	99,01
Fourier	0,1936	1,7798	-1,2800	0,3493	99,62
Anchorage (análise de 365 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1929	1,5589	-1,0146	0,2808	98,95
Boon and Kiley (1978)	0,1929	1,5508	-1,0184	0,2807	98,99
Fourier	0,1927	1,7869	-1,0477	0,3117	100
Anchorage (análise de 369 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1929	1,5594	-1,0152	0,2808	98,96
Boon and Kiley (1978)	0,1929	1,5559	-1,0146	0,2806	98,44
Fourier	0,1927	1,6447	-0,9931	0,3046	100,03
Anchorage (Constantes Harmônicas da NOAA - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
CH NOAA	0,1931	1,769	-1,0566	0,3093	101,7

TABELA 3.7: Estatísticas de resíduos do porto de Anchorage para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326, 365 e 369 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmônicas da NOAA (as 37 usadas são pequena parte das 120 constituintes que a NOAA usa).

Como pode ser verificado no Apêndice I, respeitante a Boston (lat. = 42,3533 N e lon. = 71,05 W), os picos de amplitudes dos espectros dos resíduos nas análises de 29 dias são de 10 cm para Fourier, de 7,5 cm para Boon e Kiley (1978) e de 3 cm para Boon (2004). Nas análises de 326 dias são inferiores a 4,2 cm para Fourier e inferiores 2 cm nas outras duas. Nas de 365 dias são inferiores a 3,5 cm na de Fourier e inferiores a 2 cm nas outras duas. Nas de 369 dias são inferiores a 3 cm na de Fourier e inferiores a 2 cm nas outras duas. Estes valores de amplitudes

espectrais (de alguns ou escassos centímetros) dos resíduos são indicadores da boa qualidade das constantes harmónicas conseguidas, sobretudo nas de 326, 365 e 369 dias.

Para Boston, no conjunto de análises dos três métodos, para séries de 29, 326, 365 e 369 dias, pode-se salientar: (1) as constantes harmónicas obtidas pelas várias análises são de boa qualidade, não diferindo substancialmente das da NOAA; (2) as das análises de 326 dias para os métodos Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) e 365 e 369 dias superam as da NOAA; e (3) todas as análises ou constantes harmónicas são adequadas para navegação (ver Tabela 3.8).

Boston (análise de 29 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1484	1,2318	-0,6997	0,1742	96,35
Boon and Kiley (1978)	0,1483	1,3184	-0,7728	0,1886	97,59
Fourier	0,1483	1,3432	-0,8773	0,2034	101,56
Boston (análise de 326 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1487	1,2005	-0,5893	0,1614	97,61
Boon and Kiley (1978)	0,1493	1,1756	-0,5447	0,1646	98,28
Fourier	0,1490	1,3046	-0,6907	0,1759	98,31
Boston (análise de 365 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1488	1,1982	-0,5888	0,1614	97,69
Boon and Kiley (1978)	0,1488	1,1984	-0,5871	0,1614	97,8
Fourier	0,1488	1,2729	-0,7512	0,1693	99,16
Boston (análise de 369 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,1487	1,198	-0,5887	0,1614	97,7
Boon and Kiley (1978)	0,1487	1,199	-0,5904	0,1614	97,7
Fourier	0,1488	1,2467	-0,685	0,1682	98,05
Boston (Constantes Harmónicas da NOAA - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
CH NOAA	0,1489	1,2576	-0,5696	0,1655	95,66

TABELA 3.8: Estatísticas de resíduos do porto de Boston, para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326, 365 e 369 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas da NOAA.

Como pode ser verificado no Apêndice J, respeitante a Monterey (lat. =

36,605 N e lon. = 121,88833 W), os picos de amplitudes dos espectros dos resíduos associados às análises são muito diminutos, todos inferiores a 1 cm, exceto os de Fourier e Boon e Kiley (1978) de 29 dias (pico de 2,5 cm de amplitude) e Boon e Kiley (1978) de 326 dias (pico de 5 cm). Estes valores de amplitudes espectrais (de escassos centímetros) dos resíduos são indicadores da muito boa qualidade das constantes harmônicas conseguidas.

Para Monterey, no conjunto de análises dos três métodos, para séries de 29, 326, 365 e 369 dias, pode-se salientar: (1) as constantes harmônicas, resultantes das análises de 29 dias as Fourier e Boon e Kiley (1978), são de pouca qualidade, não sendo adequadas para navegação, no entanto, as de Boon (2004) são satisfatórias; (2) as das análises de 326 consideram-se de boa qualidade; (3) as das análises de 365 e 369 dias são boas e ao nível da NOAA, superando-as ligeiramente; e (4) as constantes harmônicas de todas as análises são adequadas para navegação, exceto as de Fourier de 29 dias e de Boon e Kiley (1978) de 29 dias (ver Tabela 3.9).

Monterey (análise de 29 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0405	0,4233	-0,2907	0,0815	98,24
Boon and Kiley (1978)	0,0405	0,6077	-0,4382	0,1753	136,64
Fourier	0,0405	0,6713	-0,4387	0,1898	147,03
Monterey (análise de 326 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0402	0,3512	-0,2048	0,0557	98,82
Boon and Kiley (1978)	0,0403	0,4768	-0,2122	0,0806	96,42
Fourier	0,0402	0,3693	-0,2030	0,0563	98,37
Monterey (análise de 365 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0402	0,3513	-0,2043	0,0557	98,7
Boon and Kiley (1978)	0,042	0,3487	-0,2021	0,0557	98,69
Fourier	0,0402	0,3416	-0,2101	0,0592	99,63
Monterey (análise de 369 dias - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,0402	0,3513	-0,2042	0,0557	98,69
Boon and Kiley (1978)	0,0402	0,3508	-0,2028	0,0557	98,7
Fourier	0,0401	0,3367	-0,22	0,0595	100,42
Monterey (Constantes Harmónicas da NOAA - resíduos de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
CH NOAA	0,0403	0,3883	-0,2011	0,0611	98,16

TABELA 3.9: Estatísticas de resíduos do porto de Monterey, para os três métodos de análise e duração de série de 29, 326, 365 e 369 dias, e estatísticas de resíduos obtidos através da utilização das constantes harmónicas da NOAA.

No conjunto dos portos de marés, considera-se que os métodos de análise revelam-se mais eficientes e rigorosos para séries de maior dimensão, com desempenhos crescentes para 29, 326, 365 e 369 dias (365 e 369 dias dão resultados similares), sendo que, entre os três métodos de análise, os desempenhos, por ordem crescente, são Fourier, Boon e Kiley (1978) e Boon (2004). Os resultados conseguidos, para portos costeiros, sem efeitos significativos de *overtides* e marés compostas de águas pouco profundas, para séries de 326 ou de 365 ou de 369 dias, revelam qualidade semelhante aos dos IH e NOAA, e dentro de padrões adequados para navegação.

3.2.2 Apresentação e Interpretação do Controlo de Qualidade para Correntes de Maré

Avaliadas as análises dos portos de marés, sucedem-se as dos locais de correntes. Tendo sido testados os resultados das análises harmónicas conseguidas (através das estatísticas e espectro de amplitudes dos resíduos entre observações e previsões), com e sem correções preliminares e de eliminação, optou-se por guardar as constantes harmónicas resultantes sem essas correções, já que os modelos de previsão são melhor conseguidos do que com as correções referidas (ver Apêndice K). Posto isto, inicia-se com uma análise mais detalhada para o local de Fort Independence, pelo método Boon (2004), com os dados de 1 a 29JUL11.

Os dados obtidos para Fort Independence, entre 1 e 29JUL11, localizam-se na posição lat. = 42,3418 N e lon. = 71,0089 W, conforme a Figura 3.3, a qual se insere numa zona relativamente protegida, na foz do Charles River, na proximidade de Boston. As correntes são de baixa intensidade (inferiores a 0,7 nós).

Na série temporal de Fort Independence, a corrente média foi de 0,04 nós na componente de enchente (direção de 293) e de 0,03 nós na ortogonal (direção de 23). A análise de resíduos, a apresentar na continuação, é sobre resíduos de enchente-vazante, com média removida.

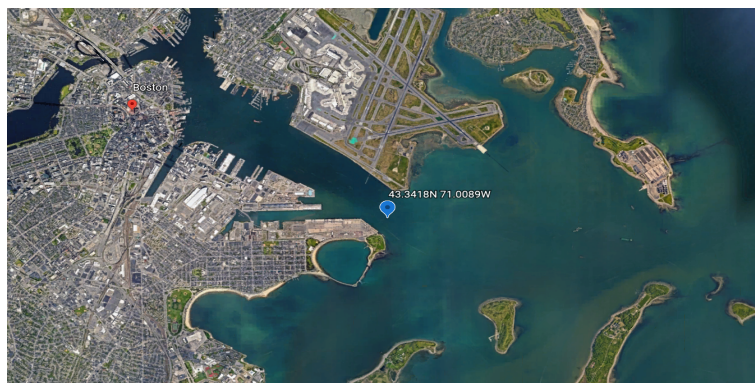


FIGURA 3.3: Mapa do local de correntes de Fort Independence, na posição 42,3418 N e 71,0089 W, imersão de 3,8 m abaixo do “zero hidrográfico”. Fonte: Google Earth.

Para o sítio de Fort Independence, nos gráficos respeitantes às observações, verificam-se velocidades máximas na ordem dos 0,45 e 0,7 nós, consoante o ciclo mensal de marés, sendo possível apurar através do gráfico da direção da corrente observada, uma direção tendencial de enchente entre os valores 290° e 300° , enquanto que a vazante entre 110° e 120° (ver Figura 3.4).

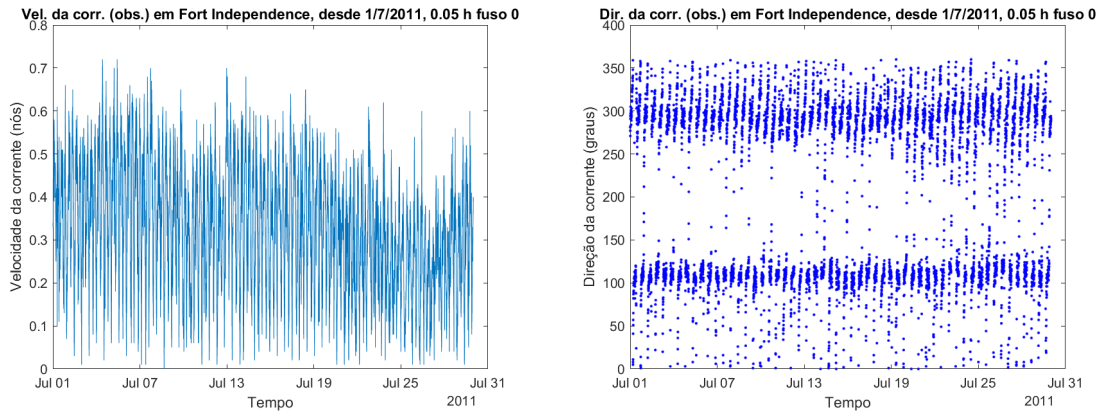


FIGURA 3.4: Gráfico temporal da velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada, em Fort Independence, de 1 a 29JUL11.

A partir da programação enunciada na secção 1.6.8, relativa à determinação da direção do eixo principal da corrente e do diagrama de dispersão, obtém-se o gráfico representado pela Figura 3.5. Para o caso particular dos dados de Fort Independence constata-se variâncias, ao longo e na normal ao eixo, com valores 0,940 e 0,060 nós, respetivamente, sendo a direção de enchente 293^0 e vazante 113^0 .

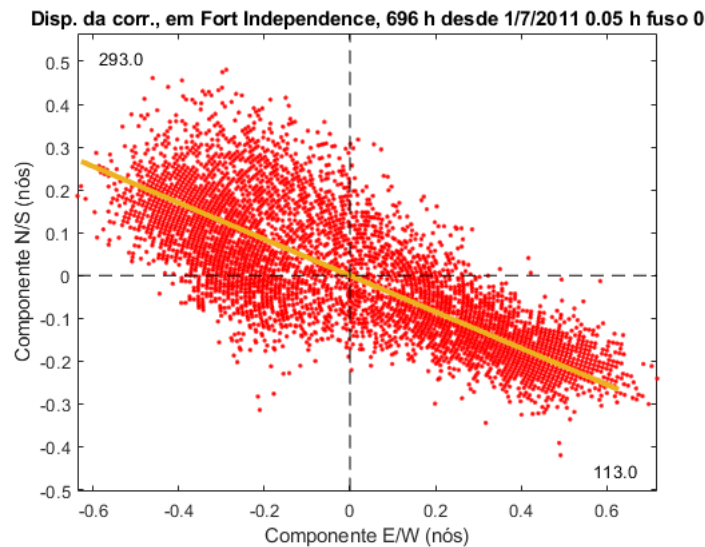


FIGURA 3.5: Diagrama de dispersão e eixo principal da corrente, para Fort Independence, 1 a 29JUL21.

Relativamente à análise aos gráficos representativos da velocidade e direção da corrente de maré prevista (ver Figura 3.6), a velocidade apresenta magnitudes máximas entre os 0,3 e 0,6 nós, no ciclo mensal, sendo estes valores ligeiramente inferiores aos verificados nas observações, enquanto que as direções de enchente e de vazante se assemelham às observadas.

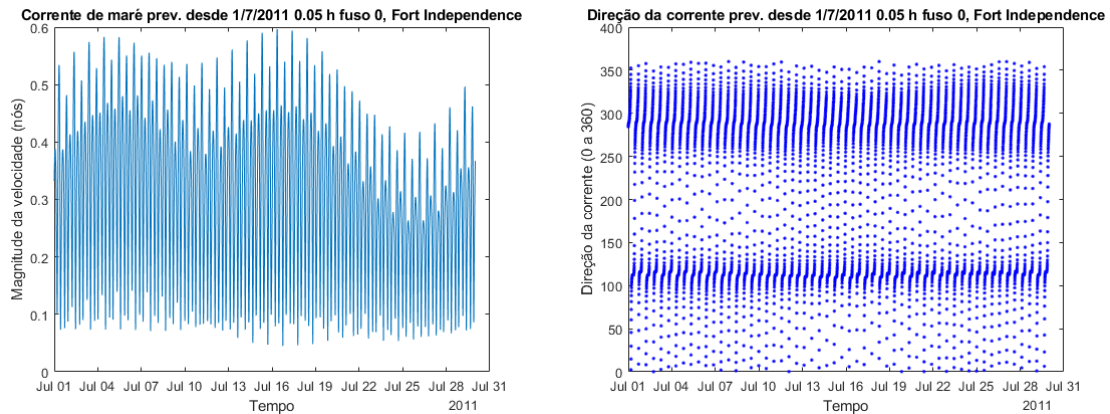


FIGURA 3.6: Gráfico temporal da velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista, pela análise de Boon (2004), para Fort Independence, de 1 a 29JUL11.

No que se refere aos gráficos de observações e previsões da velocidade da componente enchente-vazante (ver Figura 3.7), nota-se que as previsões dos máximos de enchente e de vazante, ao longo do ciclo mensal, se encontram dentro do mesmo intervalo de magnitude (0,3 e 0,6 nós) que o verificado para as observações.

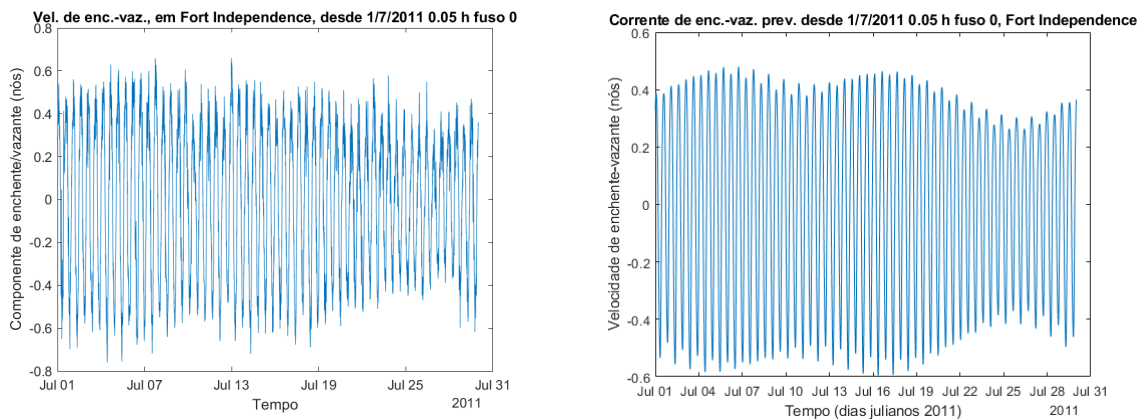


FIGURA 3.7: Gráfico temporal velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.), pela análise de Boon (2004), para Fort Independence, de 1 a 29JUL11.

De seguida, apresentam-se os gráficos correspondentes às séries temporais da corrente residual da componente enchente-vazante (componente com maior interesse prático) e da corrente residual obtida pela aplicação do filtro de Doodson (corrente meteorológica). Na primeira os valores estão compreendidos entre os -0,3 e 0,3 nós, na segunda a amplitude é substancialmente menor (entre -0,1 e 0,1 nós). Ainda assim as tendências de crescimento e de decréscimo das oscilações aparentam alguma relação entre as duas séries de resíduos (ver Figura 3.8). A corrente residual extra

maré (resultante da filtragem) só em reduzida parte justifica os resíduos inerentes à previsão efetuada com as constantes harmónicas.

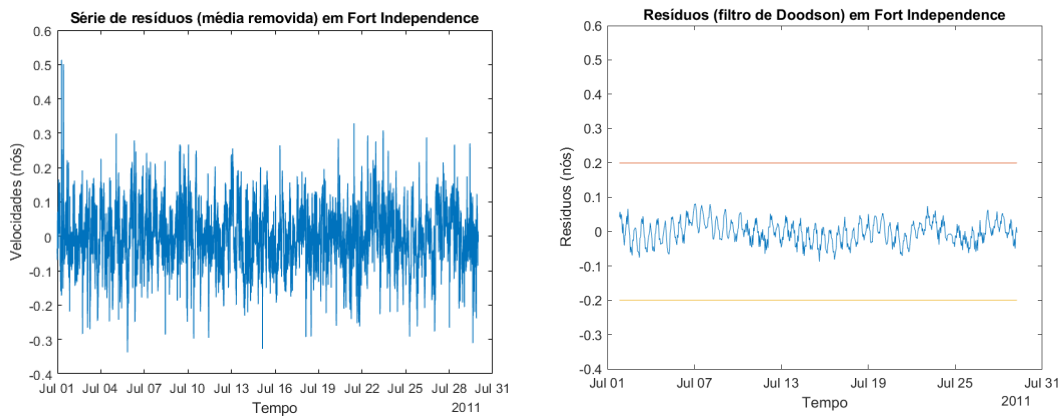


FIGURA 3.8: Gráfico temporal da velocidade (nós) da corrente residual (observações subtraídas das previsões) da enchente-vazante (esq.) e da corrente de enchente-vazante, de maré meteorológica, obtida do filtro de Doodson (dir.), para Fort Independence, de 1 a 29JUL11.

No que diz respeito à análise espectral, salienta-se que no conjunto dos dois gráficos (domínios em ciclos por dia e em períodos) há alguma energia residual, com picos de amplitude aproximadamente de 0,02 nós nos períodos quarto-diurnos, semi-diurnos e sexto-diurnos (ver Figura 3.9). As amplitudes do espectro dos resíduos (observações subtraídas das previsões) da corrente de enchente-vazante, são relativamente pequenas o que valida a qualidade das constantes harmónicas obtidas, pelo método de Boon (2004).

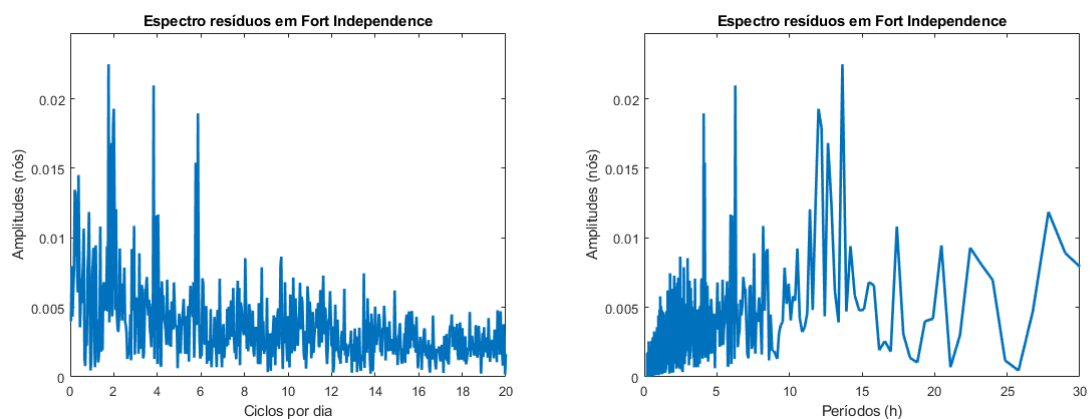


FIGURA 3.9: Gráficos espectrais dos resíduos (observações subtraídas das previsões - análise de Boon, 2004) da velocidade (nós) da componente enchente-vazante, em ciclos por dia (esq.) e em períodos - horas (dir.), para Fort Independence, 1 a 29JUL11.

Relativamente aos espectros de amplitude dos resíduos das componentes de enchente-vazante, no conjunto dos três métodos, de Fort Independence, 1 a 29JUL11 (ver o Apêndice L), pode resumir-se: para a análise de Fourier nota-se pico de 0,02 nós em períodos quarto-diurnos e sexto-diurnos e de 0,03 nós em semidiurnos; para Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) notam-se picos de aproximadamente 0,02 nós em períodos quarto-diurnos, sexto-diurnos e semidiurnos. Estas amplitudes refletem a qualidade das constantes harmónicas conseguidas.

A Tabela 3.10 apresenta o resumo estatístico dos resíduos de Fort Independence, respeitante ao controlo de qualidade das constantes harmónicas conseguidas nas análises de 29 dias, pelos três métodos, com média removida: Boon e Kiley (1978), séries de Fourier e Boon (2004). Salienta-se: reduções de variância de cerca de 90 por cento; os desvios-padrão de 0,0889 nós para Boon (2004) e para Boon e Kiley (1978) e 0,0925 nós para Fourier, pelo que se conclui que as análises de Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) têm melhores desempenhos do que a de Fourier. A NOAA mostra na sua *Tidal Current Prediction Error for United States Stations*⁶ a tabela com as estatísticas entre observações e previsões (a intervalos de 6 minutos) dos locais de correntes, entre eles o de Fort Independence, no período de tempo entre 28JUN11 12:21 e 4AGO11 16:33. O erro médio quadrático indicado é de 0,09 nós, semelhante aos valores de desvios-padrão conseguidos pelos três métodos, pelo que é de crer que as constantes harmónicas aqui conseguidas têm qualidade semelhante às da NOAA. Posto isto, considera-se o modelo preditivo conseguido (constantes harmónicas) de qualidade razoável.

Fort Independence (análise de 29 dias - resíduos de 1 a 29JUL11)					
Valores em nós	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0003	0,513	-0,3377	0,0889	91,46
Fourier	-0,0002	0,5248	-0,3572	0,0925	90,84
Boon (2004)	-0,0003	0,513	-0,3377	0,0889	91,46

TABELA 3.10: Estatísticas de corrente residual de enchente-vazante (com média removida), correspondente a observações subtraídas de previsões (pelos três métodos de análise), em Fort Independence, de 1 a 29JUL11.

Seguidamente, analisa-se os outros três locais de correntes de maré, Haste Shoal e The Narrows e Trafaria, elaborando uma descrição menos detalhada relativamente a gráficos - estes podem ser consultados nos Apêndices M, N, O e P -, mas

⁶ Acesso aos erros de previsão de corrente de maré para estações dos EUA no *website*: https://tidesandcurrents.noaa.gov/noaacurrents/doc/Tidal_Current_Prediction_Uncertainty.pdf, consultado a 25 de março de 2021.

com a informação essencial resumida nas tabelas expostas na continuação do texto.

Os dados obtidos para Haste Shoal, entre 22MAI e 19JUN11, localizam-se na posição lat. = 42,5394 N e lon. = 70,8450 W, na proximidade de Manchester by the Sea (zona de Boston), conforme a Figura 3.10, no qual se destaca a ampla baía à qual se associa correntes de baixa intensidade (inferiores a 0,6 nós).

Na série temporal de Haste Shoal, a corrente média foi de 0,01 nós na componente de enchente (direção de 250,4) e de 0,05 nós na ortogonal (direção de 340,4). A análise de resíduos de enchente-vazante, de seguida apresentada, é sobre resíduos com a média removida.

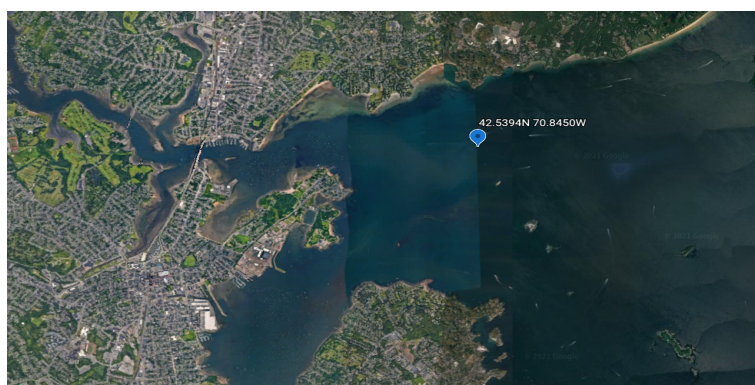


FIGURA 3.10: Mapa do local de correntes de Haste Shoal, na posição 42,5394 N e 70,8450 W, imersão de 5 m abaixo do “zero hidrográfico”.
Fonte: Google Earth.

Relativamente aos espectros de amplitude dos resíduos das componentes de enchente-vazante, de Haste Shoal, 22MAI11 a 19JUN11 (ver o Apêndice M), pode resumir-se: para as análises de Boon e Kiley (1978), Fourier e Boon (2004) nota-se pico de 0,02 nós em períodos quarto-diurnos, de 0,03 nós em semidiurnos e 0,02 nós em períodos de 20 h. Salienta-se haver um pico menor de cerca de 0,13 nós no período de 17,7 horas, que corresponde ao período inercial na latitude local, o que deverá ser reflexo da energia de correntes inerciais, as quais iniciadas por alguma causa (p. ex. vento) ao cessar o forçamento tendem a manter o movimento, apenas sujeitas ao efeito de Coriolis, percorrendo trajetórias circulares até dissiparem por atrito (ver Pond e Pickard, 1983, pp. 64-66). As amplitudes dos resíduos refletem a qualidade das constantes harmónicas conseguidas.

Para Haste Shoal, no conjunto das constantes harmónicas conseguidas pelas análises dos três métodos, para séries de 29 dias (ver Tabela 3.11) salienta-se: (1) os três métodos têm desempenhos semelhantes; (2) qualquer um dos três modelos

de análise e de previsão é adequado para previsão de correntes de maré; (3) crê-se que no local a corrente de deriva de vento seja significativa, além da maré, o que contribui para maior dispersão de resíduos, uma vez que a análise só resolve a parte de corrente de maré astronômica, não meteorológica (4) comparativamente ao conseguido para Fort Independence, as constantes harmônicas de Haste Shoal são de qualidade inferior (reduções de variância de cerca de 75 versus 91 por cento).

Tal como mencionado para Fort Independence a NOAA na sua *Tidal Current Prediction Error for United States Stations* mostra as estatísticas entre observações e previsões (intervalos de 6 minutos) para o local de Haste Shoal, no período de tempo entre 20MAI11 15:45 e 25JUN11 14:09. O erro médio quadrático dos resíduos indicado é de 0,11 nós, semelhante aos desvios-padrão aqui conseguidos pelos três métodos, pelo que é de crer que as constantes harmônicas obtidas têm qualidade semelhante às da NOAA.

Haste Shoal (análise de 29 dias - resíduos de 22MAI a 19JUN11)					
Valores em nós	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	0,0001	0,4727	-0,4613	0,1151	74,96
Fourier	0,0001	0,4664	-0,4549	0,116	75,55
Boon (2004)	0,0001	0,4727	-0,4613	0,1151	74,96

TABELA 3.11: Estatísticas de corrente residual de enchente-vazante (com média removida), correspondente a observações subtraídas de previsões (pelos três métodos de análise), em Haste Shoal, de 22MAI a 19JUN11.

Os dados obtidos para The Narrows, localizam-se na posição lat. = 42,306 N e lon. = 122,55 W, na proximidade de Seattle, conforme a Figura 3.11, na qual se destaca a morfologia bastante complexa (multiplicidade de canais de acentuadas curvaturas na proximidade), o que se refletirá na interpretação de resultados.

Para este local existem duas séries de diferente dimensão, uma de 29 dias (1 a 29JUN15) e outra mais longa de 92 dias (1JUN15 a 31AGO15). De modo a seguir a mesma sequência lógica de análise dos locais de correntes para séries de 29 dias, passa-se a analisar de forma mais detalhada a série de menor dimensão (29 dias), contrapondo as diferenças verificadas para a série de maior dimensão (92 dias).

Na série temporal de The Narrows, entre 1 e 29JUN15, a corrente média foi de -0,16 nós na componente de vazante (direção de 323,1) e de -0,32 nós na ortogonal (direção de 53,1). Na série entre 1JUN e 31AGO15 a corrente média foi de -0,15 nós na componente de vazante (direção de 322,8) e de -0,32 nós na ortogonal (direção

de 52,8). A análise de resíduos de enchente-vazante, de seguida apresentada, é sobre resíduos com a média removida.

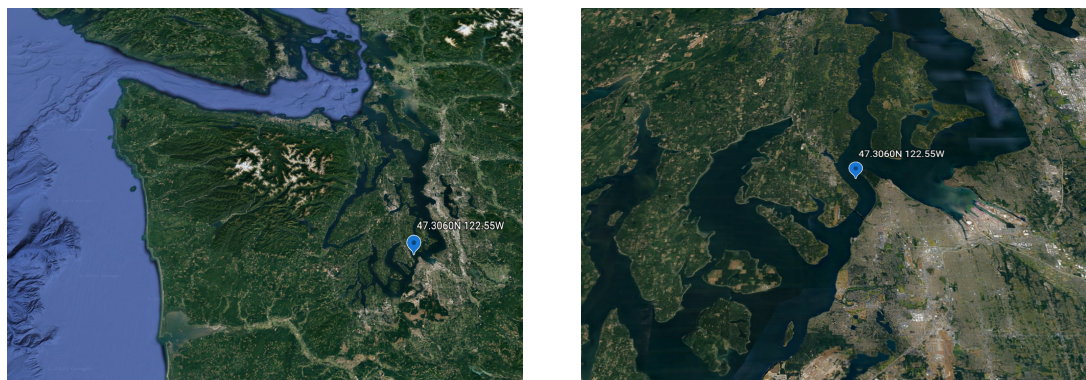


FIGURA 3.11: Mapa do local de correntes de The Narrows, na posição 42,306 N e 122,55 W, imersão de 12,41 m abaixo do “zero hidrográfico”. À esq. menor escala e à dir. maior escala. Fonte: Google Earth.

Relativamente aos espectros de amplitude dos resíduos das componentes de enchente-vazante em The Narrows, 1 a 29JUN15 (ver o Apêndice N), pode resumir-se: para análises de Fourier nota-se um pico de 0,1 nós para períodos quarto-diurnos, de 0,2 nós em terço-diurnos e semidiurnos e 0,35 nós para diurnos; para Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) nota-se pico de 0,1 nós em períodos quarto-diurnos, de 0,2 nós em terço-diurnos, de 0,1 nós em semidiurnos e de 0,32 nós em diurnos. Para a série de 92 dias (ver o Apêndice O) destaca-se a redução do pico máximo de 0,35 para 0,2 nós para os três métodos de análise, com melhoria evidente sobretudo nos períodos diurnos (cerca de 24 horas). Estas amplitudes são razoáveis, se tivermos em conta as elevadas intensidades das correntes no local, com valores de ponta de 4 a 5 nós.

Para The Narrows no conjunto das constantes harmónicas conseguidas pelas análises dos três métodos, para séries de 29 dias salienta-se: (1) as da análise de Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) têm desempenhos muito semelhantes e ligeiramente melhores do que a de Fourier e (2) comparativamente ao conseguido para Fort Independence e Haste Shoal, em The Narrows as amplitudes dos resíduos são substancialmente maiores (ver Tabela 3.12), em virtude da forte intensidade das suas correntes; e (3) a qualidade das constantes harmónicas é razoável, tendo em conta as características dessa corrente. No que se refere às estatísticas para 92 dias, verifica-se uma redução entre 0,02 e 0,03 nós nos valores correspondentes ao desvio-padrão para os três métodos, bem como uma decréscimo significativo para a redução de variância, nomeadamente para os métodos de Boon e Kiley (1978) e Boon (2004), aproximando-se assim do valor ideal para este parâmetro, ou seja, 100%. Relativamente ao local de The Narrows a NOAA não o inclui na sua *Tidal*

Current Prediction Error for United States Stations, pelo que não é possível comparar com os desvios-padrão dos resíduos associados aos três métodos de análise, nas durações de 29 e 92 dias. Posto isto, ressalva-se a possibilidade de comparação de duas séries de dimensões distintas, o que permitiu aferir a virtude de se utilizar séries de maior dimensão, em detrimento de séries mais curtas, para aplicação na análise harmónica. Verificam-se melhorias substanciais, particularmente para o caso de correntes de maré, cuja previsão está sujeita a eventos de maior complexidade.

The Narrows (análise de 29 dias - resíduos de 1 a 29JUN15)					
Valores em nós	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0007	1,3248	-1,4038	0,4138	103,18
Fourier	-0,0006	1,3772	-1,4284	0,4439	103,15
Boon (2004)	-0,0007	1,3248	-1,4038	0,4138	103,18
The Narrows (análise de 92 dias - resíduos de 1JUN15 a 31AGO15)					
Valores em nós	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0009	1,7372	-1,5703	0,3811	98,65
Fourier	0,0014	1,5734	-1,5805	0,4225	103,86
Boon (2004)	-0,0009	1,7369	-1,5697	0,381	98,62

TABELA 3.12: Estatísticas de corrente residual de enchente-vazante (com média removida), correspondente a observações subtraídas de previsões (pelos três métodos de análise) para 29 dias (1 a 29JUN15) e 92 dias (1 JUN15 a 31AGO15), em The Narrows.

Os dados obtidos para Trafaria, entre 5MAI e 27JUN16, localizam-se na posição lat. = 38,6802 N e lon. = 009,22027 W, 31 m acima do fundo do rio Tejo (2 m abaixo do “zero hidrográfico”), entre Porto Brandão e Trafaria, conforme a Figura 3.12.

Na série temporal da Trafaria, a corrente média foi de -0,40 nós na componente de vazante (direção de 264,7) e de 0,05 nós na ortogonal (direção de 174,7). A análise de resíduos de enchente-vazante, de seguida apresentada, é sobre resíduos com a média removida.



FIGURA 3.12: Mapa do local de corrente de Trafaria, na posição 38,6802 N e 009,22027 W, 2 m abaixo do “zero hidrográfico”. Fonte: Google Earth.

Relativamente aos espectros de amplitude dos resíduos das componentes de enchente-vazante na Trafaria, 4MAI a 27JUN16 (ver o Apêndice P), pode resumir-se: para análise Fourier salienta-se um pico de 0,10 nós em períodos semidiurnos, pico de 0,11 nós em quarto-diurnos e de 0,07 nós para sexto-diurnos; para Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) verifica-se um pico de 0,11 nós para semidiurnos e quarto-diurnos e 0,07 nós para sexto-diurnos.

Para Trafaria no conjunto das constantes harmónicas conseguidas pelas análises dos três métodos, para séries de 54 dias, sem correções preliminares e de eliminação, salienta-se: (1) as da análise de Boon e Kiley (1978) de Fourier e de Boon (2004) têm qualidade semelhante; (2) as de Boon (2004) apresenta ligeira vantagem em termos de menores amplitudes dos resíduos, mas a de Fourier tem ligeira vantagem em termos de desvio-padrão e redução de variância; (3) os valores dos desvios-padrão e reduções de variância são satisfatórios (ver Tabela 3.13).

Trafaria (análise de 54 dias - resíduos de 4MAI a 27JUN16)					
Valores em nós	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0035	1,1482	-1,2773	0,3245	95,71
Fourier	-0,0035	1,2741	-1,3186	0,3164	101,76
Boon (2004)	-0,0035	1,1482	-1,1270	0,3245	95,73

TABELA 3.13: Estatísticas de corrente residual de enchente-vazante (com média removida), correspondente a observações subtraídas de previsões (pelos três métodos de análise), em Trafaria, de 4MAI a 27JUN16.

Como balanço sobre a qualidade das constantes harmónicas conseguidas, no conjunto dos quatro locais (Fort Independence, Haste Shoal, The Narrows e Trafaria), os modelos preditivos são razoavelmente bem conseguidos, apesar das

dificuldades inerentes às previsões de correntes, devidas às condições batimétricas e hidrodinâmicas desses locais. No caso de The Narrows deve-se ter em conta a elevada intensidade (valores de ponta de 4 a 5 nós) que acentua os resíduos mesmo com compreensíveis erros de fase ou tempo e a complexa morfologia do local (ver a Figura 3.11). Também no caso da Trafaria as velocidades são bastante intensas, com valores a atingir 4,5 nós, justificando assim os resíduos obtidos. Em relação ao local de Haste Shoal o modelo preditivo conseguido é razoável, tendo em conta que, além das correntes de maré, pressupõe-se a ocorrência de significativas correntes de deriva de vento favorecidas pela configuração da baía aberta ao mar. Apesar da complexidade atingiu-se o objetivo de desenvolver uma metodologia consistente de previsão de correntes de maré.

3.3 Comparação com Previsões Oficiais

Por forma a averiguar a qualidade das previsões obtidas, serão apresentadas comparações das previsões de preia-mares e de baixa-mares da maré (porto de Leixões com as constantes harmónicas das análises de 29 e 365 dias, e porto de Boston para 29 e 369 dias) extraídas dos sites oficiais do IH e da NOAA, respetivamente, com as previsões dos três métodos de análise, durante o período de 13JAN a 29JAN21. Também isso foi efetuado para as correntes de maré (Fort Independence, Haste Shoal e The Narrows, com as constantes harmónicas das análises de 29 dias) comparando com as previsões oficiais da NOAA, de máximos de enchente e de vazante, e dos estofos da corrente. A escolha desse período visa enquadrar um ciclo de variação de amplitudes de maré semidiurna, entre marés vivas (Lua nova a 13JAN21) e marés mortas (quarto-crescente a 20JAN21) e de novo marés vivas (Lua cheia a 28JAN21), perfazendo uma sequência de diminuição de amplitudes, seguida de sequência de aumento, abrangendo quase toda a gama de amplitudes possíveis. Assim, assume-se que os resultados dos testes tenham significado físico e estatístico.

3.3.1 Comparações com o IH

A Tabela 3.14, apresenta o resumo estatístico do porto de Leixões das comparações entre as previsões obtidas do site do IH⁷ e as previsões com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 365 dias, sendo possível consultar a tabela principal (com toda a sequência temporal de diferenças em tempo e em alturas, das previsões) no Apêndice Q. De modo a avaliar estatisticamente os resultados,

⁷Acesso a alturas de maré previstas do IH no *website*: <https://www.hidrografico.pt/m.mare>, acedido a 13 de janeiro de 2021.

determinou-se a média e o desvio-padrão para as diferenças em tempo (minutos) e alturas (metros). Da Tabela 3.14, salienta-se a média das diferenças em tempo muito próximas de zero (entre -0,2 e 1 minuto - valores positivos significam mais tarde que os do IH) e o desvio-padrão abaixo de dois minutos para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e abaixo de três minutos para Fourier. Nas diferenças em altura, destaca-se valores médios de cerca de -3 cm (valores positivos significam mais elevados do que os do IH) para todos os métodos e desvios-padrão entre 3,5 e 6,3 cm, por ordem crescente: Boon e Kiley (1978), Boon (2004) e Fourier. Os resultados (estatísticas de diferenças em tempo e diferenças em altura) mostram grande proximidade entre as previsões pelos três métodos e as oficiais do IH, sendo essa proximidade ainda maior para Boon e Kiley (1978).

Leixões (13 a 29 de janeiro de 2021, análises de 365 dias)				
	Dif. Tempo (min)		Dif. Altura (m)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Boon (2004)	-0,1	2,0	-0,031	0,039
Boon e Kiley (1978)	-0,2	1,6	-0,033	0,035
Fourier	1,0	2,8	-0,028	0,063

TABELA 3.14: Resumo estatístico para o porto de Leixões, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças, em tempo e em altura, das comparações entre as previsões de preia-mares e de baixa-mares obtidas do site do IH e as previsões obtidas com as constantes harmônicas dos três métodos de análise para 365 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados do que os do IH.

A Tabela 3.15, apresenta o resumo estatístico, relativo ao porto de Leixões, das comparações entre as previsões obtidas do site do IH e as previsões com as constantes harmônicas dos três métodos de análise, mas para 29 dias, sendo possível consultar a tabela principal (com a séries completas de comparações) no Apêndice R. Na Tabela 3.15 salienta-se a média das diferenças em tempo entre 0 e -1 minuto para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e de -4,9 minutos para Fourier; os desvios-padrão inferiores a três minutos para Boon (2004) e a quinze minutos para Boon e Kiley (1978) e Fourier. Nas diferenças em altura, destaca-se médias, entre -2 e -6 mm, crescentes em valor absoluto pela ordem Boon (2004), Boon e Kiley (1978) e Fourier, e desvios-padrão de 4,1, 8,6 e 8,7 cm, na mesma ordem. De notar que, apesar da relativa proximidade entre as previsões com as constantes harmônicas resultantes dos três métodos, análises de 29 dias, a proximidade com as previsões

do IH é aqui menor, o que se compreende por a qualidade das análises de 29 dias ser inferior, relativamente a análises de 365 dias.

Leixões (13 a 29 de janeiro de 2021, análises de 29 dias)				
	Dif. Tempo (min)		Dif. Altura (m)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Boon (2004)	-0,8	2,7	-0,002	0,041
Boon e Kiley (1978)	-0,4	14,5	-0,004	0,086
Fourier	-4,9	14,7	-0,006	0,087

TABELA 3.15: Resumo estatístico para o porto de Leixões, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças, em tempo e em altura, das comparações entre as previsões de preia-mares e de baixa-mares obtidas do site do IH e as previsões obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 29 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados do que os do IH.

3.3.2 Comparações com a NOAA

A Tabela 3.16, apresenta o resumo estatístico para o porto de Boston das comparações entre as previsões obtidas do site da NOAA⁸ e as previsões obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise, para 369 dias, sendo possível consultar a tabela principal (com a série entre 13 e 29JAN21) no Apêndice S. Da Tabela 3.16, salienta-se a média e desvio-padrão das diferenças em tempo de -0,8 minutos para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e de 1,4 minutos para Fourier. Nas diferenças de altura, destaca-se médias com valores relativamente pequenos (entre -3 e -5 mm) para os três métodos e desvios-padrão entre 3,3 e 4,2 cm.

⁸https://tidesandcurrents.noaa.gov/tide_predictions.html, acedido a 13 de janeiro de 2021.

Boston (13 a 29 de janeiro de 2021, análises de 369 dias)				
	Dif. Tempo (min)		Dif. Altura (m)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Boon (2004)	-0,8	1,0	-0,005	0,033
Boon e Kiley (1978)	-0,8	0,9	-0,003	0,034
Fourier	1,4	1,7	-0,003	0,042

TABELA 3.16: Resumo estatístico para o porto de Boston, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças, em tempo e em altura, das comparações entre as previsões de preia-mares e de baixa-mares obtidas do site da NOAA e as previsões obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 369 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados do que os da NOAA.

A Tabela 3.17, apresenta o resumo estatístico do porto de Boston das diferenças em tempo e em altura, das comparações entre as previsões obtidas do site da NOAA e as previsões obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise, mas para 29 dias, sendo possível consultar a tabela principal (com a série temporal de comparações) no Apêndice T. Em análise à Tabela 3.17, salienta-se a média das diferenças em tempo próximas de um minuto (entre -1,0 e 0,2) para os três métodos e desvios-padrão com valores mais reduzidos (2,6 e 5,4 minutos) para os métodos Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e de 10,6 minutos para Fourier. Nas diferenças em altura uma média muito próxima nos três métodos (entre 2,2 e 3,0 cm), e desvios-padrão de 10,5 cm para Boon (2004), de 12,4 cm para Boon e Kiley (1978) e de 14,4 cm para Fourier.

Boston (13 a 29 de janeiro de 2021, análises de 29 dias)				
	Dif. Tempo (min)		Dif. Altura (m)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Boon (2004)	-1,0	2,6	0,022	0,105
Boon e Kiley (1978)	0,2	5,4	0,030	0,124
Fourier	-0,8	10,6	0,029	0,144

TABELA 3.17: Resumo estatístico para o porto de Boston, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças, em tempo e em altura, entre as previsões de preia-mares e de baixa-mares obtidas do site da NOAA e as obtidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 29 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados do que os da NOAA.

Da comparação entre as duas séries referidas evidencia-se que as previsões são semelhantes às da NOAA, com as constantes harmônicas das análises de 369 dias, na proximidade crescente na sequência: Fourier, Boon e Kiley (1978), e Boon (2004), reforçando-se assim a qualidade dos modelos preditivos conseguidos. Relativamente às previsões com as constantes harmônicas das análises de 29 dias, a proximidade às previsões da NOAA é naturalmente menor.

Apresenta-se, de seguida, as comparações efetuadas com as previsões oficiais da NOAA, de máximos de enchente e de vazante, e dos estofos da corrente, para três locais: Fort Independence, Haste Shoal e The Narrows (29 e 92 dias). Tal como evidenciado em 3.2.2, optou-se por guardar as constantes harmônicas sem correções preliminares e de eliminação, o que influencia positivamente o resultado das previsões. Nos valores apresentados para diferenças de tempo consideram-se positivos os de previsões para mais tarde do que as da NOAA; para diferenças de valores de máximos de enchente, positivos para mais elevados do que os da NOAA, e para máximos de vazante são positivos se menores em valor absoluto do que os da NOAA (note-se que os de vazante têm sinal negativo e os de enchente positivo).

A Tabela 3.18, apresenta o resumo estatístico, para Fort Independence, das diferenças em tempo e em velocidade (máximas de enchente-vazante), das comparações entre previsões obtidas do site da NOAA e as previsões com as das constantes harmônicas dos três métodos de análise, sendo listada a série temporal de comparações no Apêndice U. Em análise à Tabela 3.18 salienta-se a média das diferenças em tempo próximas de -3 minutos para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e de -9,1 minutos para Fourier; os desvios-padrão são de 21,7 minutos para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e próximos de 23 minutos para Fourier. Nas diferenças de velocidades máximas de enchente e de vazante, destacam-se médias com valores relativamente baixos para os três métodos, -0,084 nós para Fourier e -0,082 nós para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978). Os desvios-padrão são entre 0,035 e 0,041 nós.

Do conjunto de testes para as previsões da corrente de Fort Independence, conseguidas com as constantes harmônicas dos três métodos de análise, verifica-se boa proximidade com as previsões oficiais da NOAA, sobretudo com Boon (2004) e Boon e Kiley (1978).

Forte Independence (13 a 29 de janeiro de 2021, análises de 29 dias)				
	Dif. Tempo (min)		Dif. Velocidade (nós)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Boon (2004)	-3,3	21,7	-0,082	0,041
Boon e Kiley (1978)	-3,3	21,7	-0,082	0,041
Fourier	-9,1	23,4	-0,084	0,035

TABELA 3.18: Resumo estatístico para Fort Independence, de 13 a 29 de janeiro de 2021, em tempo e em velocidade, das comparações entre as previsões de máximos de enchente e de vazante e dos estofos da corrente obtidas do site da NOAA e as previsões com as constantes harmónicas dos três métodos de análise para 29 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados na enchente ou menores (em valor absoluto) na vazante do que os da NOAA.

A Tabela 3.19, apresenta o resumo estatístico para Haste Shoal das diferenças em tempo e em velocidade (máximas de enchente-vazante) das comparações entre previsões obtidas do site da NOAA e as previsões com as constantes harmónicas dos três métodos de análise, sendo mostrada a listagem da série temporal de comparações no Apêndice V. Da Tabela 3.19 salienta-se a média das diferenças em tempo próximas de -13 minutos para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e valores inferiores (-11 minutos) para Fourier; os desvios-padrão de 31 minutos para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978) e Fourier de cerca de 28 minutos. Nas diferenças de velocidade, destacam-se médias (entre -0,014 e 0,018 nós) e desvios-padrão de 0,054 nós para os três métodos.

Relativamente às previsões da corrente de Haste Shoal, conseguidas com as constantes harmónicas dos três métodos de análise, verifica-se maior proximidade com as previsões oficiais da NOAA, do que no caso de Fort Independence, sobretudo com o método de Fourier.

Haste Shoal (13 a 29 de janeiro de 2021, análises de 29 dias)				
	Dif. Tempo (min)		Dif. Velocidade (nós)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Boon (2004)	-13,1	31,0	-0,014	0,054
Boon e Kiley (1978)	-13,1	31,0	-0,014	0,054
Fourier	-11,0	27,8	-0,018	0,054

TABELA 3.19: Resumo estatístico para Haste Shoal, de 13 a 29 de janeiro de 2021, em tempo e em velocidade, das comparações entre as previsões de máximos de enchente e de vazante e dos estofo da corrente obtidas do site da NOAA e as previsões com as constantes harmônicas dos três métodos de análise para 29 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados na enchente ou menores (em valor absoluto) na vazante do que os da NOAA.

A Tabela 3.20 apresenta o resumo estatístico, para The Narrows (29 e 92 dias), das diferenças em tempo e em velocidade (máximas de enchente-vazante), das comparações entre previsões obtidas do site da NOAA e as previsões com as constantes harmônicas dos três métodos de análise, sendo possível consultar a tabela com a série temporal de comparações nos Apêndices W e X. Em análise à Tabela 3.20, no que se refere a 29 dias, salienta-se a média das diferenças em tempo inferiores a -8 minutos para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978), e valores próximos de -11 minutos para Fourier e desvios-padrão de cerca de 22 minutos nos três métodos. Nas diferenças de velocidade, destacam-se médias e desvios-padrão com valores mais baixos para Boon (2004) e Boon e Kiley (1978), sendo mais elevados para Fourier. De salientar que no local em questão, as velocidades de enchente-vazante, ao longo do ciclo mensal, têm elevadas intensidades (até aproximadamente 4,5 nós), pelo que é esperado que os desvios-padrão apresentem maiores valores.

Na análise de 92 dias, relativamente a 29 dias, verifica-se que as médias das diferenças em tempo aproximam das previsões oficiais da NOAA para Boon (2004) e para Boon e Kiley (1978), afastando-se para Fourier; no que se refere aos desvios-padrão das diferenças em tempo afastam todas da NOAA. Nas diferenças de velocidade, os desvios-padrão aproximam da NOAA para Boon (2004), sendo iguais para Boon e Kiley (1978) e afastando-se para Fourier.

Do conjunto de testes para as previsões da corrente de The Narrows, conseguidas com as constantes harmônicas dos três métodos de análise, verifica-se razoável a boa proximidade com as previsões oficiais da NOAA, sendo a mais próxima a do método de Boon (2004).

The Narrows (13 a 29 de janeiro de 2021, análises de 29 dias)				
	Dif. Tempo (min)		Dif. Velocidade (nós)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Boon (2004)	-7,7	21,7	0,137	0,344
Boon e Kiley (1978)	-7,7	21,7	0,137	0,344
Fourier	-11,1	21,6	0,154	0,369
The Narrows (13 a 29 de janeiro de 2021, análises de 92 dias)				
	Dif. Tempo (min)		Dif. Velocidade (nós)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Boon (2004)	-7,2	23	0,144	0,306
Boon e Kiley (1978)	-7,2	23	0,137	0,344
Fourier	-13,9	24,6	0,111	0,508

TABELA 3.20: Resumo estatístico para The Narrows, de 13 a 29 de janeiro de 2021, das diferenças em tempo e em velocidade, das comparações entre as previsões de máximos de enchente e de vazante e dos estofos da corrente obtidas do site da NOAA e as previsões com as constantes harmônicas dos três métodos de análise para 29 e 92 dias. Valores positivos significam mais tarde ou mais elevados na enchente ou menos (em valor absoluto) na vazante do que os da NOAA.

Em síntese, os resultados para as três séries de 29 dias, nas três estações de correntes (no caso de The Narrows também para 92 dias), mostram proximidade entre as previsões conseguidas pelos modelos de análise-previsão e as oficiais da NOAA.

Capítulo 4

Elementos e Tabela de Correntes de Maré

Tendo em conta que as correntes de maré são um tópico importante no contexto do presente trabalho, optou-se por complementar o seu estudo através da elaboração de uma tabela de «Elementos de Correntes de Maré» bem como uma «Tabela de Correntes de Maré 2022» para a estação da Trafaria, localizada na posição lat. = 38,6816 N e lon. = 9,22027 W, no rio Tejo, na imersão 2 m abaixo do “zero hidrográfico”.

4.1 Elementos de Correntes de Maré

4.1.1 Unidade de Altura e Coeficiente de Maré

A unidade de altura, U , corresponde à amplitude de marés-vivas equinociais e é calculada pela soma das amplitudes das harmónicas M_2 , S_2 e K_2 ou $U = H_{M_2} + H_{S_2} + H_{K_2}$.

Os desníveis entre preia-mares e baixa-mares consecutivos vão sendo diferentes, ao longo do tempo. De maneira a quantificar os desníveis entre preia-mares e baixa-mares (vazantes) e entre baixa-mares e preia-mares (enchentes), usam-se os coeficientes de maré, os quais são calculados tendo como referência a unidade de altura. O coeficiente de maré (CM) é obtido multiplicando, a metade da diferença entre a altura da preia-mar e a baixa-mar, por 100 e dividindo pela unidade de altura (ver Costa, 2017, p. 135):

$$CM = \frac{1/2(\text{altura da preia-mar} - \text{altura da baixa-mar}) * 100}{U} \quad (4.1)$$

Os coeficientes de maré típicos são: 20 (marés mínimas), 45 (marés-mortas médias), 95 (marés-vivas médias), 100 (marés-vivas equinociais) e 120 (marés máximas).

4.1.2 Enquadramento sobre Elementos de Correntes de Maré

As tabelas de «Elementos de Correntes de Maré», inseridos nas cartas náuticas, visam o apoio ao navegante na medida em que fornecem a direção e velocidade da corrente de maré para determinado local. Nas posições assinaladas na carta náutica, são indicados, para instantes de 6 horas antes até 6 horas depois da preia-mar no porto de referência local (no caso de marés semidiurnas), de hora a hora, os valores da direção e da velocidade da corrente de maré (em nós), para as situações de marés-vivas médias (coeficiente de maré 95) e de marés-mortas médias (coeficiente de maré 45), (Costa, 2017, p. 140). Para uma dada data-hora o utilizador terá de determinar o coeficiente de maré (de acordo com a fórmula 4.1) e ao consultar a tabela dos «Elementos de Corrente de Maré» deverá interpolar os valores em conformidade.

Procedimento tradicional ou usual para a elaboração destas tabelas é baseado em observações de curtas séries temporais de cerca de 13 ou 25 horas (por vezes com correntómetros de leitura direta em embarcações fundeadas), escolhidas para datas próximas de marés de coeficientes 45 e 95. Isso tem a vantagem de ser mais fácil ou económico conseguir medições de curta duração, do que de maiores durações, e maior simplicidade de processamento dos dados. Neste caso, existindo uma série temporal relativamente longa (54 dias) e ter sido efetuada análise harmónica com a obtenção de constantes harmónicas credíveis, resolveu-se aproveitar estas, pois representam toda a dimensão temporal (não apenas escassas horas), para gerar previsões em dois ciclos de enchente-vazante (durante 12 horas) com coeficientes de maré tão próximos, quanto possível, de 95 e 45.

Escolheu-se o período de 13MAR para 14MAR21 e o dia 20MAR21. Crê-se que esta abordagem, apesar de diferente de práticas anteriores, é bastante consistente pois, prescindindo de observações diretas de curtas séries, usa, indiretamente, as observações de uma série mais longa (54 dias no caso dos dados disponíveis da Trafaria), ou seja mais representativa da realidade das correntes no local.

4.1.3 Método de Processamento para a Estação da Trafaria

O ponto de partida passa por se obter as amplitudes, em metros, das constituintes para o porto de Lisboa (estação maregráfica com previsões oficiais do IH mais próxima e de referência para vários locais no estuário do Tejo), através da análise harmónica sobre os dados de 27ABR15 a 25ABR16 (365 dias), pelo método de mínimos quadrados de Boon (2004). As estatísticas dos resíduos entre observações e previsões geradas com as constantes harmónicas obtidas, por aquele método e série temporal, são apresentadas na Tabela 4.1. Assim, para o porto de Lisboa: $H_{M_2} = 1,173 m$, $H_{S_2} = 0,384 m$, $H_{K_2} = 0,081 m$, o que corresponde a uma Unidade de Altura = $1,638 m$.

Lisboa (27ABR15 a 25ABR16 (365 dias) - Boon(2004)					
Valores em metros	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon (2004)	0,099	0,439	-0,124	0,076	105,98

TABELA 4.1: Estatísticas de resíduos do porto de Lisboa (observações subtraídas das previsões), para o método de Boon (2004) e duração de série de 365 dias (27ABR15 a 25ABR16).

Com recurso ao programa «SeaTideWave_Previsão.m», determinou-se qual o dia e hora a considerar a preia-mar (PM) da estação de referência (no caso a de Lisboa), tendo-se optado por 14MAR21 às 03:50 (TUC), com coeficientes de marés-vivas de 95,8 antes e 97,0 depois, ambos próximos do coeficiente de referência 95. Efetuou-se o mesmo procedimento para marés-mortas, sendo a preia-mar de referência dia 20MAR21 às 07:11 (TUC) e 19:35 (TUC), com marés-mortas de coeficiente de 47,6 depois da primeira PM e de 46,7 antes da segunda PM, ambos próximos do coeficiente de referência 45.

Posteriormente, obtiveram-se as previsões de corrente de enchente-vazante utilizadas para marés-vivas (13 a 14MAR21), correspondentes a 6 horas antes e depois da preia mar de referência, extrapolando-se para o coeficiente 95 (águas-vivas médias), de acordo com a Tabela 4.2.

Coe. Maré	Dia	Hora	Instante	Prev. E-V (nós)	Instante	AV (coef. 95)
95,8	13/mar/21	21:50	PM-6	-0,23	PM-6	-0,23
95,8		22:50	PM-5	1,1	PM-5	1,09
95,8		23:50	PM-4	2,16	PM-4	2,14
95,8	14/mar/21	00:50	PM-3	2,7	PM-3	2,68
95,8		01:50	PM-2	2,63	PM-2	2,61
95,8		02:50	PM-1	1,98	PM-1	1,96
95,8		03:50	PM	0,77	PM	0,76
97		04:50	PM+1	-0,95	PM+1	-0,93
97		05:50	PM+2	-2,49	PM+2	-2,44
97		06:50	PM+3	-3,04	PM+3	-2,98
97		07:50	PM+4	-2,63	PM+4	-2,58
97		08:50	PM+5	-1,81	PM+5	-1,77
97		09:50	PM+6	-0,72	PM+6	-0,71

TABELA 4.2: Valores de corrente enchente-vazante (nós), para a estação da Trafaria, retirados do programa «Previsão» referentes à preia-mar (PM) de referência, em Lisboa, assinalada a vermelho, e a extrapolação correspondente para o coeficiente 95 (águas-vivas médias), ilustrado pela secção verde. Valores positivos são de enchente e negativos de vazante.

Realizou-se o mesmo procedimento, para as marés-mortas (20MAR21) extrapolando-se para o coeficiente 45 (águas mortas médias), como demonstrado na Tabela 4.3.

Coe. Maré	Dia	Hora	Instante	Prev. E-V (nós)	Instante	AM (coef. 45)
47,6	20/mar/21	07:11	PM	0,56	PM	0,53
47,6		08:11	PM+1	0,21	PM+1	0,20
47,6		09:11	PM+2	-0,32	PM+2	-0,30
47,6		10:11	PM+3	-1,06	PM+3	-1,00
47,6		11:11	PM+4	-1,44	PM+4	-1,36
47,6		12:11	PM+5	-1,08	PM+5	-1,02
47,6		13:11	PM+6	-0,4	PM+6	-0,38
46,7		13:35	PM-6	-0,18	PM-6	-0,17
46,7		14:35	PM-5	0,24	PM-5	0,23
46,7		15:35	PM-4	0,63	PM-4	0,61
46,7		16:35	PM-3	0,92	PM-3	0,89
46,7		17:35	PM-2	0,96	PM-2	0,93
46,7		18:35	PM-1	0,79	PM-1	0,76
46,7		19:35	PM	0,55	PM	0,53

TABELA 4.3: Valores de corrente enchente-vazante (nós), para a estação da Trafaria, retirados do programa «Previsão» referentes às preia-mares (PM) de referência, em Lisboa, assinaladas a vermelho, e a extrapolação correspondente para o coeficiente 45 (águas-mortas médias), ilustrado pela secção verde. Valores positivos são de enchente e negativos de vazante.

A partir das tabelas parcelares 4.2 e 4.3, obtém-se a Tabela 4.4 de «elementos de correntes de maré» para a estação da Trafaria. Note-se que a direção de vazante é de 265^0 e a direção de enchente é de 85^0 . No regime de marés-mortas salienta-se um retardo de cerca de uma hora e meia após a preia-mar em Lisboa, na ocorrência do estofo da enchente e na mudança de direção da corrente, na transição da enchente para a vazante. No regime de marés-vivas o estofo de enchente ocorre cerca de meia hora após a preia-mar em Lisboa. Já os estofos de vazante, na reversão da vazante para a enchente, acontecem algures entre a preia-mar menos 6 horas (aproximadamente baixa-mar) e preia-mar menos 5 horas, em Lisboa; ou seja os estofos da vazante acontecem cerca de meia-hora a três quartos de hora, após a baixa-mar em Lisboa, em ambos os regimes de marés-mortas e marés-vivas, embora nestas a reversão da corrente pareça ocorrer um pouco mais cedo do que naquelas. Os valores apresentados nas tabelas, baseados em previsões, são relativos apenas à corrente de maré de origem astronómica, não contendo correntes médias ou residuais de outra natureza (p. ex. caudais fluviais). Note-se que na série temporal de correntes da estação da Trafaria, entre 4MAI e 27JUN16, a corrente média de enchente-vazante foi de 0,40 nós (na direção da vazante), valor que pode alterar ao longo do ciclo anual e também variável de ano para ano, por várias razões, pelo que a prática usual é não serem considerados nas previsões, devendo os utilizadores das previsões ter isso em conta.

Elementos de correntes de maré para Trafaria (38,68016 N 9,22027 W imersão 2 m abaixo ZH)			
	AV (coef. 95)	AM (coef. 45)	Direção
PM-6	0,23	0,17	265
PM-5	1,09	0,23	85
PM-4	2,14	0,61	85
PM-3	2,68	0,89	85
PM-2	2,61	0,93	85
PM-1	1,96	0,76	85
PM	0,76	0,53	85
PM+1	0,93	0,20	265-85
PM+2	2,44	0,30	265
PM+3	2,98	1,00	265
PM+4	2,58	1,36	265
PM+5	1,77	1,02	265
PM+6	0,71	0,38	265

TABELA 4.4: Tabela de «Elementos de Correntes de Maré» para a estação da Trafaria, na posição lat. = 38,68016 N e lon. = 9,22027 W, na imersão 2 m abaixo do ZH; preia-mar (PM) referida ao marégrafo de Lisboa; velocidade enchente-vazante (nós).

4.2 Tabela de Correntes de Maré

As tabelas de maré são há muito publicadas pelo IH em suporte de papel e digital online. Porém, este instituto não publica tabelas de correntes de maré. Tendo em conta o trabalho desenvolvido e a boa qualidade das constantes harmónicas conseguidas para a estação da Trafaria, foi elaborado em MATLAB o programa «Tabelas_Mares_Correntes.mlx» que permite obter tabelas tanto para marés como para correntes, com duração de 366 dias (ou outra pretendida). Este, ao ser corrido, gera um ficheiro do tipo *.xls* que contém a data-hora e os valores de máximos de enchente/vazante e estofos, no caso de correntes de maré, ou valores de preia-mar e baixa-mar, caso marés. Neste contexto, operacionalizou-se o programa de modo a fornecer previsões para a Trafaria, ano de 2022.

A partir da tabela *.xls* criada pelo MATLAB, fez-se uma formatação da mesma, a qual pode ser consultada no Apêndice Y, de modo a ficar com um visual mais apelativo e semelhante às tradicionais tabelas de marés publicadas pelos serviços hidrográficos. Na Tabela 4.5 pode ser consultado um extrato da tabela anual, relativa ao mês de janeiro.

As notas a reter da sua realização são:

1. Análise Harmónica:

- Efetuada a partir de 54 dias de observações do ADCP nº série 0889 do IH, de 4 de maio de 2016 (às 4:40) a 27 de junho de 2016 (às 7:30).

2. Localização do Transdutor:

- Trafaria: lat. = 38,68016 N e lon. = 9,22027 W - WGS84.
- 2 m abaixo do “zero hidrográfico” (2,20 m para Lisboa).
- 31 m acima do fundo.

3. Máximos de Enchente/Vazante:

- Valores positivos (> 0) para enchente e valores negativos (< 0) para vazante.
- Direção de Enchente = 085 e Direção de Vazante = 265.
- Fuso Horário = 0 (TUC).

4.2. Tabela de Correntes de Maré

Previsões SeaTideWave
TRAFARIA, Lisboa, 2022

Hora e Velocidade de Máximos de Enchente/Vazante e Estofo

Latitude = 38,68016 N e Longitude = 9,22027 W

Imersão = 2 m abaixo ZH

> 0 enchente e < 0 vazante

Fuso Horário = Z (0)

Dir. Enc = 085 e Dir. Vaz = 265

Janeiro											
Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)
02:08		03:00	2,77	00:42	-1,67	02:52		02:27	2,24	00:20	-1,99
04:44	-2,92	06:12		04:35		05:16	-2,20	05:43		03:11	
08:15		08:50	-3,13	08:04	1,44	09:04		08:35	-2,74	06:31	1,53
11:23	2,65	12:24		10:58		12:18	2,05	11:41		10:05	
14:37		15:29	2,63	13:10	-1,68	15:16		14:49	2,18	12:49	-2,02
17:10	-2,94	18:43		17:13		17:36	-2,15	18:06		15:55	
20:37		21:13	-2,73	20:45	1,49	21:14		20:55	-2,48	19:16	1,52
23:46	2,77			23:32				23:47		22:46	
		00:38				00:28	2,12				
02:59		03:46	2,50	01:39	-1,57	03:31		03:00	2,19	01:20	-1,98
05:37	-3,21	07:02		05:47		05:57	-2,43	06:16		04:38	
09:07		09:38	-2,83	09:17	1,50	09:39		09:18	-2,64	08:00	1,57
12:16	2,86	13:13		11:59		12:50	2,13	12:15		11:22	
15:29		16:17	2,32	14:08	-1,58	15:54		15:24	2,10	13:51	-2,01
18:02	-3,13	19:35		18:18		18:15	-2,34	18:42		17:21	
21:26		22:03	-2,43	21:46	1,60	21:46		21:41	-2,37	20:41	1,69
										23:57	
00:37	2,94	01:28		00:29		00:58	2,18	00:24			
03:49		04:35	2,17	02:39	-1,59	04:07		03:38	2,08	02:24	-2,10
06:27	-3,39	07:55		06:51		06:35	-2,61	06:56		06:04	
09:57		10:29	-2,50	10:14	1,64	10:10		10:05	-2,48	09:20	1,83
13:07	2,98	14:05		12:56		13:19	2,18	12:55		12:31	
16:18		17:09	1,97	15:07	-1,60	16:29		16:04	1,96	14:56	-2,14
18:50	-3,21	20:30		19:13		18:54	-2,47	19:26		18:36	
22:15		22:54	-2,13	22:36	1,75	22:16		22:30	-2,23	21:51	2,01
01:26	3,00	02:22		01:21		01:27	2,23	01:09		01:00	
04:37		05:31	1,82	03:38	-1,73	04:40		04:23	1,91	03:28	-2,36
07:14	-3,44	08:53		07:42		07:14	-2,73	07:45		07:13	
10:46		11:20	-2,17	11:01	1,80	10:41		10:56	-2,30	10:25	2,20
13:56	2,98	15:01		13:48		13:48	2,21	13:43		13:33	
17:07		18:11	1,67	16:04	-1,74	17:02		16:53	1,78	15:59	-2,39
19:38	-3,16	21:30		19:59		19:33	-2,54	20:21		19:37	
23:02		23:47	-1,87	23:18	1,89	22:44		23:23	-2,09	22:49	2,38
02:14	2,94	03:24		02:09		01:56	2,25	02:03		01:56	
05:24		06:41	1,54	04:31	-1,95	05:11		05:18	1,70	04:29	-2,71
08:02	-3,35	09:55		08:26		07:54	-2,77	08:48		08:09	
11:35		12:14	-1,88	11:42	1,94	11:10		11:51	-2,13	11:20	2,56
14:43	2,86	16:04		14:34		14:17	2,21	14:41		14:27	
17:55		19:28	1,49	16:53	-1,94	17:34		17:55	1,59	16:56	-2,71
20:25	-2,99	22:32		20:38		20:13	-2,55	21:31		20:29	
23:50		21:24		23:55	2,02	23:14				23:41	2,71
		23:33	-1,38			02:11					
										02:48	
										05:23	-3,07
										09:00	
										12:10	2,85
										15:17	
										17:47	-3,00
										21:16	

TABELA 4.5: Correntes de maré previstas para o mês de janeiro de 2022, para a estação da Trafaria (extrato da tabela anual).

Capítulo 5

Avaliação de Marés Meteorológicas

5.1 Marés Meteorológicas

A maré não é o único fenômeno no oceano que produz alterações no nível da água e nas correntes. A velocidade e direção do vento e alterações na pressão atmosférica estão, entre outras causas (p. ex. ondas de plataforma de baixa frequência, maremotos, débitos fluviais, sazonalidades de temperatura e salinidade, etc.), associadas a fenômenos não periódicos e transientes com dificuldade acrescida em termos da sua previsão.

As alterações do nível da água (para além da maré astronómica) causadas por mudanças de vento e pressão atmosférica são usualmente referidas como maré meteorológica ou *storm surges*. Um *storm surge* (elevação anómala sobre a maré) refere-se a um nível anormalmente elevado da superfície do mar, produzido por condições atmosféricas severas. Situações proeminentes acontecem associadas a centros de baixa pressão, verificando-se uma elevação da superfície da água que acompanha o movimento da depressão. Na aproximação a costa, esta atua como fronteira, impedindo o escoamento de atravessar a linha de costa, de que resulta convergência da água com uma consequente subida do nível do mar. Este episódio pode interagir com a maré astronómica, fazendo com que altere a maré que resultaria na ausência destes fatores meteorológicos (Gill, 1982, p. 394 e Boon, 2004, p. 136). Exemplo de regiões mais vulneráveis a este fenómeno localizam-se no Golfo do México, noroeste da Austrália e Bangladesh, pois são suscetíveis a ciclones tropicais que são mais frequentes nos últimos meses de verão (julho-agosto no hemisfério norte, janeiro-fevereiro no hemisfério sul), com períodos relativamente reduzidos (2 a 3 dias). Outras costas bastante afetadas por *storm surges* são as do mar do Norte, na passagem de tempestades de inverno.

Se a Terra não tivesse rotação, o transporte da água superficial deslocar-se-ia na mesma direção que o vento. Contudo, devido ao movimento de rotação diária da Terra, a camada superficial da água desloca-se para a direita da direção do vento no hemisfério norte e para a esquerda da direção do vento no hemisfério sul, sendo esta deflexão conhecida como efeito de Coriolis. Walfrid Ekman (1874-1954), físico sueco, deduziu um modelo de correntes superficiais, na qual a odógrafa do vetor velocidade descreve uma curva conhecida por espiral de Ekman, nesta os vetores têm direções e velocidades variáveis ao longo da coluna de água. Em análise à mesma, verifica-se que cada fina camada elementar é desviada para a direita (no hemisfério norte) do movimento da camada sobreposta e, conseqüentemente, a direção do movimento da água altera-se com o aumento da imersão. Considerando um vento com direção e velocidade constantes perante a água do mar com assumida extensão e profundidade ilimitadas, a água superficial deslocar-se-ia num ângulo de 45^0 para a direita do rumo do vento no hemisfério norte (45^0 para a esquerda no hemisfério sul).

No hemisfério norte, a espiral de Ekman desloca a água ao longo de imersões até, no máximo, entre 100 a 150 metros, consoante a intensidade do vento e a latitude. O transporte integrado na coluna de água afetada é de 90^0 para a direita do rumo do vento (no hemisfério norte) e de 90^0 para a esquerda do rumo do vento (no hemisfério sul), o que é conhecido por transporte de Ekman (ver Figura 5.1).

Todavia, como o oceano não corresponde exatamente às condições idealizadas pela espiral de Ekman, os movimentos induzidos pelo vento por vezes diferem apreciavelmente da teoria, como é o caso das águas ou mares costeiros de pequenas profundidades. Nestas, a profundidade da água não é suficiente para o desenvolvimento da espiral de superfície e por atrito do fundo, junto deste, tende a surgir outra espiral contrária àquela. Junto ao fundo, e a aproximar deste, os vetores da corrente diminuem progressivamente de intensidade até ao fundo (onde se assume valor nulo), e rodam para a esquerda ao aproximar do fundo (no hemisfério norte). Assim o ângulo entre a direção do vento e o movimento das camadas superficiais pode ser cerca de 15^0 , ou até mesmo nulo, o que fará com que a água se desloque aproximadamente no mesmo rumo do vento (ver Figura 5.1 (dir.)). No mar costeiro crê-se que sejam importantes os efeitos da tensão de ventos com componentes terra-mar e paralela à costa, o que poderá favorecer a ocorrência de depressões no nível da água (caso soprem de terra ou com a costa à esquerda do rumo do vento no hemisfério norte) ou elevações (caso soprem do mar ou com a costa à direita do rumo do vento no hemisfério norte). O agente é a tensão do vento, que tem unidades físicas de pressão (Pa) e é proporcional ao quadrado da velocidade do vento e na direção deste. A tensão pode ser quantificada pelo produto do quadrado da

velocidade do vento pela densidade do ar e por coeficiente de arrasto do vento (cf. Pond e Pickard, 1983, p. 108).

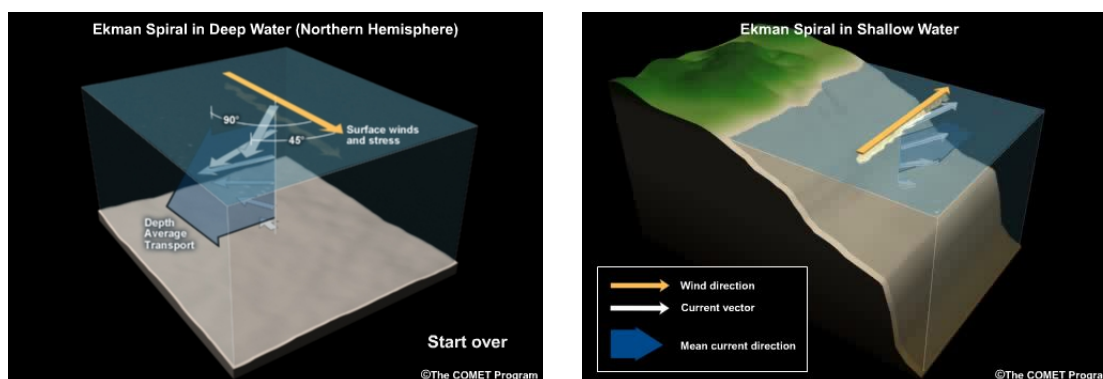


FIGURA 5.1: Esquema da espiral de Ekman em água profunda (esq.) e água pouco profunda (dir.). Fonte: ©COMET Program.

Relativamente aos efeitos induzidos pelas variações da pressão atmosférica, a superfície do oceano responde de forma oposta aos registos do barómetro, sendo este fenómeno designado por «efeito do barómetro invertido». A descida da pressão atmosférica está associada à subida do nível do mar; em termos numéricos, por cada milibar (*mb*) de alteração da pressão há uma variação de aproximadamente um centímetro de água (cf. Gill, 1982, p. 337 e Boon, 2004, p. 146).

De modo a testar a metodologia e avaliar um caso real da ocorrência de marés meteorológicas, escolheu-se o porto de Newport, Rhode Island, localizado na Costa Nordeste dos Estados Unidos da América, cuja estação de marés e meteorológica fica na posição lat. = 41,50333 N e lon. = 71,32667 W, com uma costa aberta ao oceano Atlântico, conforme a Figura 5.2. A localização numa latitude média, a extensa plataforma continental (com relativamente pequenas profundidades) e as características de sazonalidade (contrastes acentuados entre verão e inverno) são fatores favoráveis para a escolha deste porto.

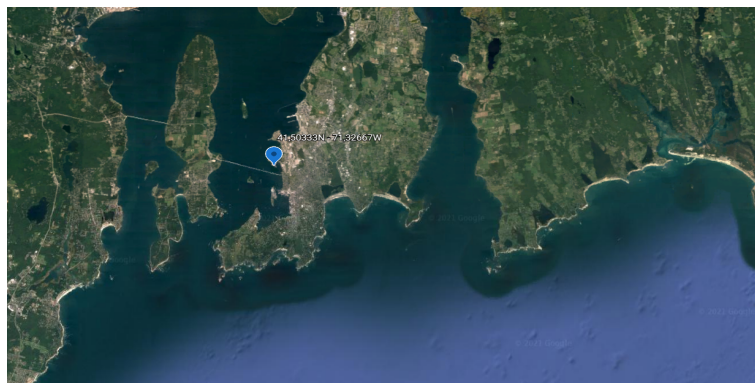


FIGURA 5.2: Mapa de Newport, sendo assinalada a posição da estação maregráfica e meteorológica em 41,50333 N e 71,32667 W, na Costa Nordeste dos EUA. Fonte: Google Earth.

5.2 Metodologia

A metodologia para se quantificar resíduos extra maré envolve uma série de procedimentos, os quais serão detalhados seguidamente.

Foi acedido o site da NOAA⁹, no qual se obteve a série meteorológica com dados referentes a pressão atmosférica, velocidade e direção do vento, no período de 1JAN a 31DEZ18, com escassas lacunas, o que reúne condições favoráveis à sua análise.

Assumiui-se uma orientação geral para a linha de costa local por forma a se obter as componentes terra-mar e paralela à costa da velocidade do vento (com terra à sua direita), a qual para o porto em questão é definida como 250°. O azimuth de terra para o mar na perpendicular à linha de costa é 160°.

Procedeu-se à leitura do ficheiro com a série de dados de altura de maré para o período da série meteorológica correspondente. À série de marés aplica-se o filtro de Doodson (descrito na secção 1.8) às alturas de maré horárias de modo a se obter a série de resíduos de origem meteorológica. De seguida, obtém-se o espectro de resíduos para se avaliar ou confirmar a ausência de componentes de maré astronómica.

Posteriormente, ajustaram-se as séries de pressões atmosféricas e de velocidade do vento (componente terra-mar e componente paralela à costa), removendo os dados das primeiras e últimas 19 horas, por forma a ficarem simultâneas e correspondentes, valor a valor, à série de resíduos. Posto isto, seguiu-se a produção

⁹Acesso a observações meteorológicas da NOAA no *website*: <https://tidesandcurrents.noaa.gov/met.html?id=8452660>, acedido a 18 março de 2021.

dos gráficos temporais, para visualização, das séries simultâneas dos resíduos, da pressão atmosférica, velocidade das componentes do vento terra-mar e paralela à costa. Assim, foi possível visualizar de maneira geral a dimensão e a frequência de resíduos mais significativos (positivos ou negativos).

Com o intuito de localizar quais os picos de resíduos positivos (sobrelevações) e negativos (depressões) que pudessem vir a ser considerados de estudo relevante, escolheram-se valores limiares de +20 e -20 centímetros (adequados para Newport, tendo em conta as oscilações). Localizados os picos que excederam aqueles limiares, seguiu-se a avaliação pormenorizada dos eventos de resíduos positivos e negativos, em relação com as tendências de pressão atmosférica e de vento terra-mar e paralelo à costa, descortinando-se a sua correlação. Este procedimento permitiu aferir e quantificar os períodos do ano com maior frequência dos efeitos meteorológicos.

5.3 Interpretação de Marés Meteorológicas

A interpretação da maré meteorológica de Newport rege-se por um conjunto de passos, em que o primeiro apresenta de uma forma geral os dados de meteorologia e o segundo destaca episódios de sobrelevações e depressões, relativos às alturas da maré astronómica, segundo os critérios definidos na metodologia.

A primeira abordagem da interpretação poderá ser consultada no Apêndice Z, o qual inclui uma série de dez gráficos: (1) temperatura do ar; (2) pressão atmosférica; (3) velocidade do vento; (4) direção do vento; (5) componente terra-mar da velocidade do vento; (6) componente paralela à costa da velocidade do vento; (7) alturas de maré observada; (8) resíduos (ou maré meteorológica) pela filtragem de Doodson; (9) espectros de amplitudes dos resíduos em ciclos por dia; (10) espectros de amplitudes dos resíduos em períodos (horas), correspondentes ao período total da série (1JAN a 31DEZ18).

Em análise às séries temporais de temperatura do ar e de pressão atmosférica, salienta-se no ciclo anual de temperaturas maiores no verão e menores no inverno, verificando-se depressões barométricas mais acentuadas no inverno. Relativamente ao vento, verifica-se maior ocorrência de ventos fortes no inverno e mais fracos no verão.

Dos gráficos correspondentes à componente terra-mar da velocidade do vento destaca-se a maior frequência de ventos de terra para o mar no inverno e

do mar para terra no verão. Da componente paralela a costa da velocidade do vento, prevalecem ventos a soprar com a costa à esquerda do rumo do vento.

Da série de resíduos, resultante da aplicação do filtro de Doodson, notam-se sete depressões abaixo do limiar de -20 cm e seis elevações acima de 20 cm, com maior ocorrência sobretudo nos meses de inverno e respectivas transições (primavera e outono).

Do espectro de resíduos destaca-se alguma escassa energia remanescente da maré (o filtro de Doodson não é perfeito) nos períodos da maré diurna (picos de cerca de 1 cm) e semidiurna (pico de 3 cm), e alguma de períodos mais longos (superiores a 50 horas, correspondentes a efeitos da meteorologia).

Numa segunda abordagem, de modo a avaliar pormenorizadamente os eventos de resíduos positivos e negativos notados no gráfico temporal resultante do filtro de Doodson, definiram-se sete períodos de curta duração que englobassem eventos de interesse. Neste sentido, será apresentado cada período composto por quatro gráficos: (1) resíduos; (2) pressão atmosférica; (3) componente do vento de terra-mar (valores positivos significam a soprar de terra para mar) e (4) componente do vento paralela à costa (valores positivos significam costa à direita do rumo do vento).

No primeiro período, de 2 a 15JAN18, representado na Figura 5.3, salienta-se uma depressão de 4 a 7JAN18, que atinge cerca de -0,7 m, a qual se correlaciona com: (1) um aumento da pressão a partir de 4JAN18; (2) o vento a soprar de terra para o mar de 4 a 7JAN18 e (3) ventos com costa à esquerda até dia 5JAN18. A formação da acentuada depressão do nível da água é devida à subida da pressão atmosférica, e às componentes de vento de terra para mar e paralela à costa (esta à esquerda).

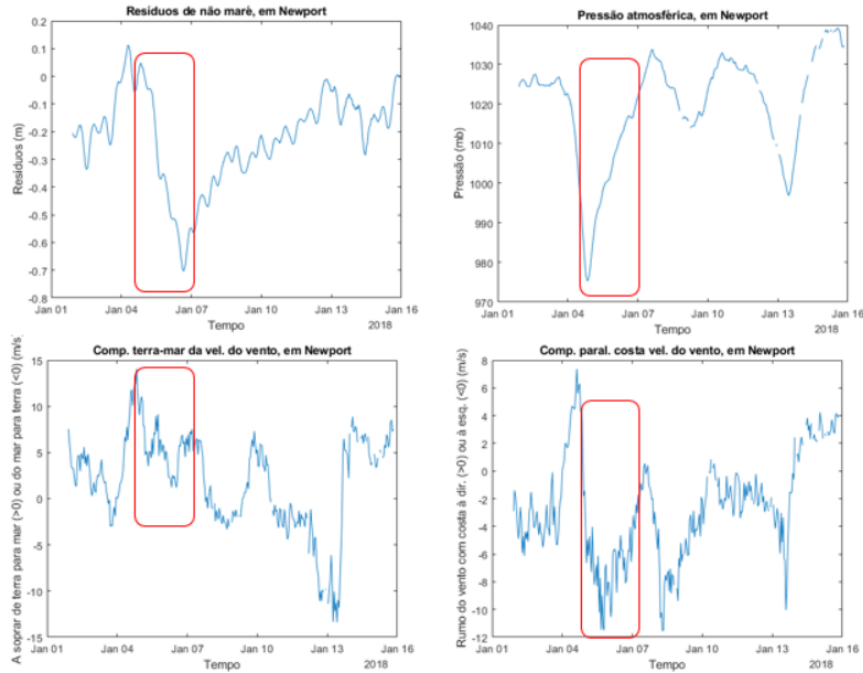


FIGURA 5.3: Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 2 a 15JAN18.

No segundo período, de 27JAN a 27FEV18, representado na Figura 5.4, salientam-se quatro depressões com picos de resíduos semelhantes (cerca de -0,3 m): (1) as três últimas associadas ao aumento da pressão atmosférica, enquanto que na primeira este fenómeno não é evidente; (2) os picos de resíduos coincidem com os picos (aumento) da velocidade do vento a soprar de terra para o mar e (3) as duas primeiras depressões associam-se a ventos de maior intensidade com costa à esquerda do rumo do vento, enquanto que as últimas duas correspondem ao aumento de intensidade com costa à direita do rumo. Neste conjunto parecem ser mais consistentes os efeitos da pressão atmosférica e da componente de terra para mar do vento, não tanto a componente paralela à costa.

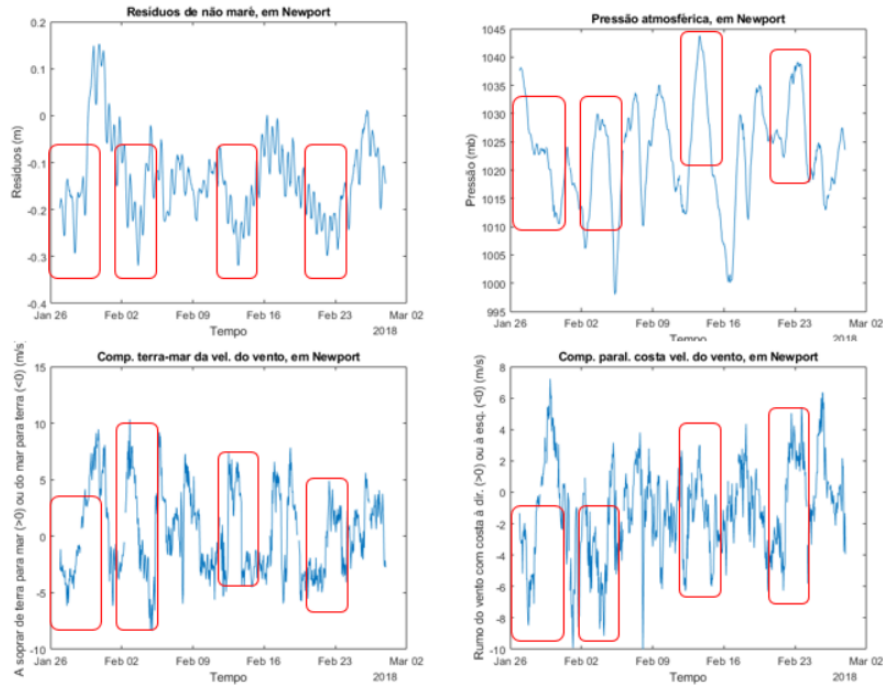


FIGURA 5.4: Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 27JAN-27FEV18.

No terceiro período, de 1 a 12MAR18, representado na Figura 5.5, salienta-se uma sobrelevação de 1 a 7MAR18, que atinge cerca de 0,4 m, a qual se correlaciona com: (1) diminuição da pressão entre 28FEV e 2MAR18; (2) ventos com direção predominante de terra para mar com intensidades até 14 m/s e (3) ventos com costa à direita do seu rumo. Neste período os principais efeitos foram a diminuição da pressão atmosférica e vento com a costa à direita do seu rumo (no hemisfério norte). A componente do vento de terra para mar não terá sido suficiente para evitar a sobrelevação.

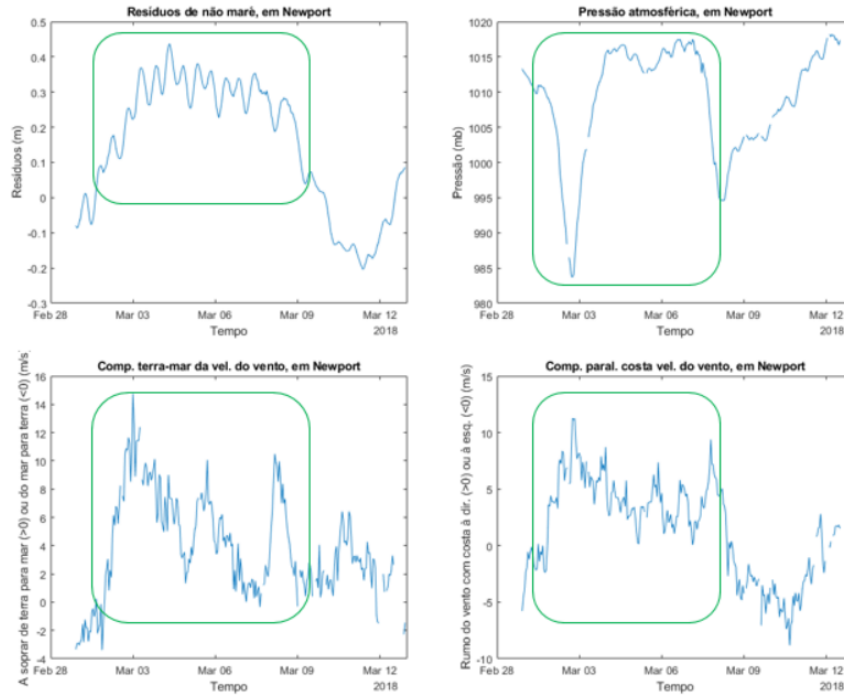


FIGURA 5.5: Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 1-12MAR18.

No quarto período, de 30MAI a 9JUN18, representado na Figura 5.6, salienta-se uma sobrelevação de 3JUN a 7JUN18, que atinge cerca de 0,25 m, a qual se correlaciona com: (1) diminuição da pressão entre 30MAI e 2JUN18 e de 4 a 6JUN18 (em 3JUN18 houve subida e pico intermédio); (2) ventos com velocidades instáveis, embora a sobrelevação seja antecedida de ventos a soprar de mar para terra e (3) pico da sobrelevação coincide com pico de intensidade da componente do vento com costa à direita do seu rumo. Tal como no período anterior, verificam-se os requisitos associados à teoria ou explicação usual da formação de sobrelevações, ou seja diminuição da pressão, vento de mar para terra e vento a soprar com a costa à direita do seu rumo (no hemisfério norte).

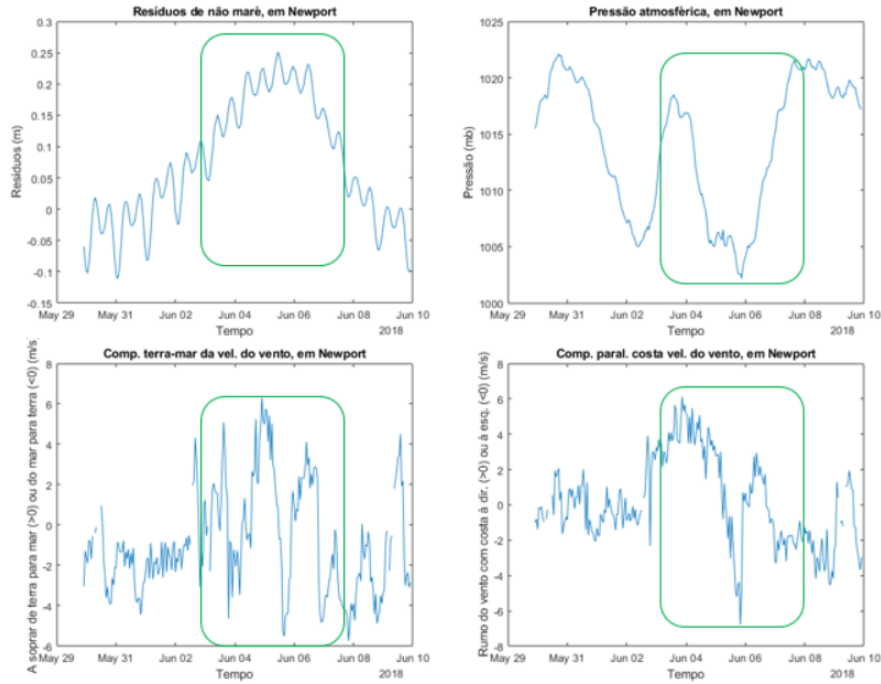


FIGURA 5.6: Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 30MAI-9JUN18.

No quinto período, de 5 a 18SET18, representado na Figura 5.7, salienta-se uma sobrelevação de 8 a 11JUN18, com cerca de 0,2 m, a qual se correlaciona com: (1) aumento da pressão entre 8 a 11SET18, o que não contribuirá para o evento; (2) vento a soprar da terra para mar até 10SET, o que também não contribuirá para o evento e (3) componente do vento com costa à direita, até 11/12SET, o que contribuirá para o evento. Neste período, não terá sido a pressão atmosférica ou a componente terra-mar do vento os agentes causadores da sobrelevação, mas outras causas, incluindo a componente paralela à costa do vento (com a costa à direita do rumo).

5.3. Interpretação de Marés Meteorológicas

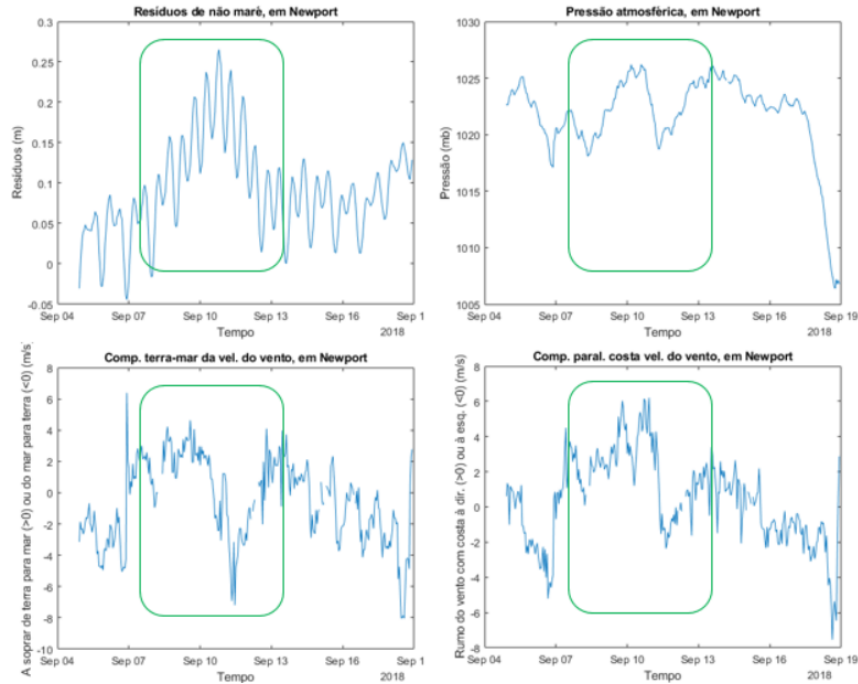


FIGURA 5.7: Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 5-18SET18.

No sexto período, de 7 a 28OUT18, representado na Figura 5.8, salientam-se duas sobrelevações (de cerca de 0,3 m) e uma depressão (de cerca de -0,2 m), as quais se correlacionam com: (1) variações na pressão atmosférica; (2) as duas sobrelevações foram antecedidas por vento com componente do mar para terra (o que favorece), sendo que a depressão ocorreu com vento de terra para o mar (também favorece); e (3) a depressão ocorre com a componente do vento paralela (costa à esquerda do rumo) de acordo com a teoria de Ekman, no entanto, nas duas sobrelevações não é evidente o efeito da componente do vento paralela à costa. No conjunto dos três eventos os agentes meteorológicos, que assumem particular relevância são a variação da pressão atmosférica e a componente terra-mar do vento.

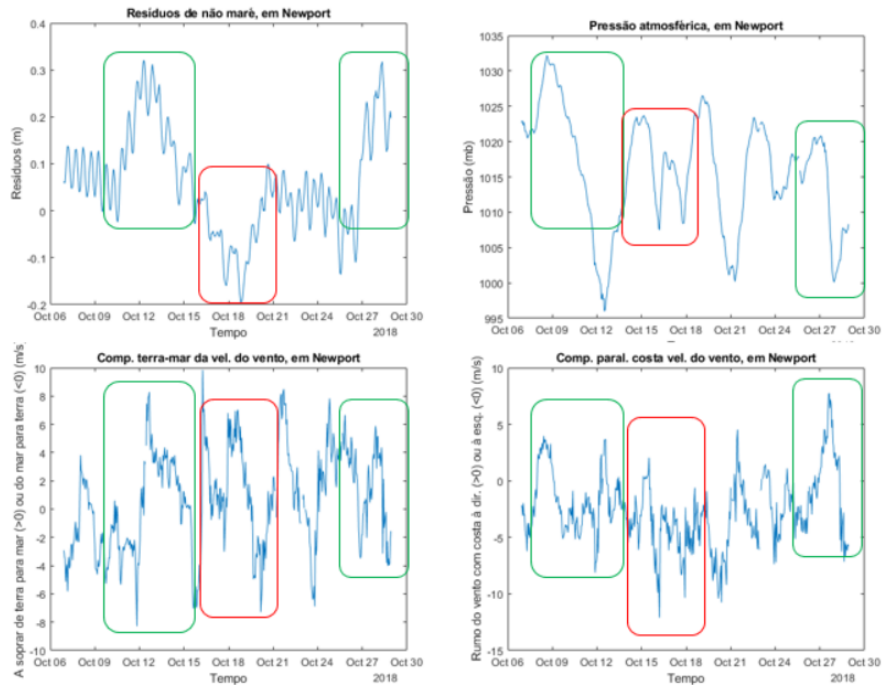


FIGURA 5.8: Resíduos (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 7-28OUT18.

No sétimo período, de 13NOV a 6DEZ18, representado na Figura 5.9, salientam-se uma depressão (com cerca de -0,3 m) e uma sobrelevação (com cerca de 0,35 m), podendo notar-se: (1) a depressão do nível da água ocorre com subida da pressão atmosférica e a sobrelevação com descida da pressão atmosférica, dentro do expectável; (2) a depressão ocorre com vento a soprar de terra para o mar, o que favorece a descida do nível do mar; a sobrelevação não parece estar relacionada com a componente do vento mar-terra e (3) a depressão aparenta estar associada à componente do vento com a costa à esquerda do seu rumo, o que a favorece; já a sobrelevação aparenta estar associada à componente do vento com a costa à direita, o que contribui para o evento.

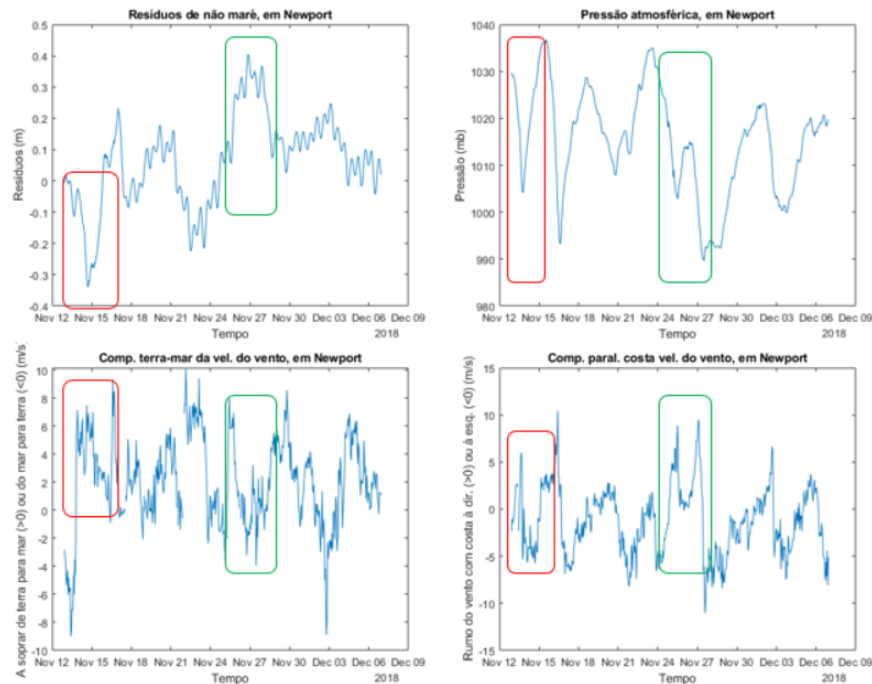


FIGURA 5.9: Resíduos de maré meteorológica (m), pressões atmosféricas (mb), velocidades (m/s) do vento, componentes terra-mar e paralela à costa, Newport, 13NOV-6DEZ18.

Em síntese, após analisados os vários períodos com episódios de interesse pode-se afirmar que os eventos meteorológicos correlacionam-se com subida ou descida do nível da superfície do mar. De acordo com a Tabela 5.1, é de salientar que as depressões estão associadas a/ou: (1) aumentos da pressão atmosférica (relação com o efeito do «barómetro invertido»); (2) ocorrem em geral com a componente do vento a soprar de terra para o mar e (3) rumo do vento com a costa à esquerda. As sobrelevações estão associadas a: (1) diminuições da pressão atmosférica (relação com o efeito do «barómetro invertido») e (2) rumo do vento com costa à direita. As ocorrências de sobrelevações parecem ocorrer com probabilidade semelhante com vento a soprar de terra para o mar ou do mar para terra, embora esta direção seja, em teoria, mais favorável.

	Aumento Pressão	Diminuição Pressão	Componente Terra-Mar	Componente Mar-Terra	Vento com costa à direita	Vento com costa à esquerda
Depressão (7)	86%	14%	100%	0%	29%	71%
Sobrelevação (6)	17%	83%	50%	50%	83%	17%

TABELA 5.1: Resumo estatístico relativo às depressões e sobrelevações e sua relação com variações dos agentes meteorológicos (pressão atmosférica e componentes do vento perpendicular e paralela à linha de costa).

É interessante constatar, através desta análise, a validade da aplicação da teoria de Ekman (ver p. ex. Gill, 1982, p. 373 e pp. 394-395), com a adaptação para o contexto de mar costeiro de pequenas profundidades (onde o transporte forçado pelo vento tende a ser aproximadamente alinhado com o rumo do vento e não a 90^o deste)¹⁰, na interpretação de eventos de marés meteorológicas (anomalias positivas ou negativas). Também se constata o efeito de «barómetro invertido» nos resíduos, como descrito em Gill (1982) p. 337 e p. 339 ou em Boon (2004) p. 146.

5.4 Interpretação Complementar com Uso do Espectro Cruzado

De modo a complementar o estudo das marés meteorológicas, aplicou-se a análise com recurso ao espectro cruzado, cujo resumo foi descrito na subsecção 1.7.2. Esta abordagem também foi utilizada no âmbito do estudo «*On the atmosphere-induced sea level variations along the western coast of the Sea of Japan*» (Sokolova *et al.*, 1992), no qual foi aplicada a análise espectral cruzada para averiguar relações espacio-temporais entre agentes da atmosfera e as variações do nível do mar.

Tal como o autoespectro descrito na subsecção 1.7.1, o espectro cruzado descreve a distribuição de energia (variância ou amplitude) no domínio da frequência (ou de períodos). Enquanto que o autoespectro apresenta apenas a energia relativa ao próprio sinal (p. ex. série de pressão atmosférica ou de resíduos de maré meteorológica ou outra) o espectro cruzado apresenta, no domínio frequência ou de períodos, a energia de oscilação conjunta ou partilhada, em cada frequência discreta do domínio, entre duas séries (p. ex. entre as séries de pressão atmosférica e a de resíduos ou maré meteorológica). O espectro cruzado pode ainda ser normalizado pela coerência quadrada, entre zero e a unidade, que revela sobre a relação de facto existente entre as oscilações conjuntas, em cada frequência.

Para a aplicação do espectro cruzado é necessário cumprir com determinados requisitos tais como a inexistência de lacunas nos dados (motivo pelo qual apenas se apresenta o espectro cruzado relativo a pressões atmosféricas e a marés meteorológicas, pois os dados de vento contêm imensas falhas e dificilmente se conseguem séries simultâneas com duração adequada - de algumas semanas) e que a série de dados constitua um processo ergódico. Um processo aleatório é considerado ergódico se for estacionário (as estatísticas não variam no tempo) e se forem iguais

¹⁰Ver p. ex. no sítio da NASA “Ocean in Motion: Ekman Transport Background” em <http://oceanmotion.org/html/background/ocean-in-motion.htm> (acedido a 14 de março de 2021).

as médias estatísticas calculadas, independentemente das funções de amostragem temporais utilizadas. Este processo permite usar qualquer função de amostragem para representar as propriedades estatísticas e usar um registo finito para representar um processo aleatório (cf. Bendat e Piersol, 1986, p. 12). Assim sendo, pode-se presumir que as pressões atmosféricas e os resíduos meteorológicos são processos ergódicos ou próximos disso. Os eventos meteorológicos não são completamente aleatórios, pois apesar de considerados aperiódicos e transientes, quando ocorrem revelam estrutura algo cíclica.

A Figura 5.10 apresenta duas séries temporais de dados: pressões atmosféricas (esq.) e resíduos - ou maré meteorológica (dir.) correspondentes ao período de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00 (fuso 0), as quais constituem as entradas para a aplicação do espectro cruzado.

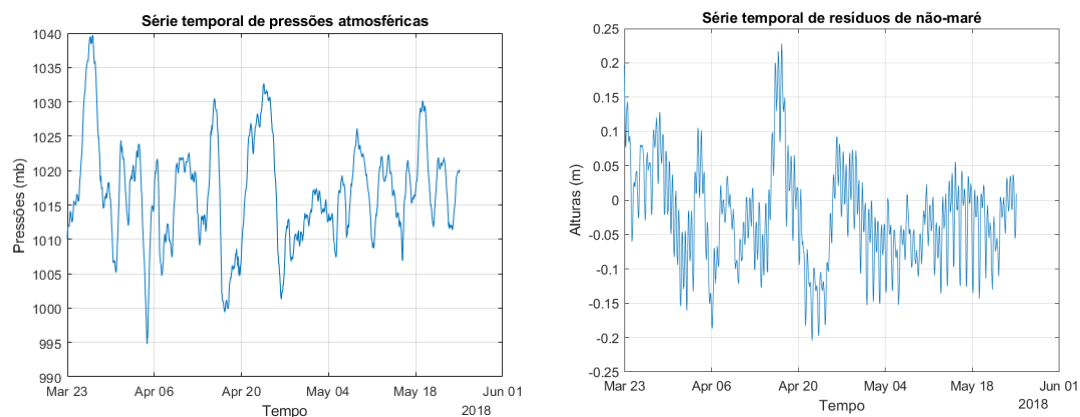


FIGURA 5.10: Séries temporais de pressão atmosférica (esq.) e de resíduos (dir.), de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00 (fuso 0), em Newport.

Na Figura 5.11 são mostrados os autoespectros das duas séries consideradas, a da pressão atmosférica e a dos resíduos de maré meteorológica. Nela pode notar-se haver substancial energia nas pressões atmosféricas, nas frequências inferiores a meio ciclo por dia, o que se assemelha ao verificado para a série de resíduos (maré meteorológica). Isto é consistente com o que já havia sido descrito na secção anterior: os resíduos são, em parte, consequência das variações barométricas de baixa frequência.

Do espectro das amplitudes das pressões é interessante poder notar-se dois picos notórios, de cerca de 0,7 mb em um ciclo por dia e de 0,5 mb em dois ciclos por dia, os quais correspondem à maré atmosférica¹¹. Também no espectro de

¹¹As marés atmosféricas são oscilações a nível global na temperatura, vento e pressão em determinados períodos e constituem harmónicas de um dia solar ou lunar.

amplitudes dos resíduos se notam picos de cerca de 2 cm, em um ciclo por dia, e de 3,4 cm, em dois ciclos por dia, os quais revelam a existência de escassa maré astronômica, pois a filtragem de Doodson não é perfeita na remoção da maré astronômica, apesar de à partida ser sabido que a remoção conseguida é de quase 100 por cento.

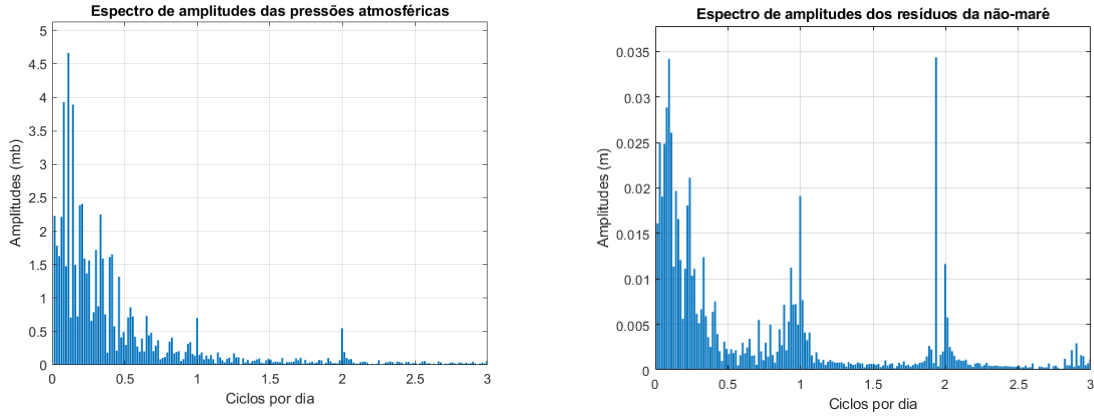


FIGURA 5.11: Espectros de amplitudes de pressões atmosféricas (esq.) e de resíduos (dir.), de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00, em Newport.

Em análise aos gráficos da densidade de potência e de desfasamento do espectro cruzado, cuja teoria foi abordada na subsecção 1.7.2, verifica-se que a energia de oscilações conjuntas está sobretudo em baixas frequências (inferiores a 0,5 ciclos/-dia), com desfasamento de 120° a 160° , sendo a frequência de pico de 0,115 ciclos/dia ou período de 8,69 dias. Salienta-se também, alguma energia de oscilação conjunta diurna e semidiurna, entre a maré atmosférica e a escassa maré astronômica que persiste nos resíduos (a que passou no filtro de Doodson).

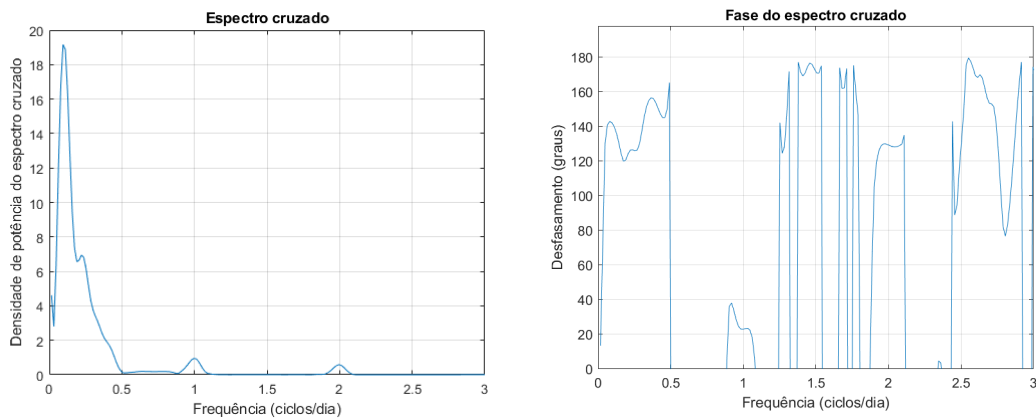


FIGURA 5.12: Espectros cruzados entre pressão atmosférica e resíduos: densidade de potência $|G_{xy}|$ (esq.) e relação de fases α_{xy} (dir.), de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00, em Newport.

No gráfico da coerência quadrada representado na Figura 5.13 entre pressão atmosférica e resíduos salienta-se que, nas baixas frequências de interesse, ou seja, de 0 a 0,5 ciclos/dia há um pico de coerência quadrada de 0,73. Este valor é revelador da relação conjunta entre as pressões e os resíduos, pois para além da pressão atmosférica, existem outros fatores associados, como p. ex. o vento. Ademais, verifica-se o maior valor de coerência quadrada é 0,9 na frequência de dois ciclos por dia, o que se associa à relação entre a maré atmosférica semidiurna e a maré semidiurna que persiste nos resíduos; também o pico de 0,6 na coerência quadrada, em um ciclo por dia, revela a relação entre a maré atmosférica diurna e a escassa energia da maré diurna persistente nos resíduos.

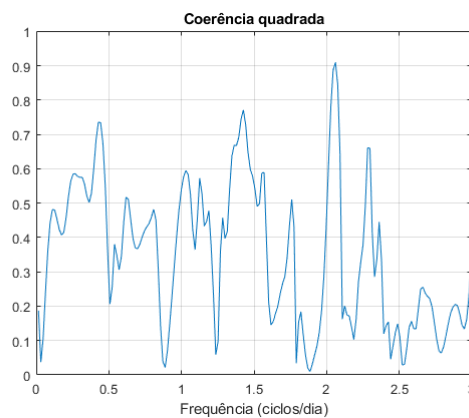


FIGURA 5.13: Coerência quadrada γ_{xy}^2 dos espectros cruzados entre pressão atmosférica e resíduos, de 23MAR18 às 00:00 a 25MAI18 às 02:00, em Newport.

Após a análise dos dados relativos ao espectro cruzado, salienta-se que esta abordagem complementar, contribui para melhor documentar a relação de causa e efeito, neste caso entre a pressão atmosférica e as sobrelevações ou depressões da superfície do mar. A partir da aplicação desta função foi possível também verificar a existência de energia residual associada à maré atmosférica em períodos diurnos e semidiurnos. Posto isto, enfatiza-se a importância do estudo destes fatores principalmente para regiões de maior suscetibilidade à ocorrência de *storm surges*. Ressalva-se que se houvesse maiores períodos temporais de séries de vento de Newport, sem falhas, seria interessante aplicar a metodologia de espectros cruzados para relacionar as componentes de vento terra-mar e paralela à costa com os resíduos.

Conclusão

As marés constituem um complemento essencial para todos os navegantes e utilizadores do mar, sendo um fenómeno bastante complexo que abrange várias disciplinas de estudo, como astronomia, física e matemática. A investigação e o trabalho desenvolvido nesta Dissertação consolidaram a aquisição de conhecimento técnico e científico nas referentes áreas, assim como valências técnicas e práticas na área de programação, proporcionando sensibilidade e resiliência para as adversidades encontradas.

A ferramenta SeaTideWave concretiza em si toda a aprendizagem precedente do estudo das marés e a viabilidade de o operacionalizar. Ao longo da sua evolução procurou-se avaliar e responder às necessidades da comunidade navegante ou utilizadora do mar costeiro, adaptando-a ao nível tecnológico e ecológico dos dias de hoje, uma vez que a sua criação visa a possibilidade de substituir/reduzir as tabelas de marés em papel, bem como a capacitação de previsões de corrente de maré. No âmbito operacional, a bordo das unidades navais, considera-se a SeaTideWave uma mais valia que deveria assumir presença nos computadores da ponte, considerando a sua fácil utilização e instalação, dispensando o acesso à Internet. O desenvolvimento desta Dissertação emergiu de uma questão central, da qual originaram cinco questões derivadas, que procuraram ser respondidas em consonância com as diversas metodologias adotadas e resultados conseguidos.

QD1: Que métodos existem e quais são acessíveis de operacionalizar, em ferramenta informática, para análise harmónica de marés e de correntes de maré, e como calcular previsões?

A astronomia proporciona os elementos orbitais principais e as funções orbitais secundárias para se obter os fatores nodais e os argumentos de equilíbrio (fases teóricas das constituintes). Complementarmente, para a análise harmónica, foram estudados três métodos matemáticos de análise: as séries de Fourier, o método de mínimos quadrados (variantes de Boon e Kiley (1978) e Boon (2004)); cada um tem uma abordagem matemática própria e distinta, porém conjugam-se para um rumo comum: cálculo das amplitudes e fases das 37 constituintes selecionadas. A previsão

tem como grande suporte a análise, pois após calculadas as constantes harmônicas, as amplitudes relacionar-se-ão com os fatores nodais e as fases com os argumentos astronômicos. Estas componentes, têm aplicabilidade prática na fórmula harmônica da maré. A previsão da corrente de maré difere ligeiramente da fórmula referida, na medida em que é adaptada às componentes de enchente-vazante e ortogonal.

QD2: De que modo a qualidade das constantes harmônicas depende da duração das séries e dos métodos de análise?

No conjunto dos portos de marés, considera-se que, entre os três métodos de análise, os desempenhos, por ordem crescente, são Fourier, Boon e Kiley (1978) e Boon (2004), sendo que, os métodos revelam-se mais eficientes e rigorosos para séries de maior dimensão. No que se refere a correntes de marés, no conjunto dos quatro locais, verifica-se que os modelos preditivos afiguram-se razoavelmente bem conseguidos, salientando-se que os métodos Boon e Kiley (1978) e Boon (2004) apresentam grande proximidade. Da mesma forma que para as alturas de marés, séries de maior dimensão favorecem as análise-previsões das correntes de maré.

QD3: Qual o efeito ou valia em usar procedimentos de correções preliminares e de eliminação nas análises harmônicas de marés e de correntes de maré?

Inicialmente seguiu-se a metodologia apoiada por Schureman (1958), a qual recomendava o uso de correções às amplitudes e fases, no contexto de análises por séries de Fourier (omisso quanto a métodos de mínimos quadrados), em virtude da proximidade das velocidades angulares das constituintes e por não serem cumpridos as condições aplicáveis às séries (existência de período fundamental e respetivos múltiplos). Porém, após a realização de vários testes conclui-se que as tais correções, não beneficiavam de modo consistente os resultados, optando-se por proporcionar na ferramenta principal a possibilidade de usar, ou não, apenas para séries de 29 dias. No entanto, na versão simplificada da ferramenta para a análise, optou-se por não incluir essa escolha, sendo assumida a não aplicação dessas correções.

QD4: Que metodologias ou procedimentos podem ser operacionalizados na identificação e análise qualitativa e quantitativa de resíduos entre observações e previsões, de baixa frequência, como sejam storm surges (sobrelevações à maré astronômica) motivados por agentes meteorológicos, como variações da pressão atmosférica e do vento, em particular durante tempestades?

Desenvolveu-se uma metodologia relativamente simples a qual inclui a utilização de autoespectros, filtragem pelo filtro de Doodson e espectros cruzados. Estes

procedimentos permitiram inferir que existe, de facto, uma relação causa-efeito entre as sobrelevações e depressões e as variações de pressão atmosférica, bem como alterações da direcção do vento. São bem notórios os chamados efeitos de «barómetro invertido» e que a teoria de Ekman explica bem a ocorrência de sobrelevações ou depressões, junto à costa, pelas componentes de vento terra-mar e paralela à costa.

QD5: De que forma se pode tornar a ferramenta desenvolvida acessível e útil para o utilizador?

Ao longo da investigação retiveram-se ilações, a partir das quais foram registados quais os procedimentos, métodos de análise e duração de séries, entre outros, que favoreciam os melhores resultados. Posto isto, de modo a aplicar os produtos conseguidos, foram concebidas duas versões simplificadas e otimizadas para o painel da análise harmónica e para o da previsão. O novo painel da análise harmónica, tem utilidade prática, na medida em que está operacionalizado para proporcionar os resultados do melhor método de análise considerado, o Boon (2004), facultando ao utilizador as constantes harmónicas, que porventura, serão utilizadas na previsão. O utilizador, consoante a duração da série que pretender utilizar e/ou as características da maré ou corrente de maré local, pode escolher entre: 1) separar 10 e inferir 15 constituintes, ou 2) separar 37, sendo esta a desejável, caso os resultados sejam estáveis e corretos. No que se refere ao painel da previsão, o mesmo foi desenvolvido com o intuito de ser instalado num dispositivo portátil, através do seu formato executável acompanhado por um manual de utilizador. Este painel foi adaptado ao contexto das operações nacionais, contendo assim apenas portos da costa continental portuguesa. As duas novas versões simplificadas aproveitam na íntegra, o resultado de todos os testes de avaliação elaborados, providenciando assim uma ferramenta singular, acessível e útil para o utilizador.

QC: Que métodos podem ser usados para criar uma ferramenta informática, versátil e simples de utilizar, que permitam a análise e previsão de marés e de correntes de maré, que procedimentos para testes de avaliação da qualidade, e que procedimentos para detetar e avaliar resíduos de origem meteorológica?

As respostas às perguntas derivadas contribuíram para a explicação da questão central. Do estudo dos três métodos de análise reteve-se que o método desenvolvido por Boon (2004), apoiado na aplicação dos mínimos quadrados (ajustamento do modelo de previsão com o mínimo quadrado da norma euclidiana do resíduo às observações), confere os melhores resultados, pelo que se toma como método principal a ser aplicado na análise harmónica e previsão de marés e correntes de maré. O rigor conseguido pela ferramenta, integra uma metodologia que tem por base a

aplicação de estatísticas que envolvem a determinação de valores máximo, mínimo, média, desvio-padrão e redução de variância. Emprega-se ainda metodologia, relativamente mais exigente, como autoespectros, filtragem de Doodson e espectro cruzado, este último usado para relacionar a maré meteorológica com a pressão atmosférica.

Em suma, deve referir-se que a versão simplificada da ferramenta SeaTideWave desenvolvida na presente Dissertação de Mestrado, foi instalada em quatro navios da Marinha Portuguesa (NRP João Roby, NRP Álvares Cabral, NRP Almirante Gago Coutinho e NRP Figueira da Foz). Reteve-se apreciações bastante positivas principalmente no que se refere à possibilidade de previsões de correntes de maré para a Trafaria, e o facto de ser um software simples e acessível e que poderá vir a substituir a tabela de marés (principal fonte utilizada). As sugestões recebidas passam pela a adição de novos locais de correntes, nomeadamente para o porto de Setúbal (Tróia) (segundo porto mais frequentado pelos navios da Marinha) e para Portimão, e melhorias em termos de estética (as quais foram adotadas).

A presente Dissertação partiu de uma versão preliminar já existente, a partir da qual foram efetuados novos progressos tendo em vista a otimização de resultados e a automatização da ferramenta em MATLAB. A adição de portos e locais, o aumento de constituintes, a elaboração de um conjunto de programas relacionados com a avaliação da qualidade de resíduos e de marés meteorológicas e a conceção de versões simplificadas para a análise e também para a previsão surgem como principais inovações e contributos do trabalho desenvolvido. Não obstante, para trabalhos futuros sugere-se o estudo da análise harmónica e previsão com o respetivo controlo de qualidade, recorrendo eventualmente à utilização de mais constituintes de pequenas profundidades, por exemplo experimentando acrescentar algumas como as MNS_2 , SK_3 , SO_3 , MK_4 , $2MS_6$, $2MN_6$, $2SM_6$, MN_6 , $3MS_8$, $2(MS)_2$ e $2MSN_8$, na tentativa de conseguir melhor rigor e, em particular, avaliar o desempenho da ferramenta em locais como Vila Franca de Xira, no Tejo, ou Alcoutim no Guadiana, onde os efeitos de propagação em pequenas profundidades podem já ser significativos.

Lista de Referências

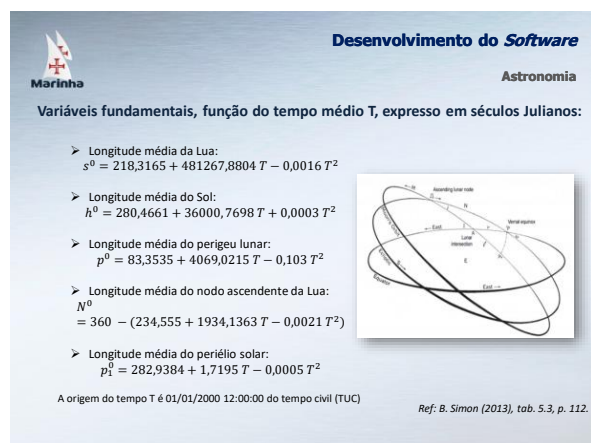
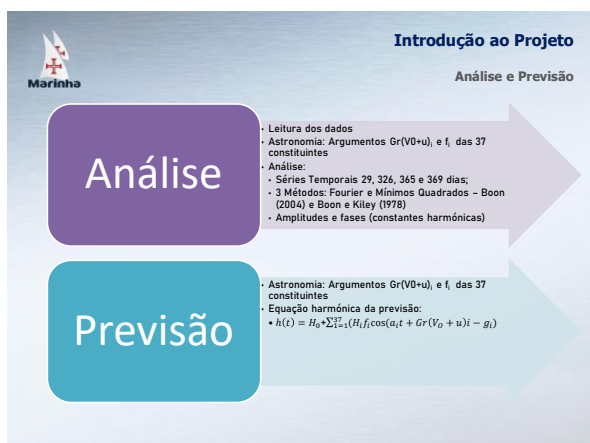
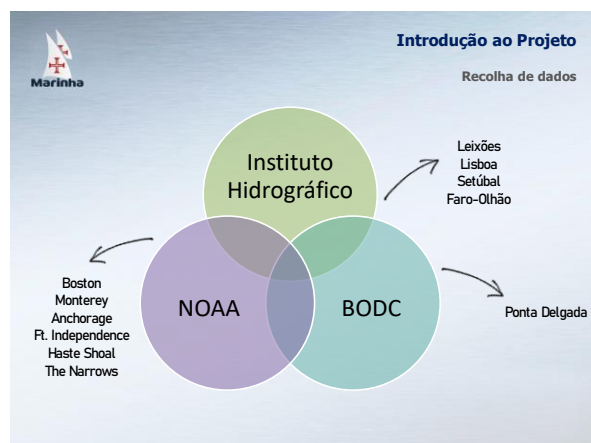
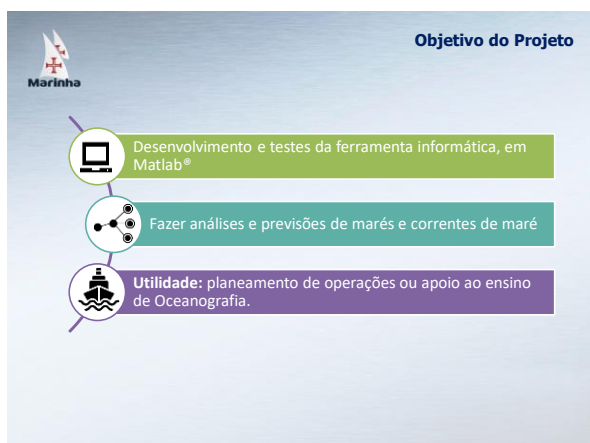
- Bendat, J. e Piersol, A. (1986). *Random Data, Analysis and Measurement Procedures* (second). John Wiley & Sons.
- Benison, L. (2000). Early Medieval Science: the Evidence of Bede. *Endeavour*.
- BODC. (2020). *North Atlantic data*. https://www.bodc.ac.uk/data/hosted_data_systems/sea_level/international/north_atlantic/#Ponta
- Boon, J. (2004). *Secrets of the tide: Tide and Tidal Current Analysis and Predictions, Storm Surges and Sea Level Trends*. Woodhead.
- Boon, J. (2007). *World Tides User Manual*. Gloucester Point.
- Boon, J. e Kiley, K. (1978). Harmonic Analysis and Tidal Prediction by the Method of Least Squares: A User's Manual. *Special Reports in Applied Marine Science and Ocean Engineering*, (186).
- Brigham, E. (1974). *The Fast Fourier Transform*. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs.
- Cartwright, D. E. e Edden, A. (1973). Corrected Tables of Tidal Harmonics. *Geophysical Journal International*, 33, 253–264.
- Cartwright, D. E. e Tayler, R. J. (1971). New computations of the tide-generating potential. *Geophysical Journal*, 23, 45–74.
- Cartwright, D. E. (1999). *Tides: A Scientific History*. Cambridge University Press.
- Cooley, J. e Tukey, J. (1965). An algorithm for the machine calculation of complex Fourier Series, 297–301.
- Costa, C. Análise e previsão de marés com recurso a Excel. Em: *3as Jornadas de Engenharia Hidrográfica*. Instituto Hidrográfico. 2014, 123–126.
- Costa, C. (2014b). *Análise e previsão de marés com recurso a Excel*. Departamento de Ciências do Mar. Escola Naval, Base Naval de Lisboa.
- Costa, C. (2017). *Sebenta de apoio ao ensino de Oceanografia II (Dinâmica)*. Departamento de Ciências do Mar. Escola Naval, Base Naval de Lisboa.
- Dennis, R. e Long, E. (1971). *A user's guide to a computer program for harmonic analysis of data at tidal frequencies* (Vol. 41). US Department of Commerce, National Oceanic; Atmospheric Administration.
- Doodson, A. (1921). The Harmonic Development of the Tide-generating Potential. Royal Society.


- Ferreira, F. e Ghissoni, S. (2020). Implementação de um filtro FIR em FPGA para marca-passos. *Anais do Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão*, 5(3). <https://periodicos.unipampa.edu.br/index.php/SIEPE/article/view/65335>
- Gill, A. (1982). *Atmosphere-Ocean Dynamics* (Vol. 30). Academic Press, INC.
- Godin, G. (1991). Tidal Analysis of Tides and Currents (Review). *Tidal Hyrodynamics* (pp. 675–709). John Wiley; Sons.
- IH. (2021). *Previsão da Altura da Maré*. <https://www.hidrografico.pt/m.mare>
- Kowalik, Z. e Luick, J. (2019). *Modern Theory and Practice of Tide Analysis and Tidal Power*. Austides Consulting.
- Moreira, M. (2017). *Transformadas de Fourier*. Departamento de Ciências e Tecnologia da Escola Naval. Escola Naval, Base Naval de Lisboa.
- Munk, W. e Cartwright, D. (1966). Tidal Spectroscopy and Prediction, 534–581.
- NASA. (2021). *Ocean in Motion: Ekman Transport Background*. <http://oceanmotion.org/html/background/ocean-in-motion.htm>
- NOAA. (2020a). *Currents - Station Selection*. <https://tidesandcurrents.noaa.gov/cdata/StationList?type=Current+Data&filter=historic>
- NOAA. (2020b). *Water Levels - Station Selection*. <https://tidesandcurrents.noaa.gov/stations.html?type=Water+Levels>
- NOAA. (2021a). *Meteorologic Observations Newport RI*. <https://tidesandcurrents.noaa.gov/met.html?id=8452660>
- NOAA. (2021b). *Tidal Current Prediction Error for United States Stations*. https://tidesandcurrents.noaa.gov/noaacurrents/doc/Tidal_Current_Prediction_Uncertainty.pdf
- Parker, B. (1991). The Relative Importance of the Various Nonlinear Mechanisms in a Wide Range of Tidal Interactions (Review). *Tidal Hyrodynamics* (pp. 237–268). John Wiley; Sons.
- Parker, B. (2007). *Tidal analysis and prediction*. NOAA, NOS Center for Operational Oceanographic Products; Services.
- Pawlowicz, R., Beardsley, B. e Lentz, S. (2002). Classical tidal harmonic analysis with error analysis in MATLAB using T_TIDE. *Computers Geosciences*, 28, 929–937.
- Pond, S. e Pickard, G. (1983). *Introductory dynamical oceanography* (second). Pergamon Press Ltd.
- Schureman, P. (1958). *Manual of Harmonic Analysis and Prediction of Tides* (Vol. 4). US Government Printing Office.

- Simon, B. (1991). The Species Concordance Method of Tide Prediction. *Tidal Hydrodynamics* (pp. 725–735). John Wiley; Sons.
- Simon, B. (2013). *Coastal Tides*. Institut Océanographique, Fondation Albert Ier, Prince de Monaco.
- Sokolova, S. E., Rabinovich, A. B. e Chu, K. S. (1992). On the atmosphere-induced sea level variations along the western coast of the Sea of Japan. *La mer*, 30(3), 191–212.

Apêndice A - Participações em Conferências e Resumo Alargado

A.1 Participação na IDEIA 2021





Desenvolvimento do Software
Astronomia

Funções Orbitais Secundárias (1/2)

➤ Inclinação da órbita lunar:

$$I = \text{acos} (0,9136949 - 0,0356926 \cos N)$$


➤ Ascensão reta da interseção da órbita lunar com o equador, desde o ponto vernal:

$$v = \text{asen} (0,0897056 \frac{\text{sen } N}{\text{sen } I})$$

➤ Longitude da interseção da órbita lunar com o equador, desde o ponto vernal equivalente:

$$\xi = \text{atan} \left[\frac{(0,206727 \text{ sen } N)(1 - 0,0194926 \cos N)}{0,9979852 + 0,206727 \cos N - 0,0020148 \cos 2N} \right] \quad v' = \text{atan} \left[\frac{\text{sen } v}{(\cos v + \frac{0,334766}{\text{sen } 2I})} \right]$$

Ref: fórmulas da SP98 e NOS41, pp. 4-5



Desenvolvimento do Software
Astronomia

Funções Orbitais Secundárias (2/2)

$$2v'' = \text{atan} \left[\frac{\text{sen } 2v}{(\cos 2v + \frac{0,0726184}{\text{sen}^2 I})} \right]$$


➤ Longitude média do perigeu lunar: $P = p_{\text{melo série}} - \xi$

$$\frac{1}{R_a} = \sqrt{(1 - 12 \tan^2 \frac{I}{2} \cos 2P + 36 \tan^4 \frac{I}{2})} \quad R = \text{atan} \left(\frac{\text{sen } 2P}{\frac{1}{a} \cot^2 \frac{I}{2} - \cos 2P} \right)$$

$$P = p - \xi \quad \tan Q = 0,483 \tan P$$

$$Q_u = p - \xi - Q \quad \frac{1}{Q_a} = \sqrt{2,310 + 1,435 \cos 2P}$$

Ref: fórmulas da SP98 e NOS41, pp. 4-5



Desenvolvimento do Software
Astronomia

Fatores nodais para as amplitudes das constituintes (1/2)

$$f(S_a) = f(S_{sa}) = f(P_1) = f(S_1) = f(S_2) = f(T_2) = f(R_2) = f(S_4) = f(S_6) = 1$$

$$f(M_m) = f(M_S) = \frac{7,25 - \text{sen}^2 I}{0,5021} \quad f(M_f) = \frac{\text{sen}^2 I}{0,1578}$$


$$f(M_2) = f(2N_2) = f(N_2) = f(v_2) = f(u_2) = f(\lambda_2) = f(2SM_2) = f(MS_4) = \frac{\cos^4(\frac{I}{2})}{0,9154}$$

$$f(L_2) = \frac{f(M_2)}{f(R_a)} \quad f(K_1) = \sqrt{(0,8965 \text{ sen}^2(2I) + 0,6001 \text{ sen } 2I \cos v + 0,1006}$$

$$f(J_1) = \frac{\text{sen } 2I}{0,7214} \quad f(OO_1) = \frac{\text{sen } I \text{ sen}^2(\frac{I}{2})}{0,0164}$$

$$f(2Q_1) = f(Q_1) = f(p_1) = f(O_1) = \text{sen } I \frac{\cos^2(\frac{I}{2})}{0,38}$$

Ref: p. 25 da SP 98 e tabela 2 da SP 98



Desenvolvimento do Software
Astronomia

Fatores nodais para as amplitudes das constituintes (2/2)

$$f(M_1) = \frac{1}{Q_a} \frac{\text{sen } I \cos^2(\frac{I}{2})}{0,3800} \quad f(L_2) = f(M_2) \frac{1}{R_a}$$


$$f(K_2) = \sqrt{19,0444 \text{ sen}^4 I + 2,7702 \text{ sen}^2 I \cos 2v + 0,0981}$$

$$f(M_3) = \frac{\cos^6(\frac{I}{2})}{0,8758} \quad f(MS_4) = \frac{\cos^6(\frac{I}{2})}{0,9154} \quad f(2MK_3) = f(M_2)^2 f(K_1)$$

$$f(MK_3) = f(M_2) f(K_1) \quad f(M_4) = f(M_6) = f(MN_4) = f(M_2)^2$$

$$f(M_8) = f(M_2)^4$$

Ref: p. 25 da SP 98 e tabela 2 da SP 98




Desenvolvimento do Software
Astronomia

Argumentos Gr. (v₀+u) (1/2)

Gr. (V ₀ +u) de S ₂ : h	Gr. (V ₀ +u) de P ₁ : -h + 90 + 180
Gr. (V ₀ +u) de S _{sa} : 2h	Gr. (V ₀ +u) de S ₁ : 180
Gr. (V ₀ +u) de M _m : s - p	Gr. (V ₀ +u) de K ₁ : h - 90 - v' + 180
Gr. (V ₀ +u) de M _{sf} : 2s - 2h	Gr. (V ₀ +u) de J ₁ : s + h - p - 90 - v + 180
Gr. (V ₀ +u) de M _f : 2s - 2ξ	Gr. (V ₀ +u) de OO ₁ : 2s + h - 90 - 2ξ - v + 180
Gr. (V ₀ +u) de 2Q ₁ : -4s + h + 2p + 90 + 2ξ - v + 180	Gr. (V ₀ +u) de 2N ₂ : -4s + 2h + 2p + 2ξ - 2v
Gr. (V ₀ +u) de Q ₁ : -3s + h + p + 90 + 2ξ - v + 180	Gr. (V ₀ +u) de μ ₂ : -4s + 4h + 2ξ - 2v
Gr. (V ₀ +u) de ρ ₂ : -3s + 3h - p + 90 + 2ξ - v + 180	Gr. (V ₀ +u) de N ₂ : -3s + 2h + p + 2ξ - 2v
Gr. (V ₀ +u) de O ₁ : -2s + h + 90 + 2ξ - v + 180	Gr. (V ₀ +u) de v ₂ : -3s + 4h - p + 2ξ - 2v
Gr. (V ₀ +u) de M ₁ : -s + h + p - 90 - v - Q _u + 180	Gr. (V ₀ +u) de M ₂ : -2s + 2h + 2ξ - 2v

Ref: Tab. 2 da SP 98




Desenvolvimento do Software
Astronomia

Argumentos Gr. (v₀+u) (2/2)

Gr. (V ₀ +u) de λ ₂ : -s + p + 180 + 2ξ - 2v	Gr. (V ₀ +u) de M ₄ : -4s + 4h + 4ξ - 4v
Gr. (V ₀ +u) de L ₂ : -s + 2h - p + 180 + 2ξ - 2v - R	Gr. (V ₀ +u) de MS ₄ : -2s + 2h + 2ξ - 2v
Gr. (V ₀ +u) de T ₂ : -h + p ₁	Gr. (V ₀ +u) de S ₄ : 0
Gr. (V ₀ +u) de S ₂ : 0	Gr. (V ₀ +u) de M ₆ : -6s + 6h + 6ξ - 6v
Gr. (V ₀ +u) de R ₂ : h - p ₁ + 180	Gr. (V ₀ +u) de S ₆ : 0
Gr. (V ₀ +u) de K ₂ : 2h - 2v''	Gr. (V ₀ +u) de M ₈ : -8s + 8h + 8ξ - 8v
Gr. (V ₀ +u) de 2SM ₂ : 2s - 2h - 2ξ + 2v	Gr. (V ₀ +u) de 2MK ₃ : -4s + 3h + 90 + 4ξ - 4v + v' + 180
Gr. (V ₀ +u) de M ₅ : -3s + 3h + 3ξ - 3v + 180	Gr. (V ₀ +u) de MK ₅ : -2s + 3h - 90 + 2ξ - 2v + v' + 180
	Gr. (V ₀ +u) de MN ₄ : -5s + 4h + p + 4ξ - 4v

Ref: Tab. 2 da SP 98



Desenvolvimento do Software

Análise

Séries de Fourier

$$h(t) = H_0 + \sum_{j=1}^K C_j \cos(a_j t) + \sum_{j=1}^K S_j \sin(a_j t)$$

$$H_0 = \text{nível médio} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i$$

$$C_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N h_i \cos\left[(i-1) \left(\frac{\pi}{180} a_j \Delta t\right)\right]$$

$$S_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N h_i \sin\left[(i-1) \left(\frac{\pi}{180} a_j \Delta t\right)\right]$$

Amplitudes e fases:

$$R_j = (C_j^2 + S_j^2)^{1/2} \quad \zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j}$$

$$h(t) = \text{altura da maré, função do tempo, } t(h)$$

$$C_j \text{ e } S_j \text{ os coeficientes de Fourier das constituintes } j$$

$$N = \text{dimensão da série temporal}$$

$$h_i = \text{valores discretos da série a intervalos } \Delta t$$


$$a_j = \text{velocidades angulares } (^{\circ}/h) \text{ das constituintes } j$$

$$\frac{\pi}{180} = \text{conversão de graus para radianos}$$

$$R_j = \text{amplitudes das constituintes}$$

$$\zeta_j = \text{fases das constituintes no início da série}$$

Ref: Adaptada das eq. (7), (8), (9) e (10) p. 2 da NOS41 ou das eq. (289) e (290), p. 68, (303) e (304), p. 71 da SP98



Desenvolvimento do Software

Análise

Coefficientes de Fourier, por mínimos quadrados (Boon, 2004)

Matriz X (modelo):

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \cos \omega_1 t_1 & \sin \omega_1 t_1 & \dots & \cos \omega_m t_1 & \sin \omega_m t_1 \\ 1 & \cos \omega_1 t_2 & \sin \omega_1 t_2 & \dots & \cos \omega_m t_2 & \sin \omega_m t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \omega_1 t_n & \sin \omega_1 t_n & \dots & \cos \omega_m t_n & \sin \omega_m t_n \end{bmatrix}$$

Coef. Fourier, C_j e S_j : $A = \begin{bmatrix} H_0 \\ C_1 \\ S_1 \\ C_2 \\ S_2 \\ \vdots \\ C_m \\ S_m \end{bmatrix}$


Segundo J.D. Boon (2004) e J.D. Boon (2007) p. 20 a solução resume-se a:

$$A = (X^T X)^{-1} (X^T Y) \text{ ou em Matlab } A = (X' * X) \backslash (X' * Y)$$

Amplitudes e fases:

$$R_j = (C_j^2 + S_j^2)^{1/2} \quad \zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j}$$

Observações, h_i : $Y = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ \vdots \\ h_{N-1} \\ h_N \end{bmatrix}$



Desenvolvimento do Software

Análise

Coefficientes de Fourier, por mínimos quadrados (Boon & Kiley, 1978)

Matrizes S_{ij} e D_{ij} do modelo a ajustar:

$$S_{ij} = \sum_t \cos(a_i t) \cos(a_j t) \quad D_{ij} = \sum_t \sin(a_i t) \sin(a_j t)$$

Ajustamento dos coeficientes de Fourier, C_i e S_i por mínimos quadrados:

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{K1} & \dots & S_{KK} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{t=-n}^n h_t \cos(a_1 t) \\ \vdots \\ \sum_{t=-n}^n h_t \cos(a_K t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \dots & D_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{K1} & \dots & D_{KK} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{t=-n}^n h_t \sin(a_1 t) \\ \vdots \\ \sum_{t=-n}^n h_t \sin(a_K t) \end{bmatrix}$$

Amplitudes e fases:


$$R_j = (C_j^2 + S_j^2)^{1/2} \quad \zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j}$$

Índices temporais:

$$t = -n, -n+1, \dots, -1, 0, 1, n-1, n$$

$$\text{Quantidade de observações: } N = 2n+1$$

Ref: Boon e Kiley (1978), p.3 e eq. (6) e (7), p. 5



Desenvolvimento do Software

Análise – Constantes harmónicas

Como obter as FASES das constantes harmónicas e sua relação com os ARGUMENTOS TEÓRICOS $Gr. (V_0 + u)_j$


$$local(V_0 + u)_j = Gr. (V_0 + u)_j - p\lambda + \frac{a_j S}{15} \quad [\text{eq. (318) da SP98}]$$

$$\text{"Modified epochs": } g_j = \zeta_j + local(V_0 + u)_j + p\lambda - \frac{a_j S}{15} \quad [\text{eq. (320) da SP98}]$$

$p = \text{índice das espécies (0 longo período, 1 semidiurno, 2 semidiurno, 3 terçodiurno, ...}$
 $S = \text{longitude do meridiano central do fuso horário (>0 W)}$
 $\lambda = \text{longitude do local de observação (>0 W)}$


Como obter as AMPLITUDES das constantes harmónicas e sua relação com os FATORES NODAIS


$$H_j = \frac{R_j}{f_j}$$



Desenvolvimento do Software

Visual da Ferramenta





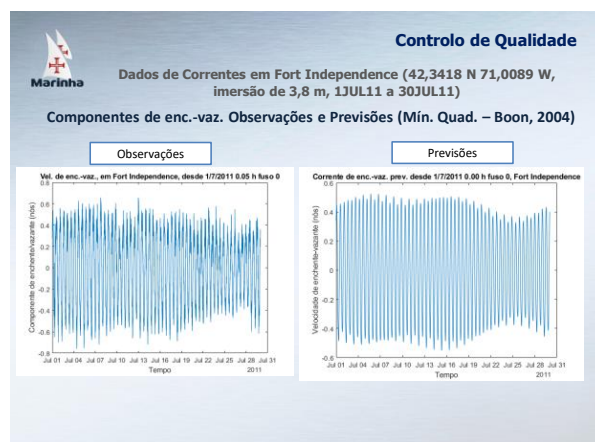
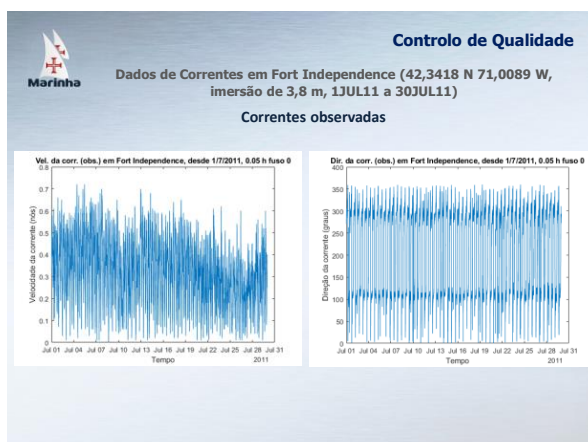
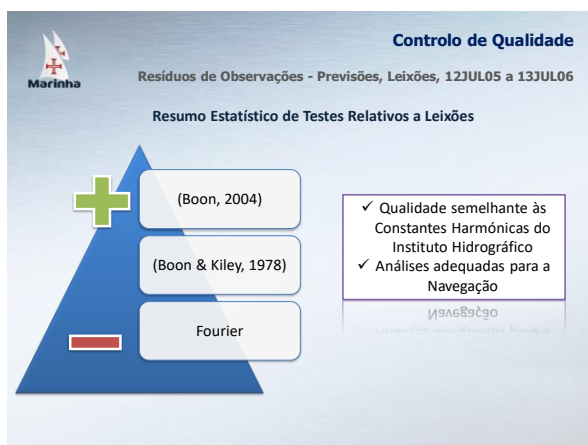
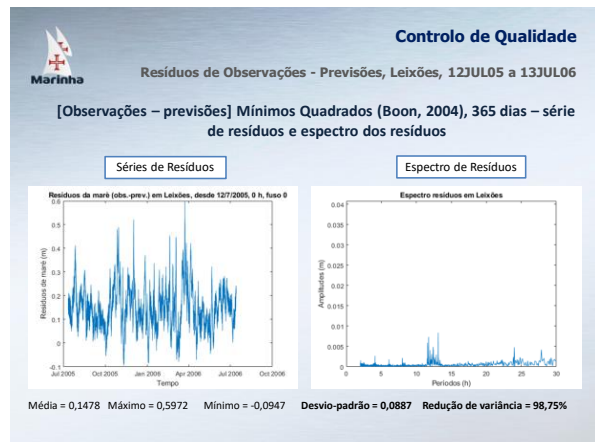
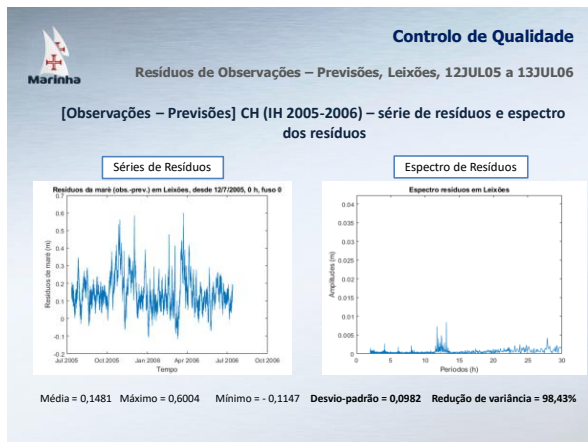
Desenvolvimento de Software

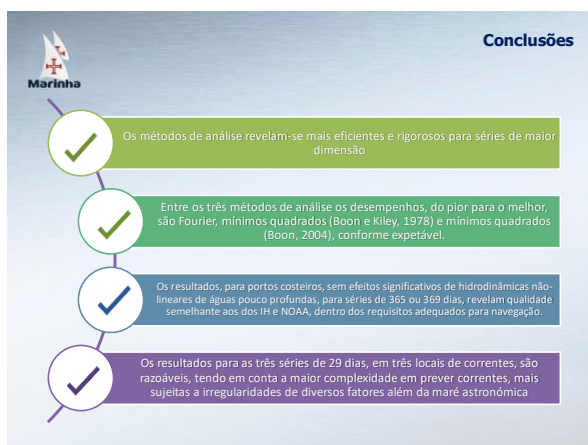
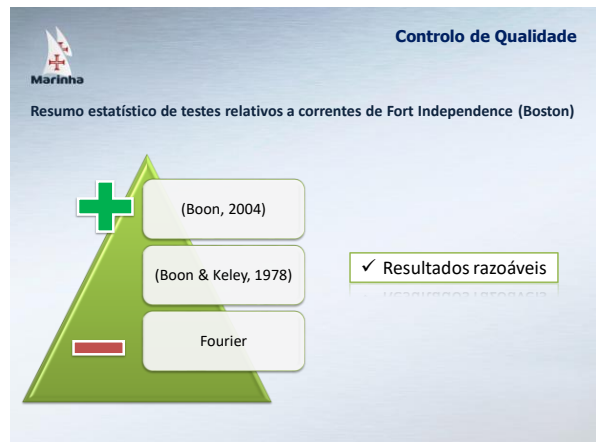
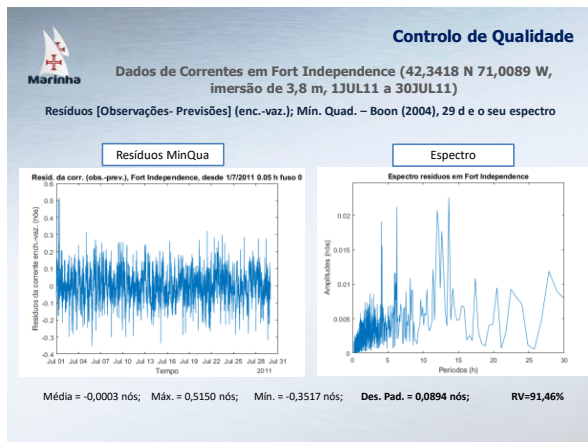
Controlo de Qualidade – Programas de apoio

Controlo de Qualidade

- Resíduos (observações – previsões)
- Estatísticas dos resíduos
- Uso da FFT para espectro de amplitudes no domínio frequência ou períodos

137





Marinha

Lista de Referências

BOON, J.D. e KILEY, K.P. (1978), Harmonic Analysis and Tidal Prediction by the Method of Least Squares, a User's Manual, Special Report No. 186, in Applied Marine Science.

BOON, J.D. (2004), Secrets of the Tide: Tide and Tidal Current analysis and Predictions, Storm surges and Sea Level Trends. Horwood Publishing, Chichester, U.K., 212 pp.

BOON, J.D. (2007), World Tides User Manual, v. 1.03 January 25, 2007.

BRIGHAM, E.O. (1974), The Fast Fourier Transform, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

DENNIS, R.E. e LONG, E.E. (1978), A User's Guide to a Computer Program for Harmonic Analysis of Data at Tidal Frequencies, NOAA Technical Report NOS 41.

MUNK, W.H. e CARTWRIGHT, D.E. (1966), Tidal Spectroscopy and Prediction, Institute of Geophysics and Planetary Physics, University of California, La Jolla.

PARKER, B.B. (2007), Tidal Analysis and Prediction, U.S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Ocean Service, Center for Operational Oceanographic Products and Services, NOAA Special Publication NOS CO-OPS 3.

SCHUREMAN, P. (1940), Manual of Harmonic Analysis and Prediction of Tides, U.S. Department of Commerce, Coast and Geodetic Survey, Special Publication No. 98, revised (1940) edition.

SIMON, B. (1991), "The Species Concordance Method of Tide Prediction", in B.B. Parker (ed. 1991), Tidal Hydrodynamics, National Ocean Service, National Oceanic and Atmospheric Administration, Rockville, MD, USA, pp. 725-735.

SIMON, B. (2013), Coastal Tides, Institut Océanographique, Fondation Albert I^{er}, Prince de Monaco.



A.2 Resumo Alargado em Português

Ferramenta de Análise e Previsão de Marés e Correntes de Maré

Autores: Inês Cabanita Raimundo (1) e Carlos Nélson Lopes da Costa (2)

(1) Escola Naval, Instituto Universitário Militar, Lisboa, Naval Base - Alfeite 2810-001, Almada, Portugal, ines.cabanita@marinha.pt

(2) CINAV, Escola Naval, Instituto Universitário Militar, Base Naval de Lisboa – Alfeite 2810-001, Almada, Portugal, cnlcosta@gmail.com

Resumo: Foi desenvolvida a ferramenta “SeaTideWave” em MATLAB que, a partir séries de observações de alturas de maré e/ou de correntes (intensidades e direções), permite efetuar análises e previsões de maré e/ou de corrente de maré, com base em conhecimentos aplicáveis de astronomia, de matemática e da hidrodinâmica das marés. O rigor e qualidade da ferramenta foram testados segundo as práticas usuais (estatísticas, espectros dos resíduos e comparações com previsões oficiais), revelando resultados bastante satisfatórios em portos costeiros, onde seja escassa a influência de hidrodinâmicas não lineares. A ferramenta desenvolvida crê-se adequada para apoio ao ensino de Oceanografia ou de Navegação e apoio ao planeamento de operações no mar costeiro e portos.

Palavras-Chave: MATLAB, Análise, Previsão, Marés, Correntes.

1 Introdução

A maré é um fenómeno rítmico e determinístico, omnipresente no oceano, caracterizado por oscilações verticais do nível da superfície do mar, acompanhadas por movimentos horizontais, a corrente de maré. O seu conhecimento é necessário em diversas atividades, desde a pesca de recreio até às vertentes mais operacionais, como mergulho, planeamentos de navegação ou levantamentos hidrográficos. É neste contexto que surge este projeto, no âmbito da colaboração habitual entre a Escola Naval, o Centro de Investigação Naval (CINAV) e o Instituto Hidrográfico (IH), o desenvolvimento de uma ferramenta simples, com recurso a MATLAB, que visa a análise e previsão de marés e correntes de maré, com utilidade prática

sem, no entanto, substituir as entidades ou serviços oficiais responsáveis pela publicação de tabelas de maré e previsões online.

Neste trabalho aplicamos algumas técnicas clássicas de análise e previsão de marés, que são operacionalizadas na ferramenta acima mencionada, bem como procedimentos adequados para testes e avaliação da qualidade. Foram acedidas fontes de dados diversas: da *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA) para marés de Anchorage, de Monterey e de Boston, e para correntes de Fort Independence e Haste Shoal (ambos próximos de Boston) e de The Narrows (Seattle); do IH para marés de Leixões, de Lisboa, de Setúbal e de Faro-Olhão, e correntes de maré da Trafaria (próximo de Lisboa); e do *British Oceanographic Data Center* (BODC) para marés de Ponta Delgada, Açores.

O conhecimento de astronomia é fundamental, sendo requerida a resolução de ângulos orbitais do Sol e da Lua, bem como dos fatores ou correções nodais (de amplitude e de fases) e os argumentos astronómicos ($V_0 + u$) das constituintes harmónicas da maré (doravante designadas de constituintes), os quais têm aplicação nas previsões e nos métodos de análise. Estes, são aqui operacionalizados por séries de Fourier (cf. Schureman, 1958, p. 71) e por ajustamento de mínimos quadrados (variantes de Boon e Kiley, 1978, pp. 3-5 e de Boon, 2004, p. 20), tendo em vista a obtenção das constantes harmónicas (amplitudes e fases) de 37 constituintes. Os métodos de análise são usados com séries de durações flexíveis e variáveis entre 29 e 369 dias, respeitando critérios adequados para a separação das constituintes (cf. Schureman, 1958, p. 51, ou Parker, 2007, p. 88).

Com a equação harmónica da maré, a qual requer as amplitudes e fases - *modified epochs* - (as constantes harmónicas) obtidas da análise, podemos calcular as previsões de forma eficaz e rigorosa.

A validação das análises-previsões conseguidas, é documentada através de dados experimentais, usando métricas estatísticas (sobretudo desvio-padrão e redução de variância) das séries de resíduos (observações subtraídas das previsões), pelo espectro de amplitudes desses resíduos (cf. Parker, 2007, pp. 162-163) e por comparações com as previsões oficiais.

O artigo continua com a descrição sobre a metodologia desenvolvida, resultados e conclusões.

2 Metodologia

2.1 Astronomia

No sistema de análise-previsão são usadas 37 constituintes de maré: (Sa , Ssa , Mm , MSf , Mf , $2Q_1$, Q_1 , ρ_1 , O_1 , P_1 , S_1 , K_1 , J_1 , OO_1 , $2N_2$, μ_2 , N_2 , ν_2 , M_2 , λ_2 , L_2 , T_2 , S_2 , R_2 , K_2 , $2SM_2$, M_3 , M_4 , MS_4 , S_4 , M_6 , S_6 , M_8 , M_1 , $2MK_3$, MK_3 e MN_4) - as quais são padrão usualmente adotado, exceto em situações extremas de efeitos não lineares, devidos a propagação em pequenas profundidades (cf. Parker, 2007, pp. 88-89).

A astronomia de suporte para os ângulos fundamentais – longitudes do sol médio, da lua média, do perigeu lunar, do perigeu solar e do nodo ascendente da órbita lunar - seguem as fórmulas da teoria da órbita solar de S. Newcomb (1895) e da órbita lunar de E. Brown (1905), apud B. Simon (2013), pp. 105-106.

Existem várias frequências da maré devido à natural complexidade da órbita da Lua em torno da Terra e da órbita da Terra em torno do Sol. O facto de a energia (amplitude) e fase das constituintes poderem ser quantificadas, para cada frequência, permite a previsão da maré num determinado local para qualquer período de tempo. Nos trabalhos de Doodson, em 1921, e outros, o desenvolvimento harmónico foi feito com base no “potencial gerador da maré”, tendo sido quantificadas, com grande exatidão, as frequências (velocidades angulares) associadas a cada constituinte da maré, para as quais se pretendem as respetivas constantes harmónicas, através da análise de uma série temporal.

O cálculo de funções orbitais secundárias – inclinação da órbita lunar e ascensão reta da interseção lunar, entre outras –, dos fatores nodais e dos argumentos astronómicos Greenwich ($V_0 + u$) seguem as fórmulas de Schureman (1958), que podem ser incluídas ou em funções chamadas de programas de análise e previsão.

2.2 Análise Harmónica

A análise harmónica foi operacionalizada pela aplicação de três métodos matemáticos: : 2.2.1 - séries de Fourier e mínimos quadrados, variantes 2.2.2 - de Boon e Kiley (1978) e 2.2.3 - Boon (2004), que têm em vista o cálculo das constantes harmónicas, a partir das séries de dados.

Devido à proximidade de frequências angulares de algumas das constituintes, é necessário proceder à sua correta separação, de modo a evitar a ocorrência de contaminações

entre elas. Este requisito, tem por base o critério de Rayleigh, o qual traduz a duração mínima da série de dados necessária para separar duas constituintes. Assim, tendo em conta a duração das séries e até a natureza dos métodos, há restrições na quantidade de harmónicas a separar. Séries de maior duração permitem separar mais harmónicas, sendo os métodos de mínimos quadrados, relativamente a esta limitação, menos condicionados do que os de séries de Fourier. Assim, optou-se por: separar 10 harmónicas ($M_2, S_2, N_2, K_1, M_4, O_1, M_6, S_4, S_6$ e M_8) e inferir 15 ($\nu_2, \mu_2, 2N_2, OO1, \lambda_2, M_1, J_1, \rho_1, Q_1, T_2, R_2, 2Q_1, P_1, L_2$ e K_2), para séries inferiores ou iguais a 326 dias. Para séries maiores (casos de 365 e 369 dias) separam-se as 37 constituintes ($Sa, Ssa, Mm, MSf, Mf, 2Q_1, Q_1, \rho_1, O_1, P_1, S_1, K_1, J_1, OO1, 2N_2, \mu_2, N_2, \nu_2, M_2, \lambda_2, L_2, T_2, S_2, R_2, K_2, 2SM_2, M_3, M_4, MS_4, S_4, M_6, S_6, M_8, M_1, 2MK_3, MK_3$ e MN_4). O procedimento de inferência, adotado para séries inferiores a 326 dias, segue a metodologia indicada por Schureman (1958), pp. 78-79. Assume haver uma relação entre as amplitudes de constituintes da mesma espécie, de acordo com os seus coeficientes teóricos, e as diferenças de fase relacionam-se com as suas velocidades angulares.

2.2.1 Séries de Fourier

Uma série de Fourier envolve apenas funções seno e cosseno de múltiplos inteiros da velocidade angular fundamental a_1 (as velocidades angulares a_j são múltiplas inteiras de a_1). A maré não é um evento periódico, motivo pelo qual não tem uma frequência fundamental (requisito necessário para aplicação das séries de Fourier). Contudo, se a duração da amostragem contínua for suficientemente longa, a resolução da frequência (frequência fundamental da série de Fourier) será suficientemente pequena para que os seus múltiplos possam descrever as principais constituintes, permitindo a aplicação de séries de Fourier no contexto das marés.

O polinómio trigonométrico $h(t)$, que aproxima a série de Fourier, com o nível médio H_0 e os termos de K constituintes, é dada por:

$$h(t) = H_0 + \sum_{j=1}^K C_j \cos(a_j t) + \sum_{j=1}^K S_j \sin(a_j t) \quad (1)$$

O termo H_0 (nível médio) e os coeficientes de Fourier das constituintes, C_j e S_j , são

dados por:

$$H_0 = \text{nível medio} \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N h_t \quad (2)$$

$$C_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N h_i \cos[(i-1)\left(\frac{\pi}{180} a_j \Delta t\right)] \quad (3)$$

$$S_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N h_i \sin[(i-1)\left(\frac{\pi}{180} a_j \Delta t\right)] \quad (4)$$

O valor H_0 representa a elevação do nível médio a partir do datum das observações e é determinado diretamente das alturas de maré a intervalos regulares (p. ex. de uma hora). As fórmulas obtêm os valores mais prováveis dos coeficientes de Fourier, C_j e S_j a partir das observações.

As amplitudes R_j e fases ζ_j , obtêm-se dos respectivos valores de C_j e S_j :

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (5)$$

$$\zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (6)$$

2.2.2 Mínimos Quadrados (Boon e Kiley, 1978)

O método de Boon e Kiley (1978), por mínimos quadrados, concretiza-se a partir do cálculo das matrizes S_{ij} e D_{ij} com o modelo das sinusoides, com as frequências angulares das constituintes. A variável $h(t)$ representa a série de observações de alturas de maré, sendo que o meio da série fica atribuído a tempo igual a zero, tempos negativos na primeira metade e positivos na segunda metade. O número total de medições será $N = 2n + 1$ (Boon e Kiley, 1978, p. 6).

A série harmónica utilizada para aproximar as observações usando K constituintes a mesma que a equação (1).

O ajustamento consiste em encontrar os vetores C_j e S_j que minimizem o quadrado da norma Euclidiana do resíduo entre as observações e as previsões.

Com $t = 0$, no centro da série, temos para $j = 1, \dots, k$, e para cada j , $i = 1, \dots, k$.

$$\sum_{t=-n}^n \cos(a_i t) \cos(a_j t) = S_{ij} \quad (7)$$

$$\sum_{t=-n}^n \sin(a_i t) \sin(a_j t) = D_{ij} \quad (8)$$

S_{ij} e D_{ij} são matrizes quadradas com k linhas e k colunas. Dado um conjunto padrão de K constituintes e uma série que contenha N observações, pode-se obter as matrizes inversas, de modo que apenas os vetores S_{ij} e D_{ij} requerem computação antes da multiplicação das matrizes.

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1} & \cdots & S_{kk} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{t=-n}^n h_t \cos(a_1 t) \\ \vdots \\ \sum_{t=-n}^n h_t \cos(a_k t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \cdots & D_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{k1} & \cdots & D_{kk} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{t=-n}^n h_t \sin(a_1 t) \\ \vdots \\ \sum_{t=-n}^n h_t \sin(a_k t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Após se obter o conjunto de coeficientes, cada constituinte harmónica será expressa na forma de uma simples onda seno de amplitude R_j , velocidade a_j , e fase ζ_j , usando:

$$h_j(t) = R_j \cos(a_j t - \zeta_j) \quad (11)$$

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (12)$$

$$\zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (13)$$

2.2.3 Mínimos Quadrados (Boon, 2004)

O método de Boon (2004) consiste em encontrar os coeficientes de Fourier, A , que usados com o modelo de previsão, X , se ajustem, com mínimo quadrado da norma Euclidiana do

resíduo, às observações, Y . As observações são representadas pelo vetor:

$$Y = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ \vdots \\ h_{N-1} \\ h_N \end{bmatrix} \quad (14)$$

O modelo aproximador é representado pela matriz:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \cos a_1 t_1 \sin a_1 t_1 & \cdots & \cos a_m t_1 \sin a_m t_1 \\ 1 & \cos a_1 t_2 \sin a_1 t_2 & \cdots & \cos a_m t_2 \sin a_m t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos a_1 t_n \sin a_1 t_n & \cdots & \cos a_m t_n \sin a_m t_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

a_j ($j=1, 2, 3, \dots, m$) = velocidades angulares das constituintes, em graus por hora. Seguindo a metodologia própria dos mínimos quadrados, a equação dos resíduos, em termos matriciais, é dada por $R = XA - Y$, onde R são os resíduos, X o modelo, A os coeficientes a obter e Y os dados a aproximar. . Pode mostrar-se que o quadrado da norma Euclidiana do resíduo $\|\overline{R}\|^2$ é minimizado se $X^T X C = X^T Y$, isto é, se $A = (X^T X)^{-1} (X^T Y)$.

Sendo que o vetor A , contém os coeficientes de Fourier C e S :

$$A = \begin{bmatrix} H_0 \\ C_1 \\ S_1 \\ C_2 \\ S_2 \\ \vdots \\ C_m \\ S_m \end{bmatrix} \quad (16)$$

Após se obter o conjunto de coeficientes, cada constituinte harmónica será expressa na forma de amplitude R_j e fase ζ_j :

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (17)$$

$$\varsigma_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (18)$$

2.3 Constantes Harmónicas, Previsão da Maré e da Corrente de Maré

Depois de obtidas as amplitudes e fases calculadas, a partir dos métodos de análise, é requerido uma adaptação dos valores, por forma a poderem ser usados na equação harmónica da maré. As amplitudes, H_j , das constantes harmónicas adequadas para se aplicar na previsão obtêm-se dividindo as amplitudes obtidas dos métodos, R_j , pelos fatores nodais, f_j , das respetivas constituintes. As fases ζ_j relacionam-se com os argumentos astronómicos $(V_0 + u)_j$, sendo usadas para obter: a) a epoch ξ_j , esta a soma da fase observada ζ_j e a fase do argumento local $local(V_0 + u)_j$, no mesmo instante, ou seja $k_j = \zeta_j + local(V_0 + u)_j$; b) a modified epoch g_j , que envolve a longitude local (λ) e o fuso horário em que se pretende fazer a previsão, ou seja $g_j = k_j + p\lambda - (a_j S)/15$, na qual S é a longitude do meridiano central do fuso horário, a_j a velocidade angular das constituintes e p o índice das espécies (0 para longo período, 1 para diurnas, 2 para semidiurnas, 3 para terço-diurnas, etc.).

Tendo as amplitudes e fases normalizadas, podem então ser aplicadas na equação harmónica da maré, obtendo-se assim os valores das previsões. A previsão da maré rege-se pela seguinte expressão (o somatório é feito para as 37 constituintes do sistema):

$$h(t) = H_0 + \sum_{i=1}^K H_i f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_i) \quad (19)$$

Para as correntes de maré é decomposta a série temporal, de velocidades e direções, em duas componentes, por exemplo de enchente-vazante e sua ortogonal, do que resulta, para cada constituinte, duas modified epochs g_{ortEVj} e g_{EVj} e duas amplitudes H_{ortEVj} e H_{EVj} .

$$h_{ortEV}(t) = H_0 + \sum_{i=1}^K H_{ortEVi} f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_{ortEVi}) \quad (20)$$

$$h_{EV}(t) = H_0 + \sum_{i=1}^K H_{EVi} f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_{EVi}) \quad (21)$$

2.4 SeaTideWave

A ferramenta desenvolvida em MATLAB, a SeaTideWave é composta por dois painéis: análise harmónica e previsão. O painel da análise harmónica (Figura 1), visa a obtenção das constantes harmónicas para cada porto de marés ou local de correntes. A sua apresentação exige a seleção de um conjunto de opções, que dependem do pretendido pelo utilizador. Em cada corrida do programa, pode-se escolher entre portos de marés ou locais de correntes, selecionando um dos três métodos de análise, bem como uma duração da série específica: 29 ou 54 ou 92 dias, 326, 365, 369 dias (correspondentes às séries de observações utilizadas). Ao correr o programa surgem, numa tabela, as amplitudes e fases (caso de marés) e adicionalmente os respetivos valores das componentes ortogonais (caso de correntes de maré), das constituintes. É também visualizada uma tabela onde estão listadas as observações, complementada com um gráfico das alturas de maré ou intensidade da corrente correspondente à duração da série escolhida. As constantes harmónicas obtidas podem ser guardadas na pasta do software, para posterior carregamento e utilização no painel da previsão.

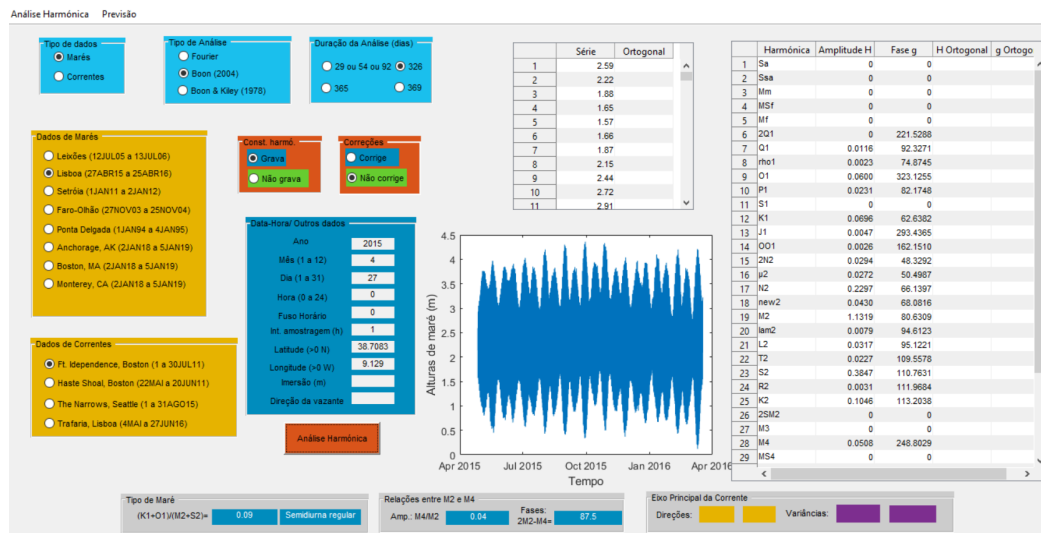


Figura 1: Visual do painel "Análise Harmónica", corrido para o porto de Lisboa, pelo método Boon (2004), para 326 dias.

O painel da previsão (Figura 2) permite a seleção do tipo de previsão, seja esta de marés ou de correntes, bem como com a escolha do dia pretendido. Há possibilidade também de se alterar o fuso horário e os incrementos de tempo para a apresentação das previsões. O programa permite obter e visualizar, em tabela, os valores de tempos e alturas de maré, em metros, das preia-mares e das baixa-mares, ou os valores da intensidade da corrente, em nós, dos máximos de enchente e de vazante e instantes dos estofos. Uma outra tabela lista os valores, de acordo com o incremento de tempo selecionado. Um gráfico mostra a curva de maré ou componente de enchente-vazante da corrente de maré prevista.

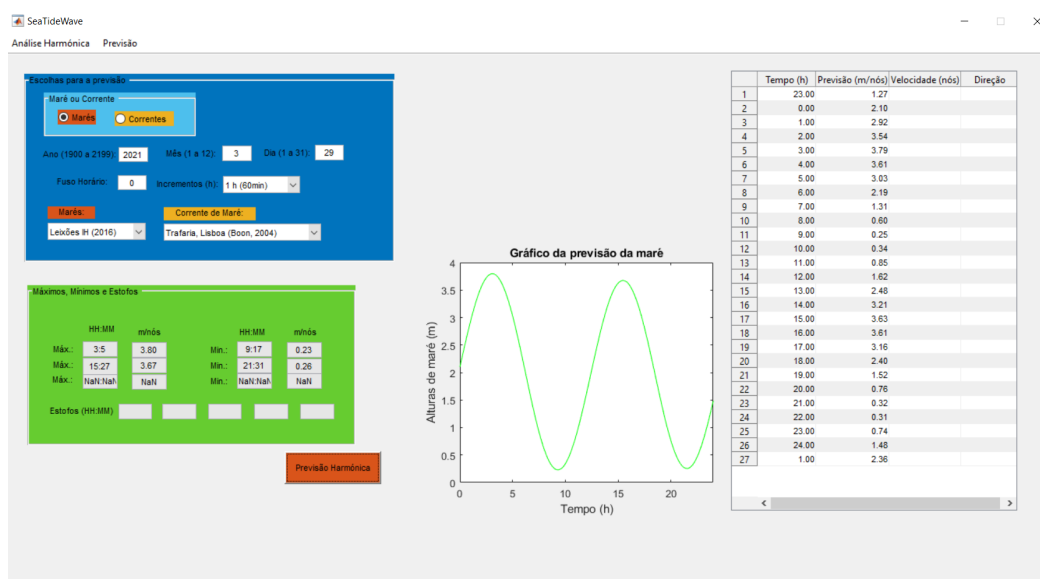


Figura 2: Visual do painel "Previsão", corrido para a estação da Trafaria, pelo método Boon (2004), para 29MAR21.

2.5 Validação

Para testar o rigor dos métodos aplicados, dispõe-se de software para apurar estatísticas das séries de resíduos (observações subtraídas das previsões), complementadas pelo espectro de amplitudes desses resíduos (cf. Parker, 2007, pp. 162-163); também a filtragem da série temporal das observações (filtro de Doodson e Warburg (1941), *apud* Parker (2007), p. 128), para remoção da maré astronómica, a fim de se obter a não maré ou maré meteorológica. Se a qualidade da análise-previsão for boa os desvios-padrão são pequenos, a redução de variância próxima de 100% e as amplitudes do espectro de resíduo pequenas. Nas Figuras 3 e 4 mostram-se os gráficos temporais e espectrais dos resíduos, respeitantes ao controlo

de qualidade, para o porto de Monterey, de 2JAN18 a 6JAN19, na posição $\Phi=36,6050$ N e $\lambda=121,888330$ W, pelo método Boon (2004), análise de 369 dias. Verificam-se resíduos compreendidos entre -0,25 m e 0,30 m, com tendências de crescimento e decréscimo razoavelmente correlacionadas com a estrutura da maré meteorológica (removida a maré astronômica) obtida, após aplicação do filtro de Doodson e Warburg (ver Figura 3).

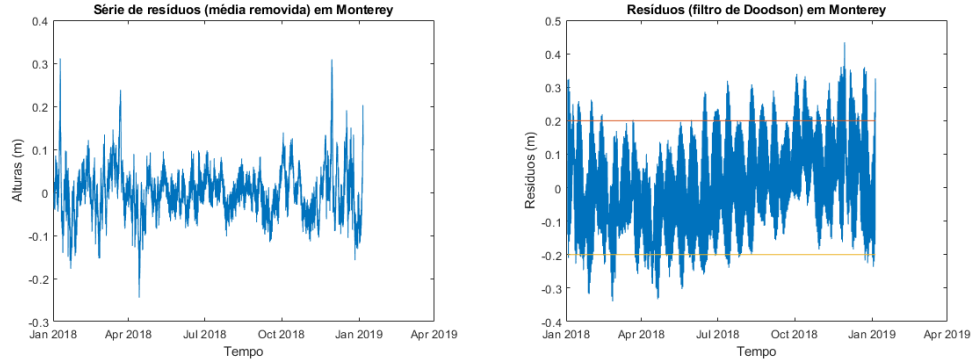


Figura 3: Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.).

Na Figura 4 salienta-se, no conjunto dos dois gráficos, escassa energia residual, com amplitudes de cerca de 0,5 cm, em períodos semidiurnos, e 0,7 cm em períodos diurno, o que revela a muito boa qualidade das constantes harmônicas obtidas.

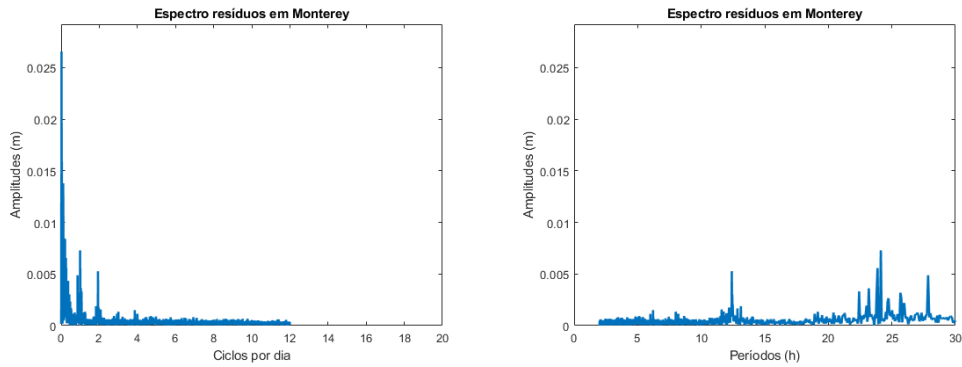


Figura 4: Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.).

3 Resumo de Resultados

Os resultados do controlo de qualidade podem ser resumidos na forma de tabelas, optando-se, por gestão de espaço, por restringir a apresentação das estatísticas a duas estações de marés dos EUA, Anchorage e Boston e a duas de Portugal, Leixões e Ponta Delgada. Como pode ser visto na Tabela 1, no conjunto das quatro estações, Anchorage tem valores mais elevados de desvio-padrão, na ordem dos 30 cm, o que se traduz num modelo preditivo menos conseguido.

Os restantes portos, apresentam desvios-padrão mais reduzidos, cerca de 16 cm para Boston, de 9 a 10 cm para Leixões e cerca de 6 cm para Ponta Delgada. De uma forma geral, verifica-se que os métodos têm desempenhos diferentes, sendo verificada uma melhoria crescente na sequência Fourier, Boon e Kiley (1978) e Boon (2004). Embora aqui não mostrado, a duração das séries tem apreciável influência, concluindo-se que séries de maior duração, 365 ou 369 dias, favorecem os resultados. Os resultados revelam qualidade semelhante, e nalguns casos ligeiramente melhores que os das análise-previsões oficiais do IH e da NOAA, com as mesmas 37 constituintes.

Anchorage (análise de 369 dias, de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores (metros)	Méd.	Máximo	Mínimo	Des. Pad	RV (%)
Boon (2004)	0,1929	1,5594	-1,0152	0,2808	98,96
Boon e Kiley (1978)	0,1929	1,5559	-1,0146	0,2806	98,44
Fourier	0,1927	1,6447	-0,9931	0,3046	100,03
Boston (análise de 369 dias, de 2JAN18 a 5JAN19)					
Valores (metros)	Méd.	Máximo	Mínimo	Dev. Pad	RV (%)
Boon (2004)	0,1487	1,198	-0,5887	0,1614	97,7
Boon e Kiley (1978)	0,1487	1,199	-0,5904	0,1614	97,7
Fourier	0,1488	1,2467	-0,685	0,1682	98,05
Leixões (análise de 365 dias, de 12JUL05 a 11JUL06)					
Valores (metros)	Méd.	Máximo	Mínimo	Dev. Pad	RV (%)
Boon (2004)	0,1478	0,5972	0,0947	0,0887	98,75
Boon e Kiley (1978)	0,1478	0,5901	-0,0935	0,0885	98,74
Fourier	0,1478	0,6329	-0,1716	0,0978	98,54
Ponta Delgada (análise de 369 dias, de 1JAN94 a 4JAN95)					
Valores (metros)	Méd.	Máximo	Mínimo	Dev. Pad	RV (%)
Boon (2004)	0,0504	0,3246	-0,1385	0,0611	97,64
Boon e Kiley (1978)	0,0504	0,3221	-0,1413	0,061	97,63
Fourier	0,0504	0,3301	-0,136	0,063	99,64

Tabela 1: Tabela resumo das estatísticas para Anchorage e Boston (EUA) e para Leixões e Ponta Delgada (Portugal).

A Tabela 2, apresenta o resumo estatístico para correntes de maré de um local dos EUA, Fort Independence (próximo de Boston, em $\Phi=42,3418$ N e $\lambda=71,0089$ W, 3,8 m abaixo do ZH) e um local de Portugal, Trafaria (próximo de Lisboa, em $\Phi=38,68016$ N e $\lambda=9,22027$ W, 2 m abaixo do ZH). Destaca-se menores valores de desvios-padrão para Fort Independence em comparação com Trafaria, já que neste local as intensidades são bem mais

intensas (valores de ponta de 4,5 nós versus cerca de 0,7 nós). Há que ressaltar a maior dificuldade na previsão de correntes devido ao predomínio de efeitos hidrodinâmicos, de caudais fluviais e batimetrias. A qualidade das constantes harmónicas conseguidas, para as correntes de maré, revela-se razoável a boa.

Fort Independence (análise de 29 dias de 1JUL a 29JUL11)					
Valores (nós)	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0003	0,513	-0,3377	0,0889	91,46
Fourier	-0,0002	0,5248	-0,3572	0,0925	90,84
Boon (2004)	-0,0003	0,513	-0,3377	0,0889	91,46
Trafaria (análise de 54 dias de 5MAI a 27JUN16)					
Valores (nós)	Média	Máximo	Mínimo	Des. Pad.	RV (%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0035	1,1482	-1,2773	0,3245	95,71
Fourier	-0,0035	1,2741	-1,3186	0,3164	101,76
Boon (2004)	-0,0035	1,1482	-1,127	0,3245	95,73

Tabela 2: Tabela resumo das estatísticas para Fort Independence, Boston, MA (EUA) e Trafaria, Lisboa (Portugal).

4 Conclusões

A ferramenta SeaTideWave e suas versões simplificadas, para análise e para previsão, crê-se ser uma mais-valia para os objetivos de apoio ao ensino de Oceanografia e de Navegação e apoio ao planeamento de operações em zonas costeiras ou portuárias.

Dos três métodos de análise, o de mínimos quadrados de Boon (2004), proporciona os melhores resultados, pelo que se toma como método principal a ser aplicado na análise harmónica e previsão de marés e correntes de maré.

O rigor conseguido pela ferramenta é avaliado por metodologia que tem por base as estatísticas (máximo, mínimo, média, desvio-padrão e redução de variância) dos resíduos entre observações e previsões, complementada com a avaliação do espectro desses resíduos (se as amplitudes desses forem escassas é sinal de constantes harmónicas de qualidade e não haver omissão de harmónicas necessárias). A comparação desses resíduos com os resíduos

de não maré (maré meteorológica), estes obtidos pelo filtro de Doodson e Warburg, permite ver em que medida aqueles são justificadas pela ocorrência de marés meteorológicas.

Os resultados revelam muito boa qualidade das análises-previsões para todos os portos de marés, sobretudo com as constantes harmónicas resultantes de análises de séries de 365 ou 369 dias, exceto o caso de Anchorage, onde são acentuados os efeitos de distorção da maré, devidas à propagação em pequenas profundidades, sendo a qualidade conseguida apenas modesta ou razoável. No caso particular de Anchorage, a NOAA usa 120 harmónicas, o que é bastante mais completo do que as 37 aqui usadas.

A qualidade da análise-previsão das correntes de maré revela-se razoável a boa, menos bem conseguida do que a das marés, o que em geral acontece, tendo em conta as características mais turbulentas e irregulares das correntes, mais sujeitas a variabilidades induzidas pela batimetria e caudais fluviais; são realmente mais difíceis de resolver bem e, em geral, só estão disponíveis séries de curta duração.

Progressos futuros poderão passar por acrescentar mais constituintes (para melhor resolver situações com efeitos de pequenas profundidades) e acrescentar outros portos ou locais com dados, onde sejam pretendidas previsões, para os fins de planeamento e de ensino.

Agradecimentos

Agradecemos à Escola Naval, ao CINAV e ao IH pelo apoio à realização deste trabalho. Gostaríamos também de agradecer à Dra. Dora Carinhas, por intermediar a cedência de dados e pelas sugestões, e ao Prof. Miguel Moreira pelo aconselhamento e pela motivação.

Referências

- Boon, J. D. (2004). *Secrets of the tide: Tide and Tidal Current Analysis and Predictions, Storm Surges and Sea Level Trends*. Woodhead.
- Boon, J. D. and Kiley, K. P. (1978). Harmonic analysis and tidal prediction by the method of least squares: A user's manual.
- Parker, B. B. (2007). Tidal analysis and prediction.
- Schureman, P. (1958). *Manual of Harmonic Analysis and Prediction of Tides*, volume 4. US Government Printing Office.
- Simon, B. (2013). *Coastal Tides*. Institut Océanographique, Fondation Albert Ier, Prince de Monaco.

A.3 Resumo Alargado em Inglês para a Conferência *OCEANS 2021*

Tide and Tidal Current Analysis and Prediction Tool

Authors: Inês Cabanita Raimundo (1) and Carlos Nélson Lopes da Costa (2)

(1) Escola Naval, Instituto Universitário Militar, Lisboa, Base Naval de Lisboa - Alfeite 2810-001, Almada, Portugal, ines.cabanita@marinha.pt

(2) CINAV, Escola Naval, Instituto Universitário Militar, Base Naval de Lisboa – Alfeite 2810-001, Almada, Portugal, cnlcosta@gmail.com

Abstract: The “SeaTideWave” tool was developed in MATLAB, for processing series of tidal heights and/or currents (speeds and directions) observations, that allows tidal and/or tidal current analysis and predictions, based on astronomy, mathematics, and tidal hydrodynamics. The tool accuracy and quality control were tested according to usual procedures (statistics, residues amplitude spectra and comparisons with official predictions), revealing very satisfactory results for coastal harbours, where the influence of non-linear hydrodynamics is scarce. It is believed that the developed tool is suitable for learning support in Oceanography or Navigation courses and for operations planning, in coastal seas and harbours.

Keywords: MATLAB, Analysis, Prediction, Tides, Currents.

1 Introduction

The tide is a rhythmic and deterministic phenomenon, ubiquitous in the ocean, characterized by vertical oscillations of the sea surface, accompanied by horizontal motions, the tidal current. Its knowledge is needed for several activities, from recreational fishing to operational needs, such as diving, navigation planning or hydrographic surveys. This project arises, within the scope of usual cooperation among Escola Naval (the Portuguese Naval Academy), the Portuguese Navy Research Center (CINAV) and Instituto Hidrográfico (IH), with the development of a simple tool, using MATLAB, which aims at the analysis and prediction of tides and tidal currents, with practical utility, without, however, replacing the official entities or services responsible for publishing tide tables and online predictions.

In this work, we apply some classic tidal analysis and prediction techniques, which are applied in the tool, as well as adequate procedures for tests and quality assessment.

Various data sources were accessed: *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA) for tides at Anchorage, Monterey and Boston, and tidal currents at Fort Independence and Haste Shoal (both near Boston) and The Narrows (Seattle); IH for tides at Leixões, Lisbon, Setúbal and Faro-Olhão, and tidal currents at Trafaria (near Lisbon); and *British Oceanographic Data Center* (BODC) for tides at Ponta Delgada, Azores.

Knowledge of astronomy is essential and is required for the resolution of orbital angles of the Sun and Moon, as well as nodal factors (corrections for amplitude and phases) and the astronomical arguments ($V_0 + u$) of the harmonic constituents of the tide (hereinafter referred to as the constituents), which have application in predictions and analysis methods. These are based on Fourier series (see Schureman, 1958, p. 71) and on least-squares adjustment (variants of Boon and Kiley, 1978, pp. 3-5 and Boon, 2004, p. 20) to obtain the harmonic constants (amplitudes and phases) of 37 constituents. The analysis methods are used with series of variable durations, between 29 and 369 days, respecting suitable criteria for the separation of the constituents (see Schureman, 1958, p. 51, or Parker, 2007, p. 88).

Using the tidal harmonic equation, which requires the amplitudes and phases - *modified epochs* - (the harmonic constants) obtained from the analysis, we can calculate the predictions effectively and accurately.

The validation of the analysis-predictions achieved, are documented through experimental data, using statistical metrics (mainly standard deviation and variance reduction) of the residue series (observations subtracted by the predictions), by amplitude spectrum of these residues (see Parker, 2007, pp. 162-163) and by comparisons with official predictions (not shown here).

The article follows on with the description of the methodology, results, and conclusions.

2 Methodology

2.1 Astronomy

In the analysis-prediction system, 37 tide constituents are used: ($Sa, Ssa, Mm, MSf, Mf, 2Q_1, Q_1, \rho_1, O_1, P_1, S_1, K_1, J_1, OO1, 2N_2, \mu_2, N_2, \nu_2, M_2, \lambda_2, L_2, T_2, S_2, R_2, K_2, 2SM_2, M_3, M_4, MS_4, S_4, M_6, S_6, M_8, M_1, 2MK_3, MK_3$ and MN_4) - which are

the usually adopted standard, except in extreme situations, with non-linear effects due to shallow-waters propagation (see Parker, 2007, pp. 88-89).

The supporting astronomy for the fundamental angles - longitudes of mean sun, mean moon, the lunar perigee, the solar perigee, and the ascending node of the lunar orbit - follow S. Newcomb's (1895) solar orbit theory formulas and E. Brown's (1905) lunar orbit theory, apud B. Simon (2013), pp. 105-106.

There are many different tidal frequencies because of the complex nature of the orbit of the moon around the Earth and of the orbit of the Earth around the sun, and Earth rotation. The fact that tidal energy (amplitude) will always be at known frequencies allows one to predict the tide at a specific location for any time. In Doodson's 1921 and others work, the harmonic development of the tide generating force quantified, with great accuracy, the frequencies (angular speeds) associated with each constituent, for which the harmonic constants are to be found. The calculation of secondary orbital functions - inclination of the lunar orbit and right ascension of the lunar intersection, among others -, of the nodal factors and astronomical arguments Greenwich ($V_0 + u$) follow the formulas of Schureman (1958), which can be included in analysis and prediction programs.

2.2 Harmonic Analysis

Harmonic analysis was implemented by three methods: 2.2.1 - Fourier series and least-squares, variants of 2.2.2 - Boon and Kiley (1978) and 2.2.3 - Boon (2004), to compute the harmonic constants, for the data series with their own durations.

Due to the proximity of angular frequencies of some constituents, it is necessary their right separation, to avoid contamination between them. This requirement is based on the Rayleigh criteria, which gives the minimum duration of the data series necessary to separate two constituents. Thus, considering the duration of the series and even the nature of the methods, there are restrictions on the number of harmonics to be separated. Longer series allow more harmonics to be separated; the least-squares methods are less conditioned than Fourier series relatively to this limitation. Thus, it was decided to: separate 10 harmonics ($M_2, S_2, N_2, K_1, M_4, O_1, M_6, S_4, S_6$ and M_8) and infer 15 ($\nu_2, \mu_2, 2N_2, OO1, \lambda_2, M_1, J_1, \rho_1, Q_1, T_2, R_2, 2Q_1, P_1, L_2$ and K_2), for series less than or equal to 326 days. For larger series (cases of 365 and 369 days) 37 constituents are separated ($Sa, Ssa, Mm, MSf,$

Mf , $2Q_1$, Q_1 , ρ_1 , O_1 , P_1 , S_1 , K_1 , J_1 , OO_1 , $2N_2$, μ_2 , N_2 , ν_2 , M_2 , λ_2 , L_2 , T_2 , S_2 , R_2 , K_2 , $2SM_2$, M_3 , M_4 , MS_4 , S_4 , M_6 , S_6 , M_8 , M_1 , $2MK_3$, MK_3 and MN_4). The inference procedure, for series less than 326 days, follows Schureman (1958), pp. 78-79, methodology. It assumes that there is a relationship between the amplitudes of constituents of the same species, according to their theoretical coefficients, and the phase differences are related to their angular speeds.

2.2.1 Fourier Series

A Fourier series involves only sine and cosine functions of integer multiples of the fundamental angular speed a_1 (angular speeds a_j are multiple integers of a_1). The tide is not a periodic event (never repeats itself), reason why it does not have a fundamental frequency (a requirement for the application of the Fourier series). However, if the continuous sampling time is sufficiently long, the frequency resolution (fundamental frequency of the Fourier series) will be small enough and its multiples can describe the main constituents, allowing the application of the Fourier series in the tidal analysis.

The trigonometric polynomial $h(t)$, that approximates the Fourier series, with the mean level H_0 and the constituent K terms, is given by:

$$h(t) = H_0 + \sum_{j=1}^K C_j \cos(a_j t) + \sum_{j=1}^K S_j \sin(a_j t) \quad (1)$$

The term H_0 (mean level) and the Fourier coefficients of the constituents, C_j and S_j , are given by:

$$H_0 = \text{mean level} \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N h_t \quad (2)$$

$$C_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N h_i \cos[(i-1)\left(\frac{\pi}{180} a_j \Delta t\right)] \quad (3)$$

$$S_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N h_i \sin[(i-1)\left(\frac{\pi}{180} a_j \Delta t\right)] \quad (4)$$

The H_0 represents the mean value, corresponding to the height of mean sea level, above the chart datum, and is determined directly from the tidal heights at regular sampling

intervals (e. g. one hour). The formulas provide the most likely values of the Fourier coefficients, C_j and S_j , from the observations.

The amplitudes R_j and phases ζ_j , are obtained from the respective values of C_j and S_j .

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (5)$$

$$\varsigma_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (6)$$

2.2.2 Least Squares (Boon and Kiley, 1978)

The Boon and Kiley (1978) method, by least-squares, calculates the S_{ij} and D_{ij} matrices with the sinusoid model, with the angular frequencies of the constituents. The variable $h(t)$ represents the observation series of tidal heights, with the middle of the series being assigned to time equal to zero, negative times in the first half and positive times in the second one. The total number of measurements will be $N=2n+1$ (Boon and Kiley, 1978, p. 6).

The harmonic series used to approximate observations using K constituents is the same as equation (1).

The adjustment consists in finding the vectors C_j and S_j minimizing the square of the Euclidean norm of the residues between the observations and the predictions.

With $t = 0$, in the middle of the series, we have for $j = 1, \dots, k$, and for each j , $i = 1, \dots, k$.

$$\sum_{t=-n}^n \cos(a_i t) \cos(a_j t) = S_{ij} \quad (7)$$

$$\sum_{t=-n}^n \sin(a_i t) \sin(a_j t) = D_{ij} \quad (8)$$

S_{ij} and D_{ij} are square matrices with k lines and k columns.

Given a standard set of K constituents and a series containing N observations, the inverse matrices can be obtained, so that only the matrices S_{ij} and D_{ij} require computation before matrix multiplication.

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1} & \cdots & S_{kk} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{t=-n}^n h_t \cos(a_1 t) \\ \vdots \\ \sum_{t=-n}^n h_t \cos(a_k t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \cdots & D_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{k1} & \cdots & D_{kk} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{t=-n}^n h_t \sin(a_1 t) \\ \vdots \\ \sum_{t=-n}^n h_t \sin(a_k t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

After obtaining the set of coefficients, each harmonic constituent will be expressed in the form of a simple sine wave of amplitude R_j , velocity a_j , and phase ζ_j , using:

$$h_j(t) = R_j \cos(a_j t - \zeta_j) \quad (11)$$

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (12)$$

$$\zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (13)$$

2.2.3 Least Squares (Boon, 2004)

The Boon method (2004) consists of finding the Fourier coefficients, A , which used with the prediction model, X , fit, with the least square of the Euclidean norm of the residues, to the observations, Y .

Observations are represented by the vector:

$$Y = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ \vdots \\ h_{N-1} \\ h_N \end{bmatrix} \quad (14)$$

The approximation model is represented by the matrix:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \cos a_1 t_1 \sin a_1 t_1 & \cdots & \cos a_m t_1 \sin a_m t_1 \\ 1 & \cos a_1 t_2 \sin a_1 t_2 & \cdots & \cos a_m t_2 \sin a_m t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos a_1 t_n \sin a_1 t_n & \cdots & \cos a_m t_n \sin a_m t_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

Being a_j ($j=1, 2, 3, \dots, m$) = angular speeds of the constituents, in degrees per hour.

Following the proper method of least-squares, the residual equation, in matrix terms, is given by $R = XA - Y$, where R is the residuals, X the model, A the unknown coefficients to solve for, and Y the data to be approximated. It can be shown that the square of the Euclidean norm of the residues $\|\bar{R}\|^2$ is minimized if $X^T X A = X^T Y$, that is, if $A = (X^T X)^{-1}(X^T Y)$.

Since the vector A , contains the Fourier coefficients C and S :

$$A = \begin{bmatrix} H_0 \\ C_1 \\ S_1 \\ C_2 \\ S_2 \\ \vdots \\ C_m \\ S_m \end{bmatrix} \quad (16)$$

After obtaining the set of coefficients, each harmonic constituent will be expressed in the form of amplitude R_j and phase ζ_j .

$$R_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2} \quad (17)$$

$$\zeta_j = \tan^{-1} \frac{S_j}{C_j} \quad (18)$$

2.3 Harmonic Constants, Tide Prediction and Tidal Current

After obtaining the amplitudes and phases, using the analysis methods, an adaptation of the values is required, so that they can be used in the harmonic equation of the tide. The

amplitudes, H_j , to be applied in the prediction, are obtained by dividing the amplitudes obtained from the methods, R_j , by the nodal factors, f_j , of the respective constituents. The phases ζ_j are related to the astronomical arguments $(V_0 + u)_j$, being used to obtain: a) the epoch ξ_j , which is the sum of the phase observed ζ_j and the phase of the local argument, $local(V_0 + u)_j$, at the same time, that is $k_j = \zeta_j + local(V_0 + u)_j$; b) the modified epoch g_j , which involves the local longitude (λ), and the time zone in which the prediction is desired, that is, $g_j = k_j + p\lambda - (a_j S)/15$, in which S is the longitude of the central meridian of the time zone, a_j the angular velocity of the constituents and p the index of the species (0 for long period, 1 for diurnal, 2 for semi-diurnal 3 for third diurnal, etc.).

Having the amplitudes and phases normalized, they can then be applied to the harmonic equation of the tide, thus obtaining the prediction values. The prediction of the tide is obtained by the following expression (the sum is made for the 37 constituents of the system):

$$h(t) = H_0 + \sum_{i=1}^K H_i f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_i) \quad (19)$$

For tidal currents, the time series of speeds and directions, is decomposed into two components, for example, flood-ebb principal axis and its orthogonal, which results, for each constituent, two modified epochs and g_{ortEVj} g_{EVj} and two amplitudes H_{ortEVj} H_{EVj} .

$$h_{ortEV}(t) = H_0 + \sum_{i=1}^K H_{ortEVi} f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_{ortEVi}) \quad (20)$$

$$h_{EV}(t) = H_0 + \sum_{i=1}^K H_{EVi} f_i \cos(a_i t + Gr(V_0 + u)_i - g_{EVi}) \quad (21)$$

2.4 SeaTideWave

The tool developed in MATLAB, designated SeaTideWave is composed of two panels: harmonic analysis and prediction.

The harmonic analysis panel (Figure 1) aims to obtain harmonic constants for each tidal port or current location. Its presentation requires the selection of a set of options, which depend on what the user chooses to do. In each run of the program, the user can choose between tidal ports or current locations, selecting one of the three analysis methods, as

well as a specific series length: 29 or 54 or 92 days, 326, 365 and 369 days (corresponding to the used observation series). The program allows you to obtain and view, in a table, the amplitudes and phases (case of tides) and additionally (case of tidal currents), the respective values for the orthogonal components, off all constituents. Another table is also displayed where the observations are listed, complemented with a graph of the tidal heights or current speed during the chosen series. The harmonic constants obtained can be saved in the software folder, for loading and use in the prediction panel.

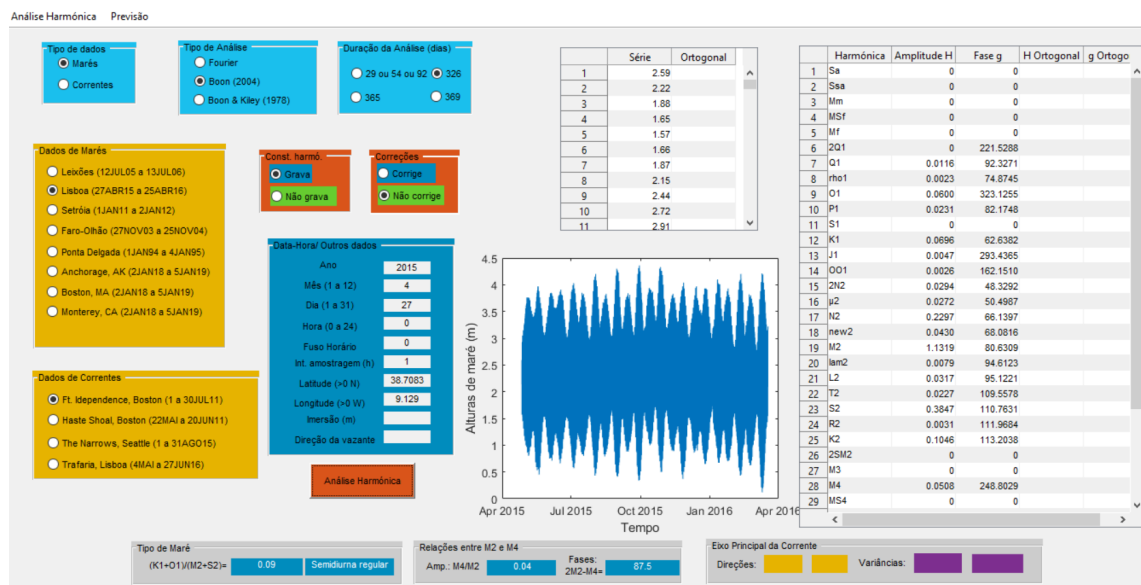


Figure 1: View of the "Harmonic Analysis" panel, run for the port of Lisbon, by the Boon method (2004), for 326 days.

The prediction panel (Figure 2) handles the selection of the prediction type (tides or currents) and the choice of the desired day. It is also possible to change the time zone and time increments for the predictions. Executing the program, the values of high and low tides (times and heights in meters), are shown in a table, or the times and current intensity, in knots, for maximum of floods and ebbs, and slack times. Another table lists the values, according to the selected time increment. A graph shows the tidal curve or flood-ebb component of the predicted tidal current.

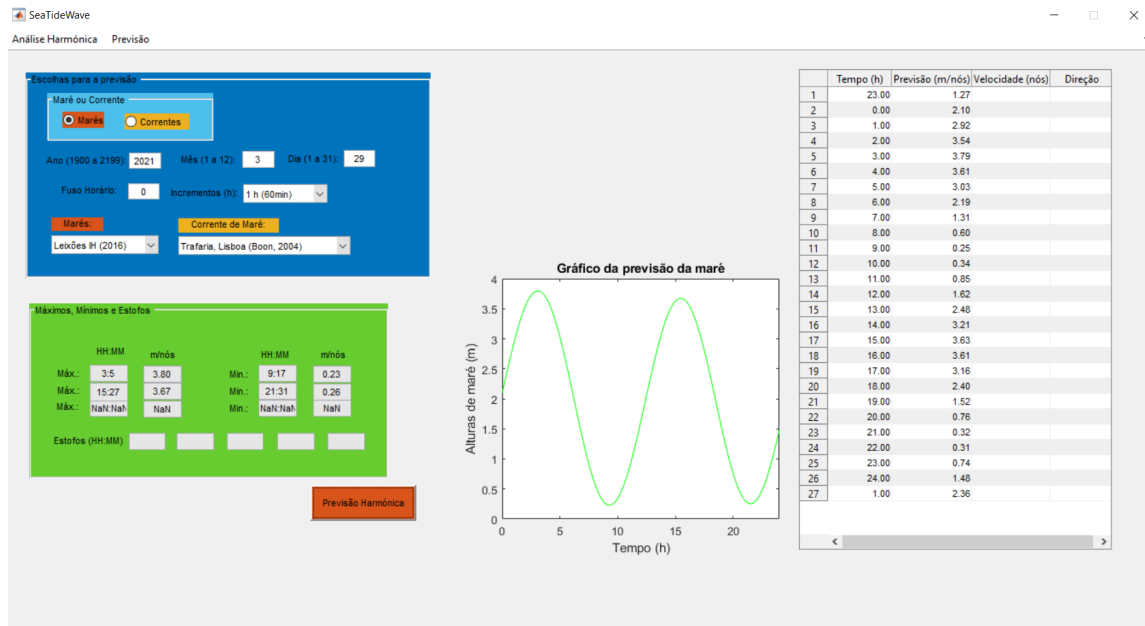


Figure 2: View of the "Prediction" panel, run for the Trafaria station, by the Boon method (2004), for 29MAR21.

2.5 Validation

In order to test the quality of the applied methods, it was developed a software to compute statistics of the series of residues (observations subtracted by the predictions at regular time increments), complemented by the amplitude spectrum of these residues (cf. Parker, 2007, pp. 162-163); it also filter the time series of observations (Doodson and Warburg, 1941, filter, *apud* Parker, 2007, p. 128), to remove the astronomical tide, in order to obtain the meteorological tide. If the quality of the analysis-prediction is good, the standard deviations are small, the variance reduction is close to 100% and the amplitudes of the residual spectrum are small. Figures 3 and 4 show the temporal and spectral graphs of the residues, regarding quality control, for Monterey, from January 2nd 2018 up to January 6th 2019, in the position $\Phi=36.6050$ N and $\lambda=121.888330$ W, by the Boon (2004) method, 369 days analysis. There are residues between -0.25 m and 0.30 m, with growth and decrease trends reasonably correlated with the structure of the meteorological tide (astronomical tide removed) obtained by applying the Doodson and Warburg filter (see Figure 3).

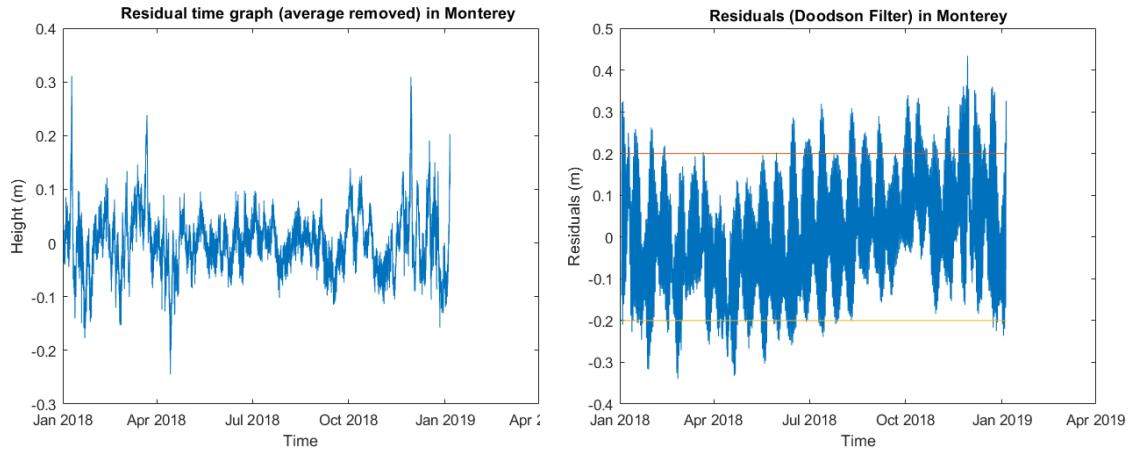


Figure 3: Residual time graph (observations - predictions (m)), with average removed (left) and with Doodson and Warburg filter (meteorological tide) (right).

In Figure 4 it is highlighted, in the set of the two plots, little residual energy, with amplitudes of about 0.5 cm, in semidiurnal periods, and 0.7 cm in diurnal periods, which reveals particularly good quality of the obtained harmonic constants.

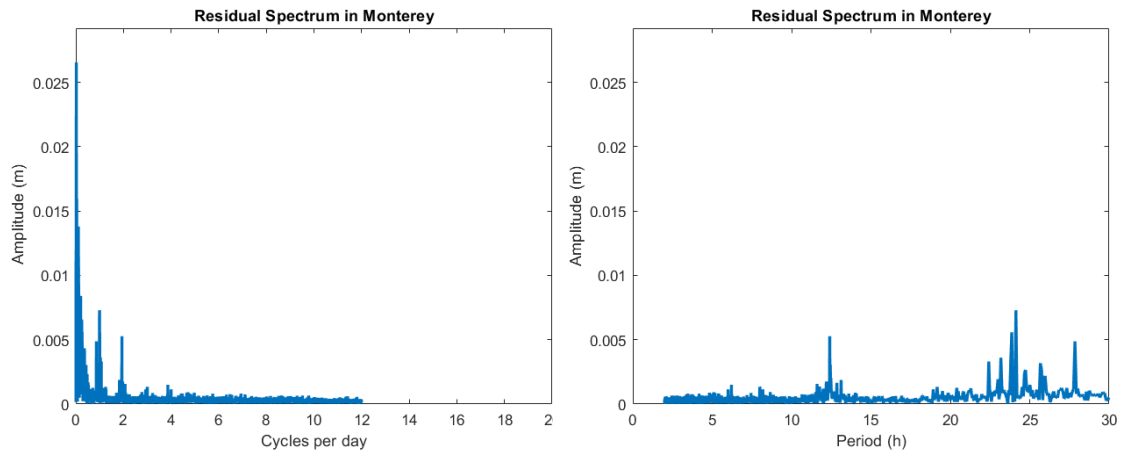


Figure 4: Spectral plot of the amplitude (m) of residues, in cycles per day (left) and in periods (h) (right).

3 Summary of Results

The results of the quality control can be summarized in the form of tables. It was opted, for space saving, to restrict the statistics presentation to two USA tidal stations,

Anchorage and Boston and two in Portugal, Leixões and Ponta Delgada. In the set of the four stations, as seen in Table 1, Anchorage has higher values of standard deviation, about 30 cm, which means a less successful predictive model. The remaining stations show up lower standard deviations, about 16 cm for Boston, 9 to 10 cm for Leixões and about 6 cm for Ponta Delgada. In general, it appears that the methods have different performances, with an increasing improvement in the sequence Fourier, Boon and Kiley (1978) and Boon (2004). Although not shown here, the duration of the series has an appreciable influence, concluding that longer series, 365 or 369 days, benefit the results. The results show similar quality and, in some cases, slightly better than the official analysis-prediction of IH and NOAA, for the same 37 constituents.

Anchorage (369 days analysis, from January 2nd 2018 up to January 5th 2019)					
Values (meters)	Mean	Maximum	Minimum	Std. Dev.	VR (%)
Boon (2004)	0.1929	1.5594	-1.0152	0.2808	98.96
Boon e Kiley (1978)	0.1929	1.5559	-1.0146	0.2806	98.44
Fourier	0.1927	1.6447	-0.9931	0.3046	100.03
Boston (369 days analysis, from January 2nd 2018 up to January 5th 2019)					
Values (meters)	Mean	Maximum	Minimum	Std. Dev.	VR (%)
Boon (2004)	0.1487	1.198	-0.5887	0.1614	97.7
Boon e Kiley (1978)	0.1487	1.199	-0.5904	0.1614	97.7
Fourier	0.1488	1.2467	-0.685	0.1682	98.05
Leixões (365 days analysis, from July 12th 2005 up to July 11th 2006)					
Values (meters)	Mean	Maximum	Minimum	Std. Dev.	VR (%)
Boon (2004)	0.1478	0.5972	0.0947	0.0887	98.75
Boon e Kiley (1978)	0.1478	0.5901	-0.0935	0.0885	98.74
Fourier	0.1478	0.6329	-0.1716	0.0978	98.54
Ponta Delgada (369 days analysis, from January 1st 1994 up to January 4th 1995))					
Values (meters)	Mean	Maximum	Minimum	Std. Dev.	VR (%)
Boon (2004)	0.0504	0.3246	-0.1385	0.0611	97.64
Boon e Kiley (1978)	0.0504	0.3221	-0.1413	0.061	97.63
Fourier	0.0504	0.3301	-0.136	0.063	99.64

Table 1: Summary table of residues statistics for Anchorage and Boston (USA) and for Leixões and Ponta Delgada (Portugal).

Fort Independence (29 days analysis, from July 1st up to 29th 2011)					
Values (knots)	Mean	Maximum	Minimum	Std. Dev.	VR (%)
Boon e Kiley (1978)	-0.0003	0.513	-0.3377	0.0889	91.46
Fourier	-0.0002	0.5248	-0.3572	0.0925	90.84
Boon (2004)	-0.0003	0.513	-0.3377	0.0889	91.46
Trafaria (54 days analysis, from May 5th up to June 27th 2016)					
Values (knots)	Mean	Maximum	Minimum	Std. Dev.	VR (%)
Boon e Kiley (1978)	-0.0035	1.1482	-1.2773	0.3245	95.71
Fourier	-0.0035	1.2741	-1.3186	0.3164	101.76
Boon (2004)	-0.0035	1.1482	-1.127	0.3245	95.73

Table 2: Summary table of residues statistics for Fort Independence, Boston, MA (USA) and Trafaria, Lisbon (Portugal).

Table 2 shows the statistical summary for tidal currents from a site in the USA, Fort Independence (near Boston, at $\Phi=42.3418$ N and $\lambda=71.0089$ W, 3.8 m below chart datum) and a site in Portugal, Trafaria (near Lisbon, at $\Phi=38.68016$ N and $\lambda=9.22027$ W, 2 m below chart datum). Smaller standard deviation values stand out for Fort Independence, compared to Trafaria, since in this location the intensities are much larger (peak values of 4.5 knots versus about 0.7 knots). We recall here that it is more difficult to predict accurately currents, than tide heights, due to the hydrodynamic effects, river flows and bathymetry. The quality of the harmonic constants achieved, for tidal currents, it turns out to be reasonable or good.

4 Conclusions

The SeaTideWave tool and its simplified versions, one for analysis and other prediction, are believed to be added value for supporting learning or education, in Oceanography and Navigation courses, and for operations planning in coastal or port areas. Of the three methods of analysis, the least-squares of Boon (2004) provides the best results, so it is taken as the main method to be applied in tool for harmonic analysis and prediction of tides and tidal currents. The accuracy achieved by the tool is evaluated based on the statistics (maximum, minimum, average, standard deviation, and reduction of variance)

of the residues between observations and predictions, complemented with the evaluation of the spectrum of these residues (if the amplitudes of these residues are scarce it means that harmonic constants have good quality and there is no missing of necessary harmonics). The comparison of these residues with the non-tidal residues (meteorological tide), these obtained by the Doodson and Warburg filter, allows to see to what extent those are justified by the occurrence of meteorological tides. The results reveal particularly good quality of the analysis-predictions for all tidal stations, especially with the harmonic constants resulting from 365 days or 369 days analysis, except in the case of Anchorage, where there are tidal distortion effects, due to extensive propagation in shallow-waters, being the quality achieved only modest or reasonable. In the case of Anchorage, NOAA uses 120 harmonics, which is much more complete than the 37 used here. The quality of analysis-prediction of tidal currents turns out to be reasonable or good, less well achieved than tides, which in general happens, considering the more turbulent and irregular characteristics of currents, more affected by induced variability (bathymetry, river flows, etc.); they are more difficult to handle well and, in general, only short series are available. Future progress may include adding more constituents (to better handle shallow-water effects) and adding other ports or locations with data, where predictions are needed, for planning and learning purposes.

Acknowledgement

We thank Escola Naval, CINAV and IH for their support in carrying out this work. We would like also to thank Dr. Dora Carinhas for mediating the provision of data and suggestions, and to Prof. Miguel Moreira for advice and motivation.

References

- Boon, J. D. (2004). *Secrets of the tide: Tide and Tidal Current Analysis and Predictions, Storm Surges and Sea Level Trends*. Woodhead.
- Boon, J. D. and Kiley, K. P. (1978). Harmonic analysis and tidal prediction by the method of least squares: A user's manual.
- Parker, B. B. (2007). Tidal analysis and prediction.
- Schureman, P. (1958). *Manual of Harmonic Analysis and Prediction of Tides*, volume 4. US Government Printing Office.

Simon, B. (2013). *Coastal Tides*. Institut Océanographique, Fondation Albert Ier, Prince de Monaco.

Apêndice B - Composição da Ferramenta SeaTideWave

O respetivo Apêndice tem carácter digital sendo composto por duas pastas, «B1 - Trabalho Informático» e «B2 - SeaTideWave *Light View*».

Objetivo

SeaTideWave é uma ferramenta operacional, não oficial, na área de Oceanografia, que permite a previsão de marés e correntes de maré para os portos nacionais disponíveis. O cálculo das previsões é baseado em 37 constituintes harmónicas seleccionadas e a sua aplicação na equação da previsão. A ferramenta é bastante versátil na medida em que facilmente podem ser acrescentados novos portos, mediante a condição de ser necessário séries temporais que terão que passar pelo processo de análise harmónica (para se obterem as constantes harmónicas).

Requisitos para Instalação

Para instalar o SeaTideWave *Light View* são necessário os seguintes requisitos:

- Sistema operativo do computador de 64 bits;
- Pelo menos 2,8 Gb de espaço livre no disco rígido.

Instruções para Instalação e Configuração

O procedimento de instalação do programa segue o seguinte:

- Instalar o MATLAB *Compiler Runtime* versão 2020 (pode ser dispensado caso já esteja instalado no computador), presente na pasta da ferramenta com a designação «MATLAB_Runtime_R2020a_Update_6_win64» de acordo com as seguintes instruções:
 - Abrir a pasta que contém o MATLAB *Runtime Installer*;
 - Iniciar o MATLAB *Runtime installer*, designado por «*setup.exe*»;
 - Quando o MATLAB *Runtime installer* iniciar, o mesmo irá mostrar uma caixa de diálogo. Ler a informação e depois seleccionar **Next** para proceder com a instalação;
 - Na caixa diálogo correspondente à seleção do diretório da instalação, especificar a pasta onde pretende instalar o MATLAB *Runtime*;

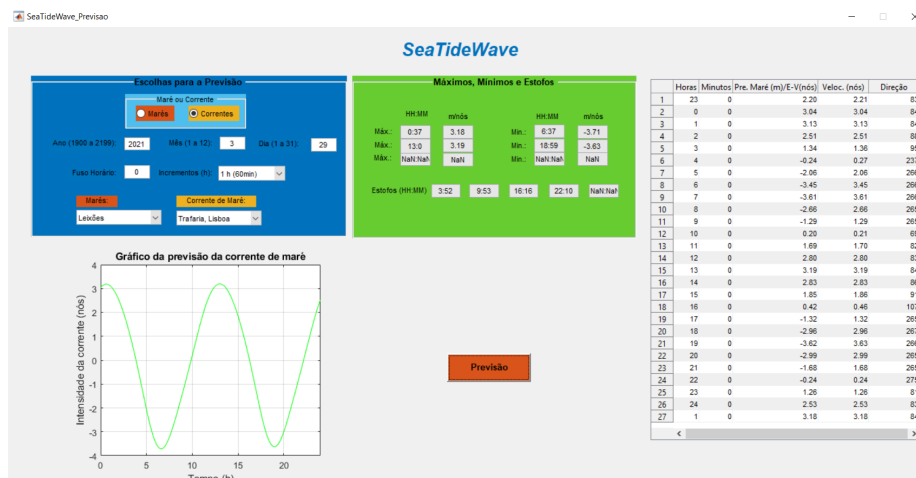
- Confirmar as escolhas e seleccionar **Next**. O MATLAB *Runtime* iniciará a instalação copiando os ficheiros para a pasta de instalação;
 - Seleccionar **Finish** para sair da instalação.
- Copiar o ficheiro executável "SeaTideWave.exe" para o ambiente de trabalho e iniciar.

As primeiras utilizações do «SeaTideWave.exe» podem demorar algum tempo a iniciar, pelo que se sugere ao utilizador que inicie várias vezes o programa até normalizar o tempo de abertura.

Instruções de Utilização

Após abrir a aplicação, o utilizador apenas terá que preencher os campos relativos ao painel de cor azul. Neste poderá escolher entre os portos de marés ou correntes de maré para a data pretendida, com incrementos de 1 hora, 30, 15 ou 6 minutos. A aplicação apresenta como opção de portos de marés: Leixões, Lisboa, Setúbal-Tróia, Faro-Olhão e Ponta Delgada e apenas um local de correntes de maré, Trafaria.

Após o preenchimento e selecção do pretendido, selecciona-se o botão «Previsão». No que resulta a tabela com os valores da altura de maré (m) prevista ou, para correntes de maré, com a velocidade (nós) na componente enchente-vazante, velocidade (magnitude) e a direcção, segundo o incremento de tempo escolhido (horas decimais), e o gráfico da previsão da maré ou corrente de maré (enchente-vazante). No gráfico, o utilizador poderá seleccionar com o cursor, por cima da curva, de modo a obter o valor para o ponto desejado.



Visual da ferramenta SeaTideWave *light view*, corrida para a estação da Trafaria, para 01JAN21.

Apêndice C - Controlo de Resíduos de Marés, em Leixões, de 12JUL05 a 13JUL06, na Posição $\varphi = 41,18667^{\circ}N$ e $\lambda = 8,7045^{\circ}W$

C.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

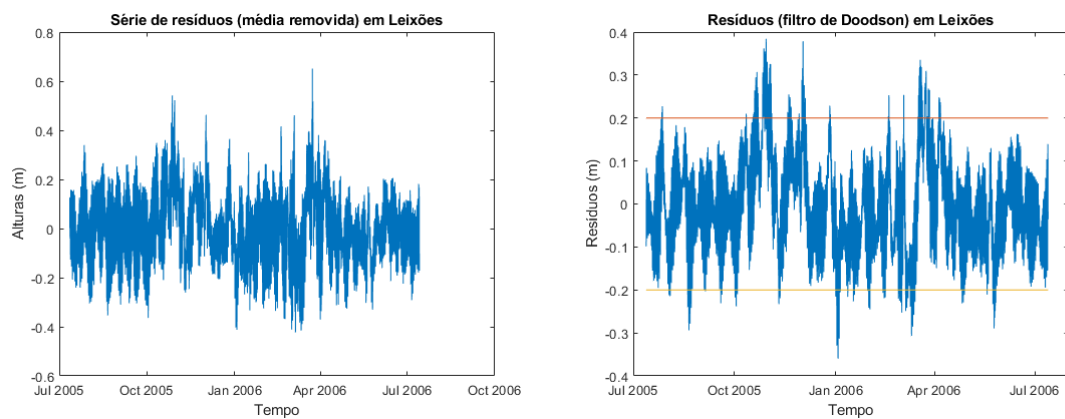
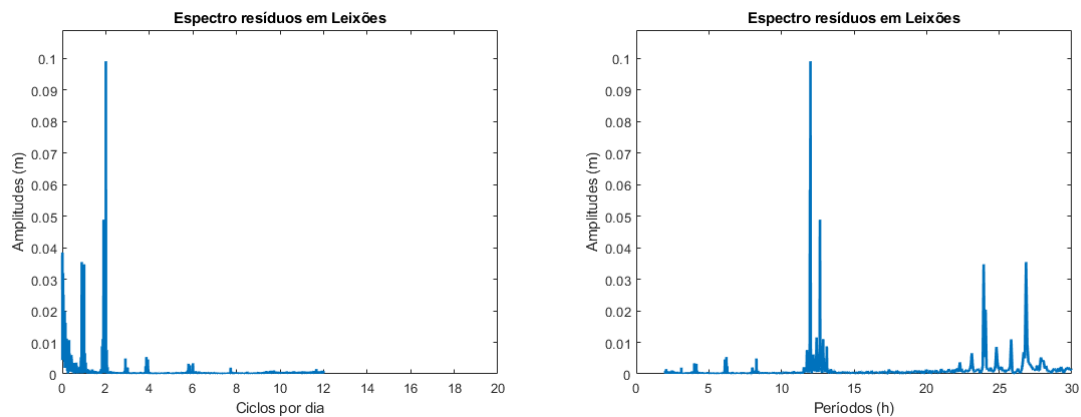


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



C.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

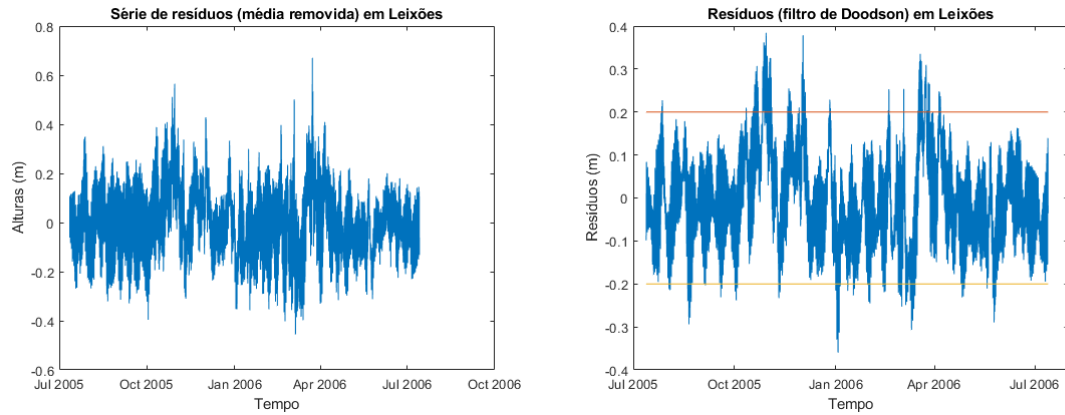
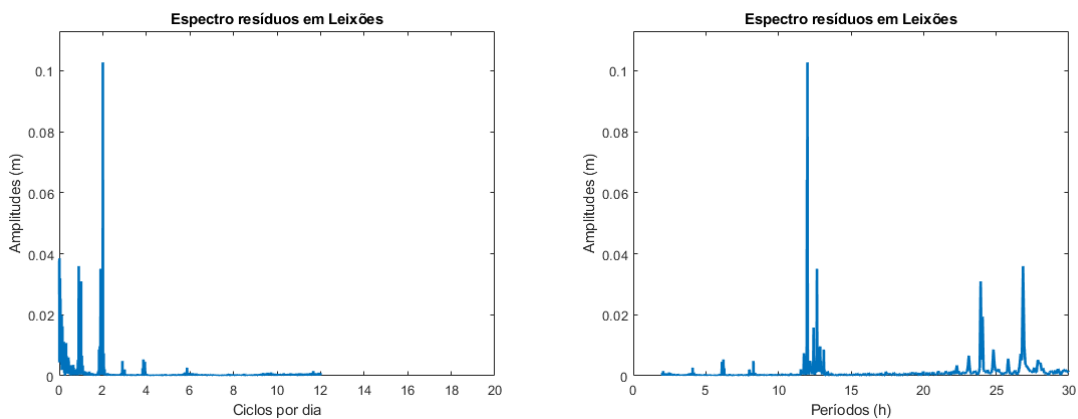


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



C.3 Método Boon (2004), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

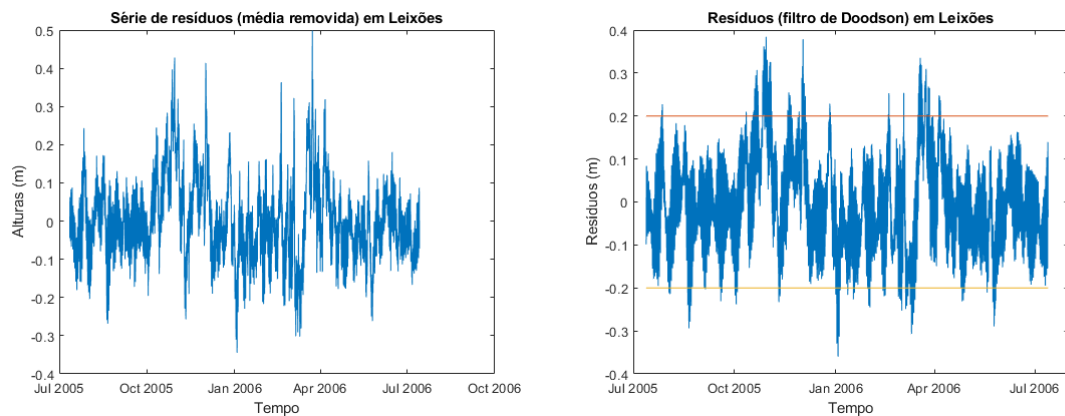
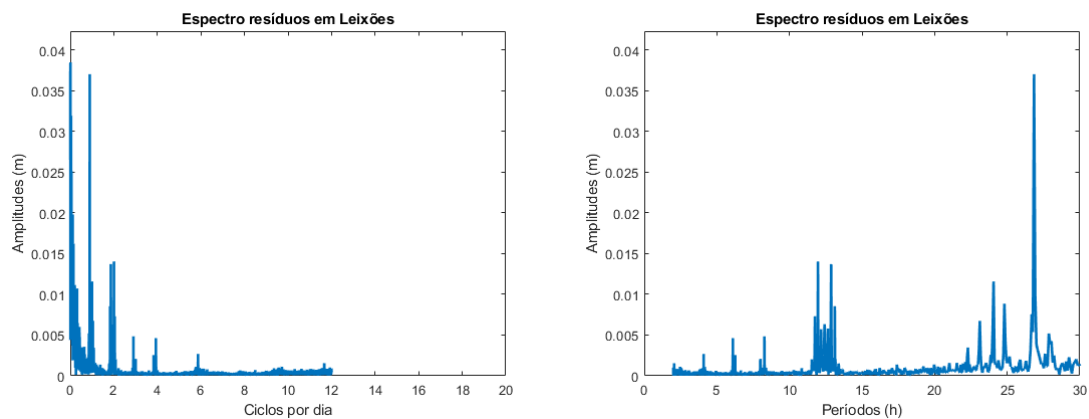


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



C.4 Método Séries de Fourier, 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

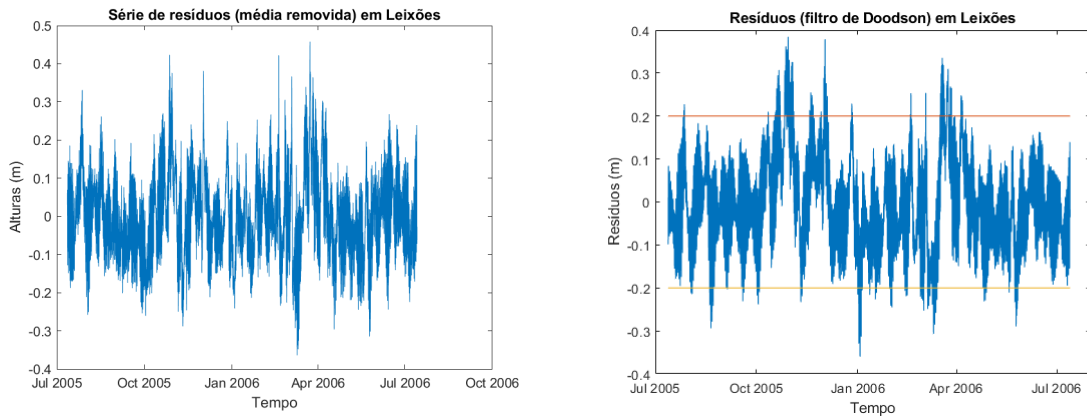
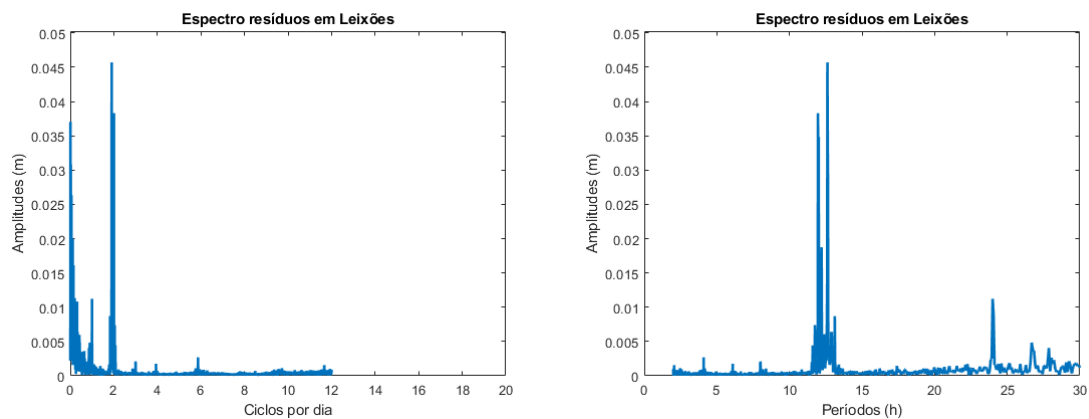


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



C.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

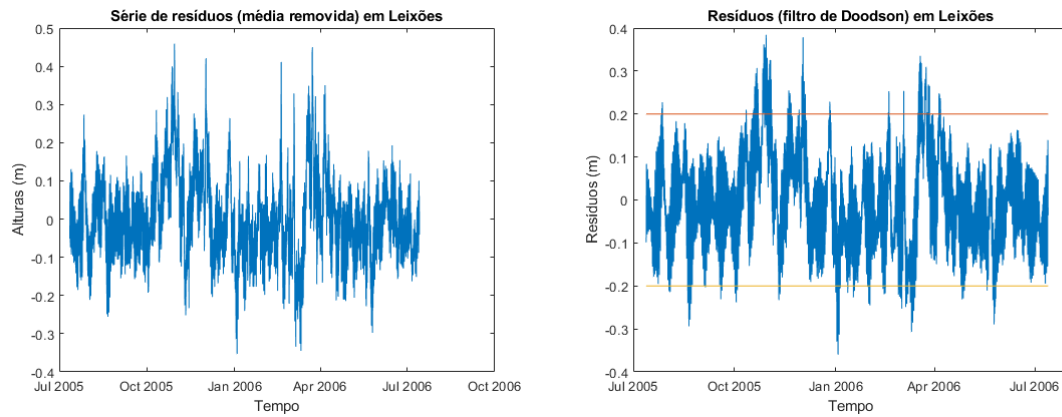
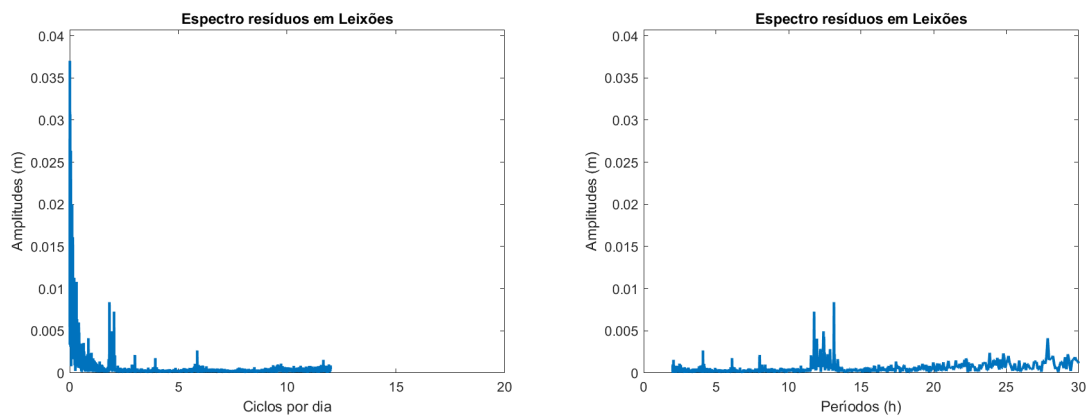


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



C.6 Método Boon (2004), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

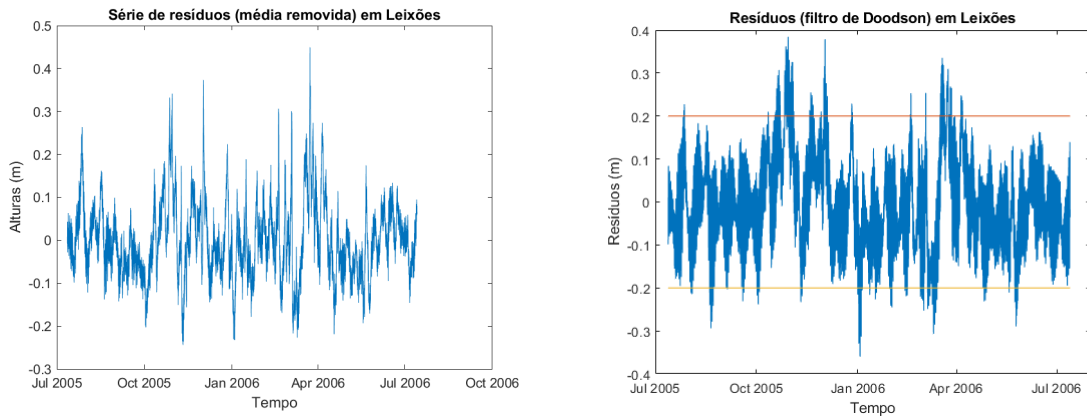
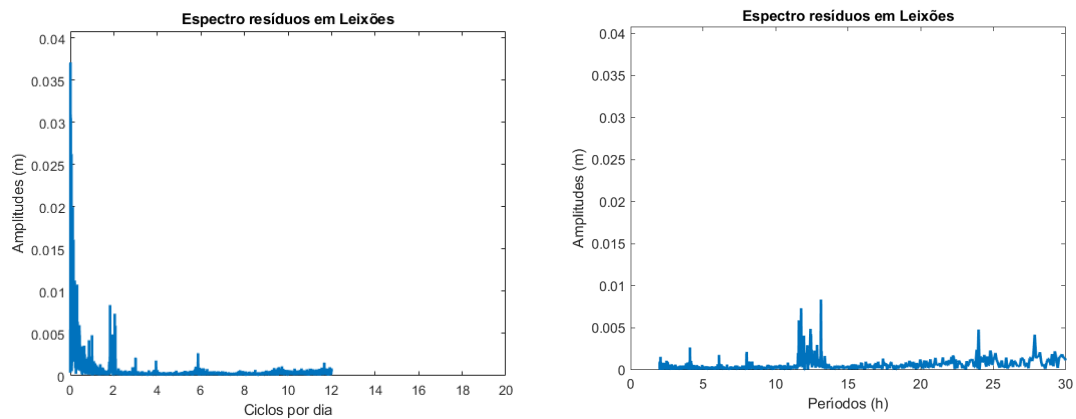


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



C.7 Método Séries de Fourier, 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

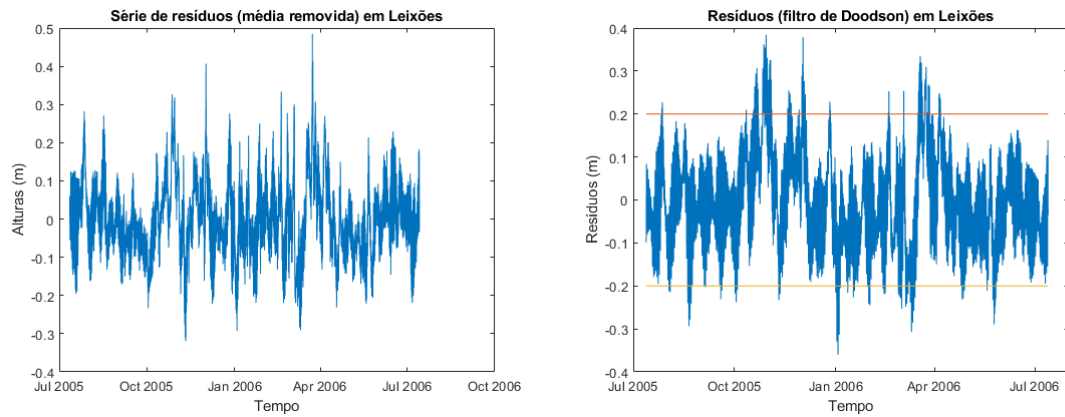
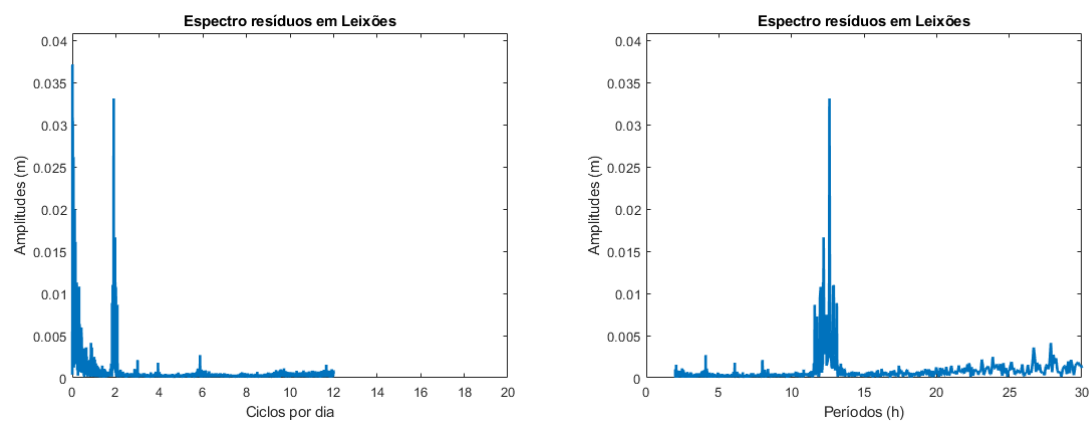


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



C.8 Método Boon e Kiley (1978), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

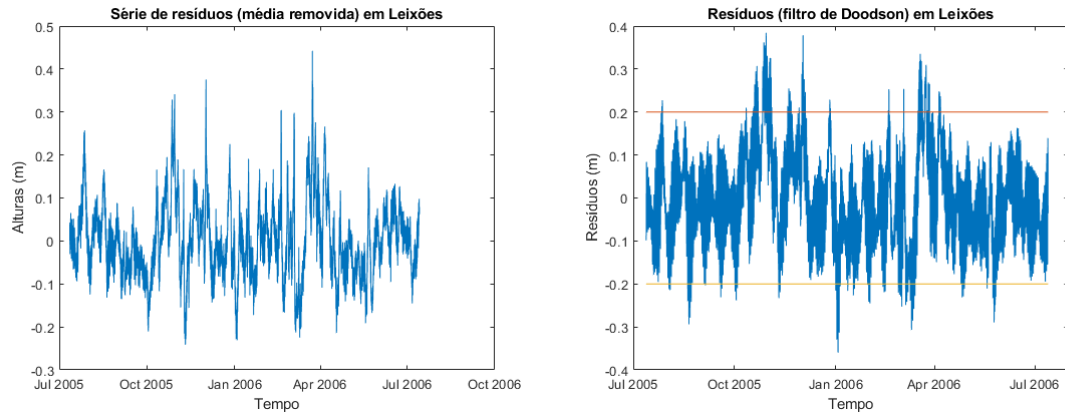
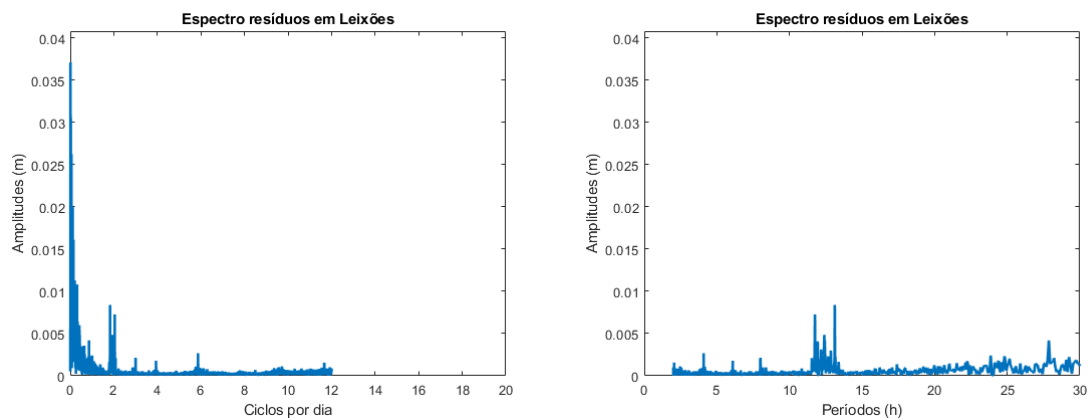


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



C.9 Método Boon (2004), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

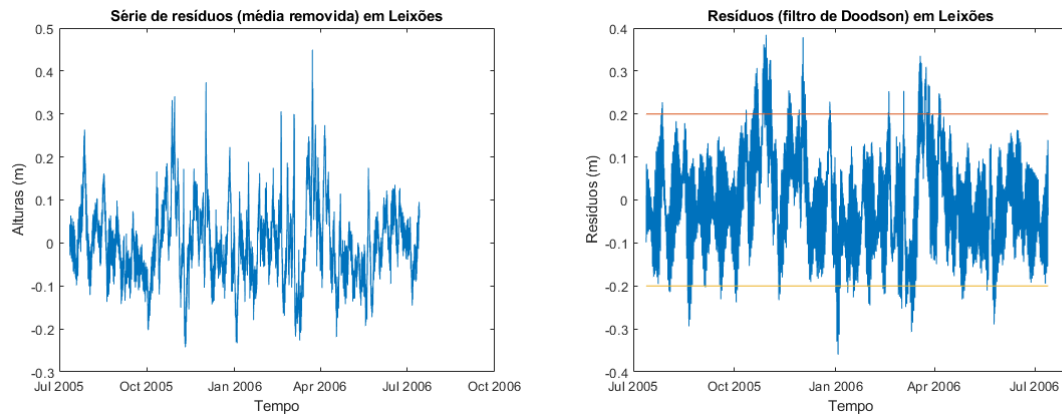
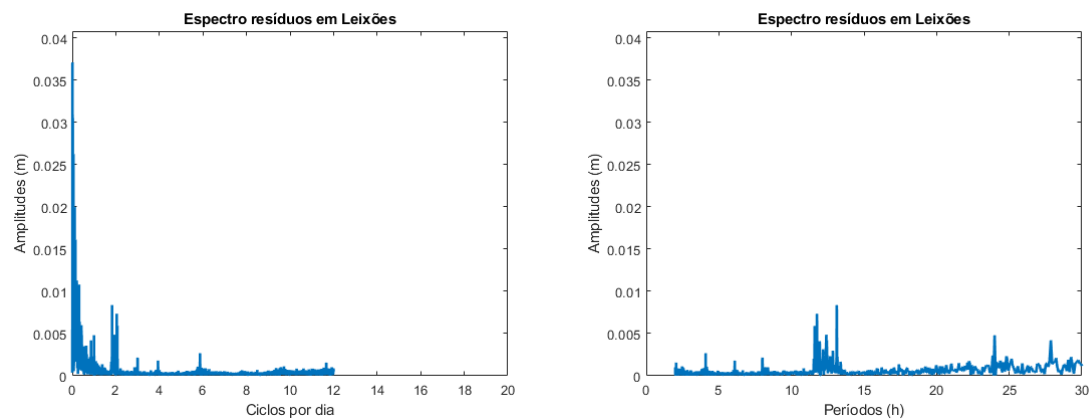


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



Apêndice D - Controlo de Resíduos de Marés, em Lisboa, de 27ABR15 a 25ABR16, na Posição $\varphi = 38,70833^{\circ}N$ e $\lambda = 9,129^{\circ}W$

D.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

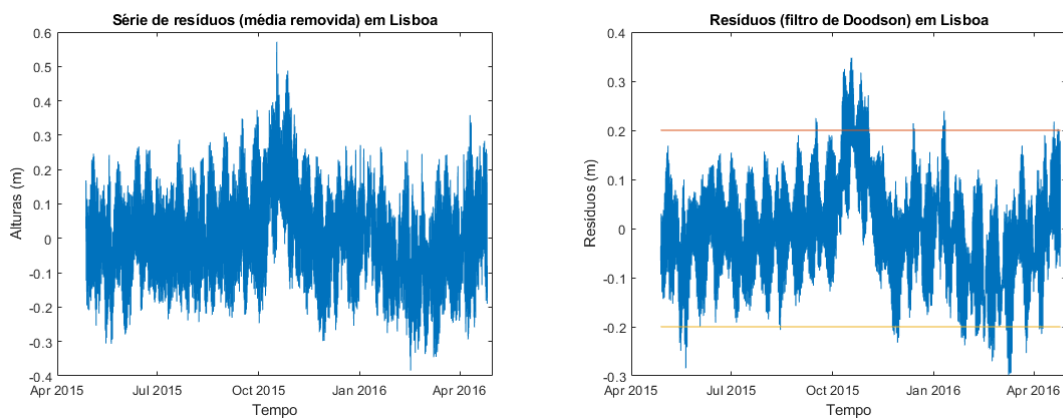
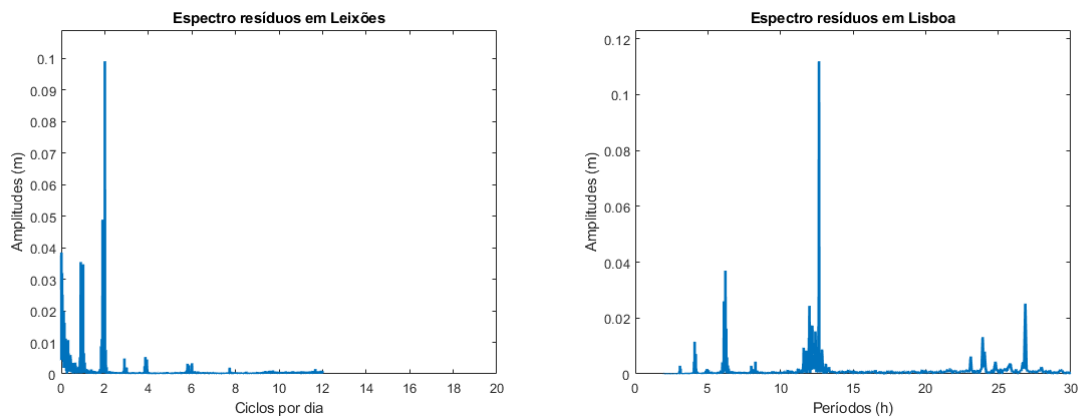


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



D.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

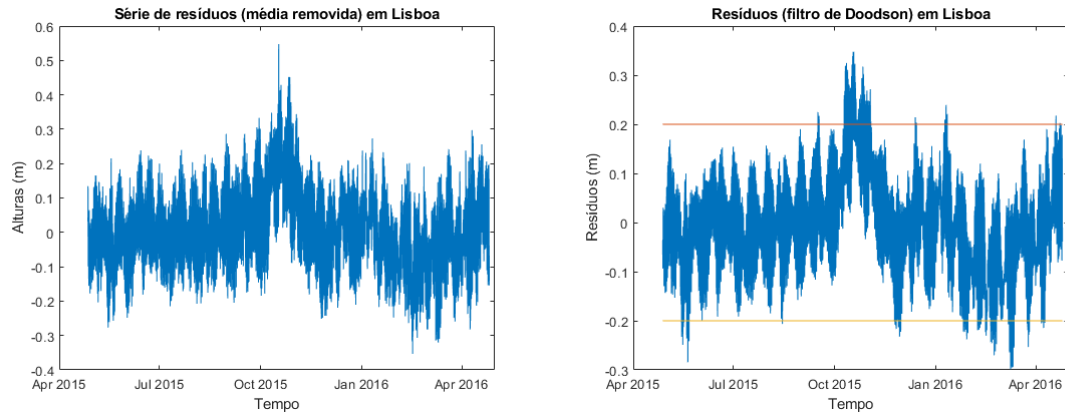
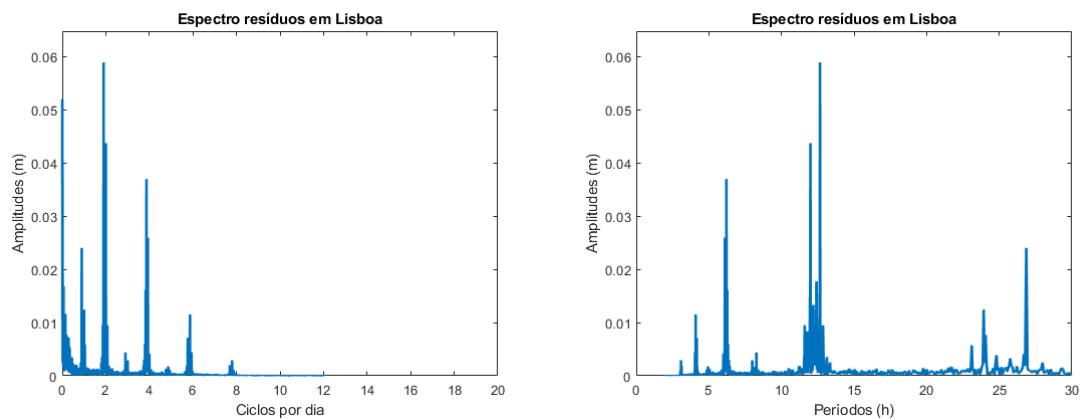


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



D.3 Método Boon (2004), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

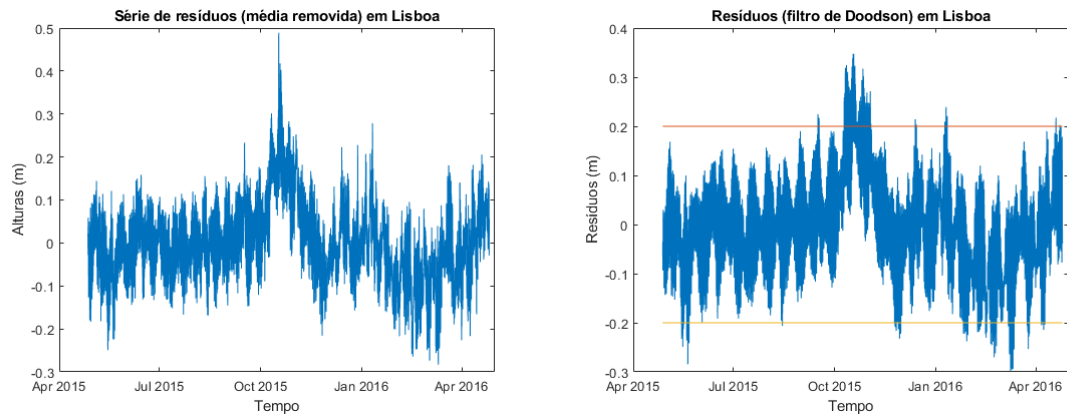
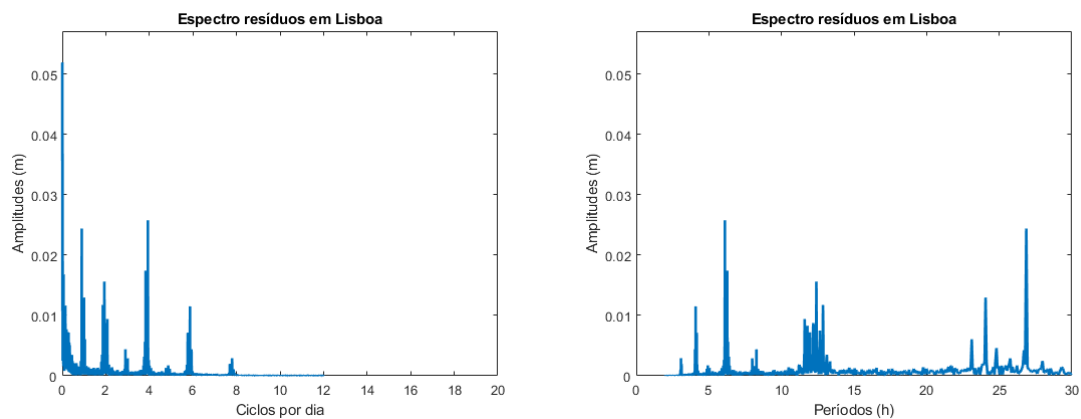


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



D.4 Método Séries de Fourier, 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

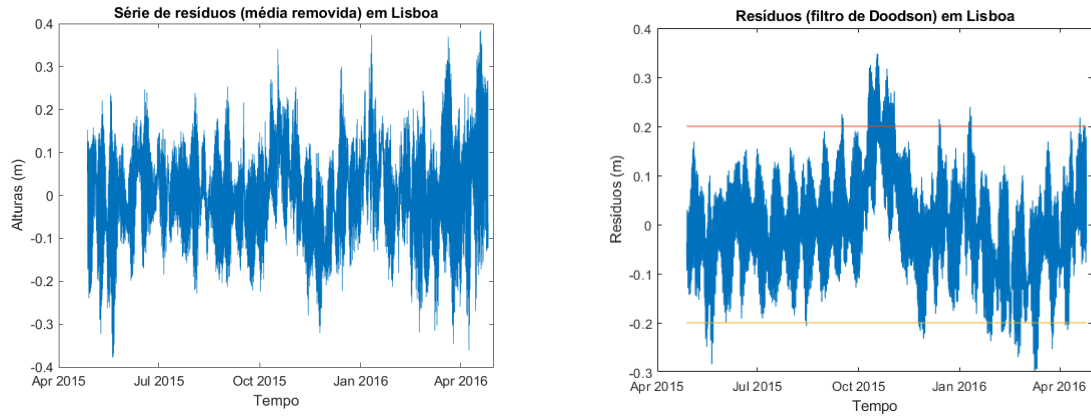
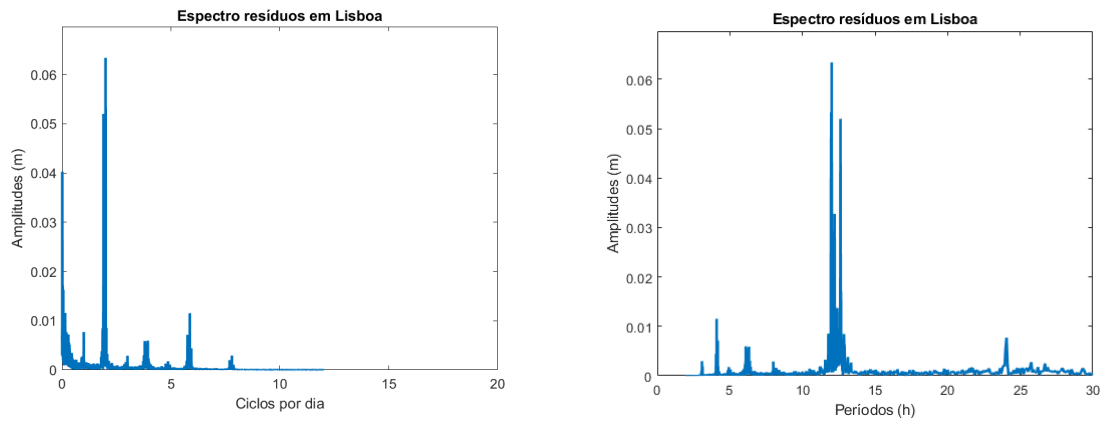


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



D.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

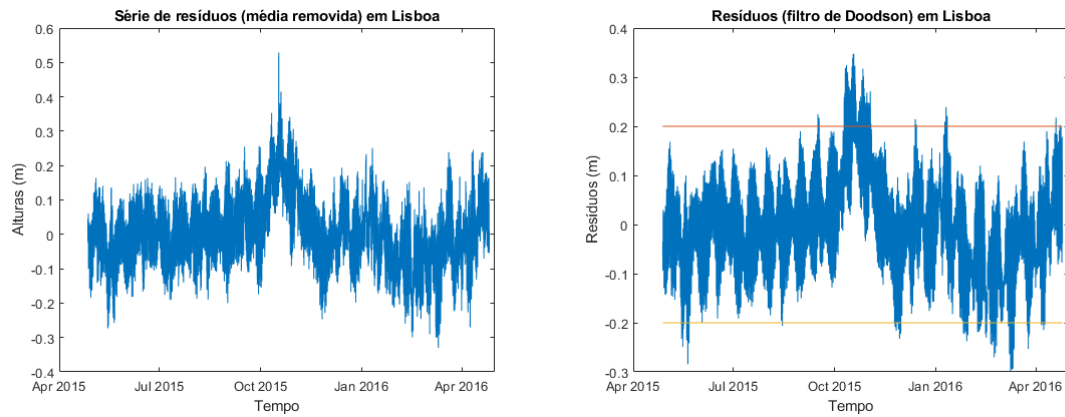
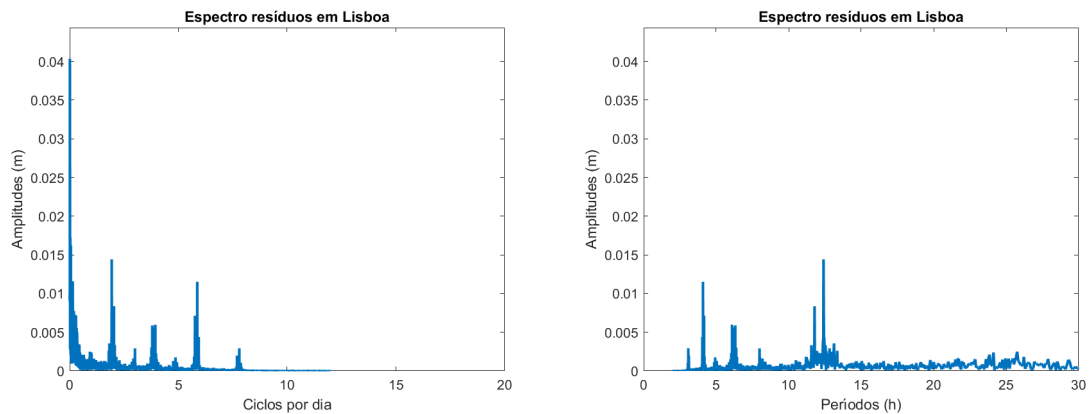


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



D.6 Método Boon (2004), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

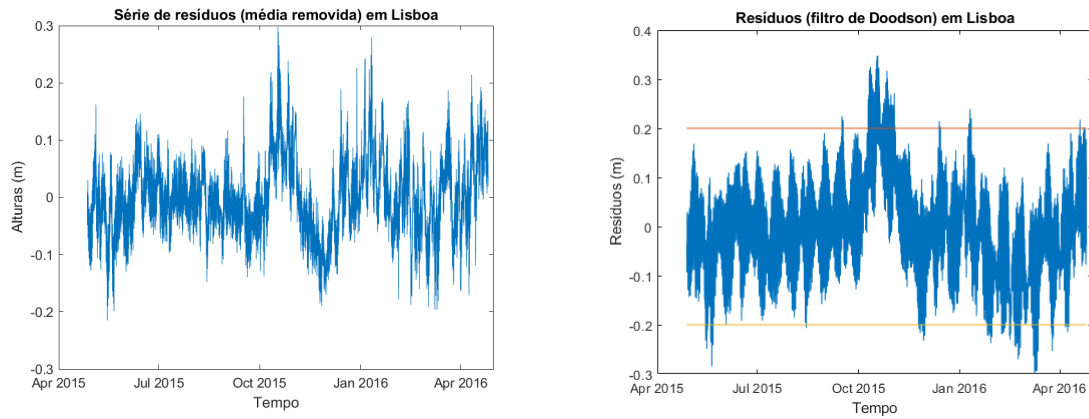
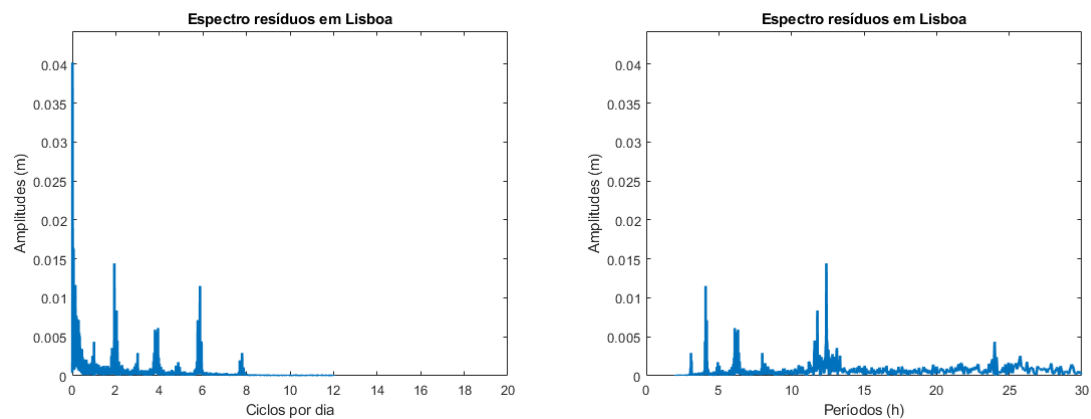


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



Apêndice E - Controlo de Resíduos de Marés, em Setúbal-Tróia, de 1JAN11 a 2JAN12, na Posição $\varphi = 38,4945^0N$ e $\lambda = 8,90083^0W$

E.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

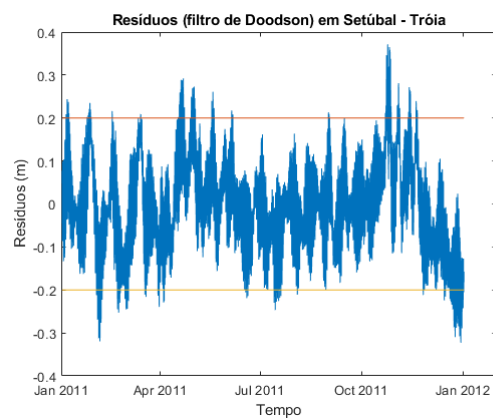
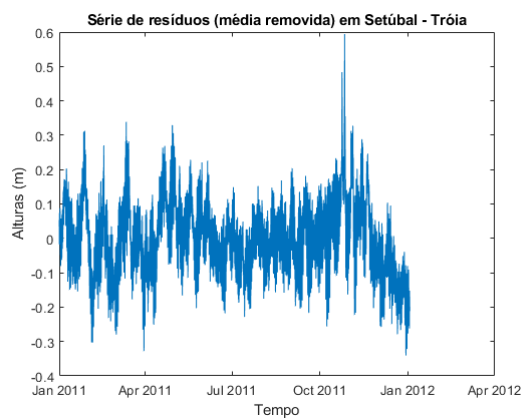
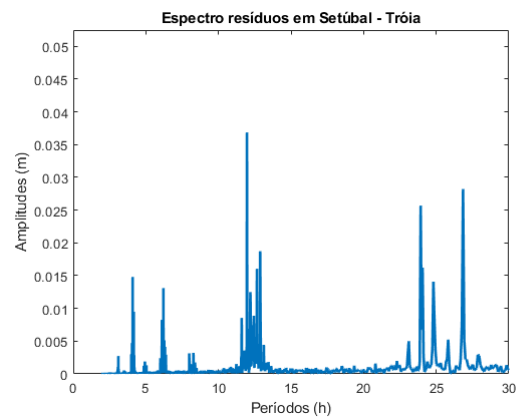
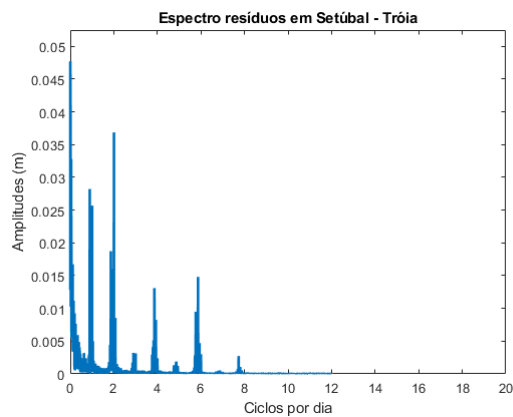


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



E.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

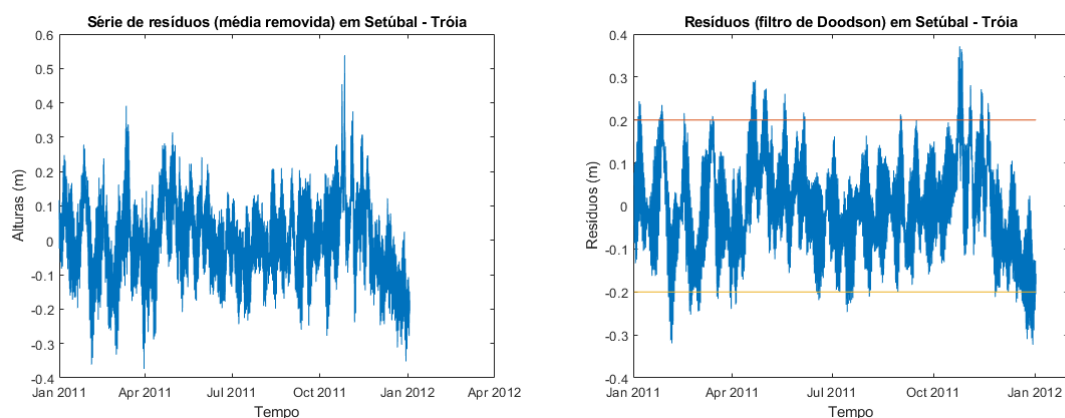
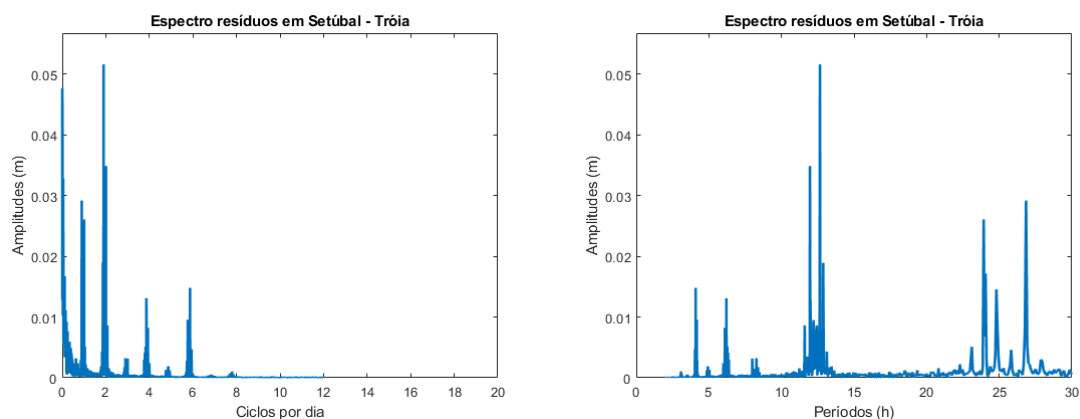


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



E.3 Método Boon (2004), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

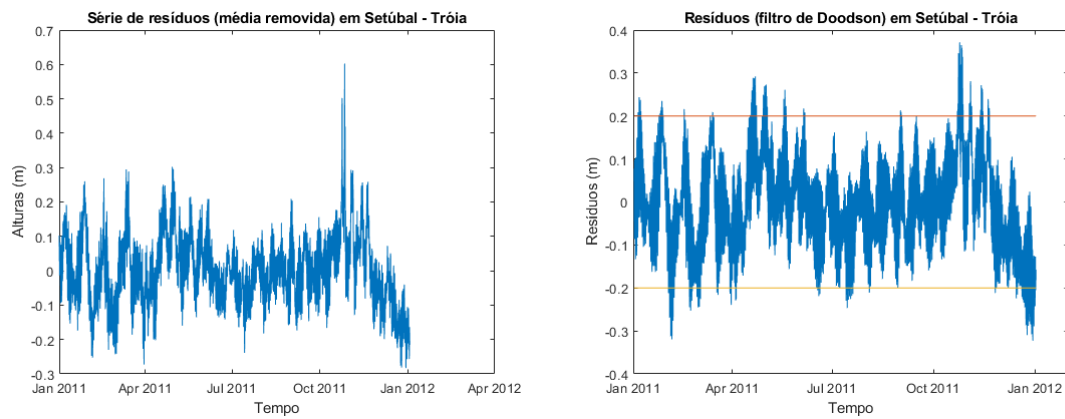
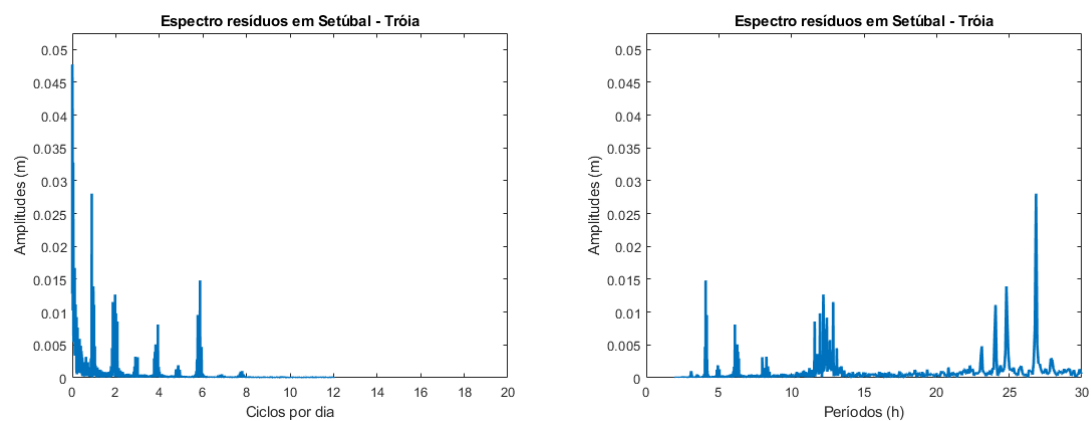


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



E.4 Método Séries de Fourier, 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

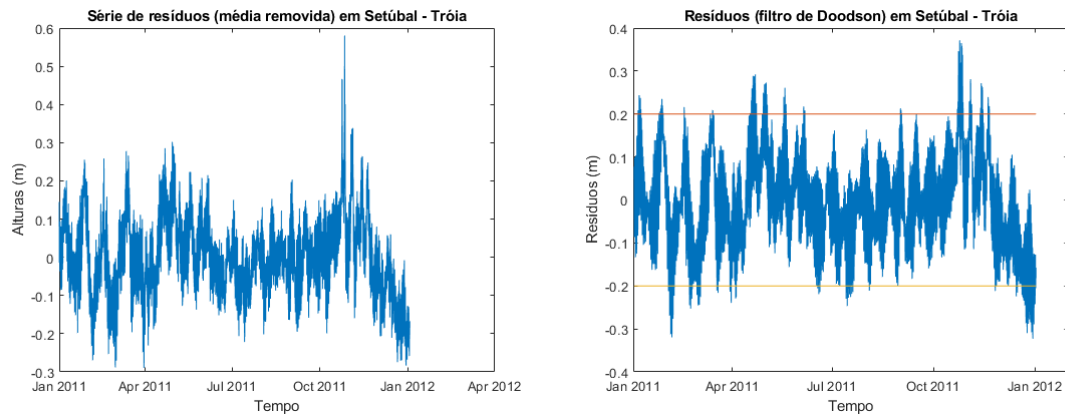
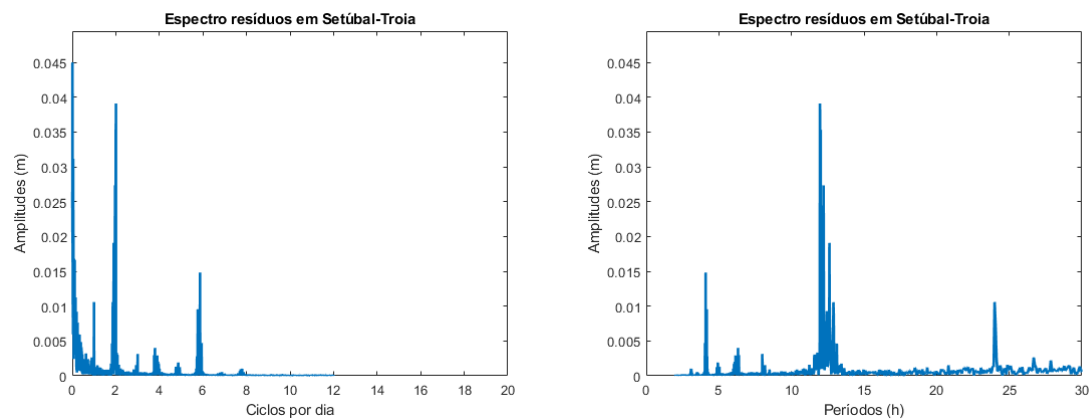


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



E.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

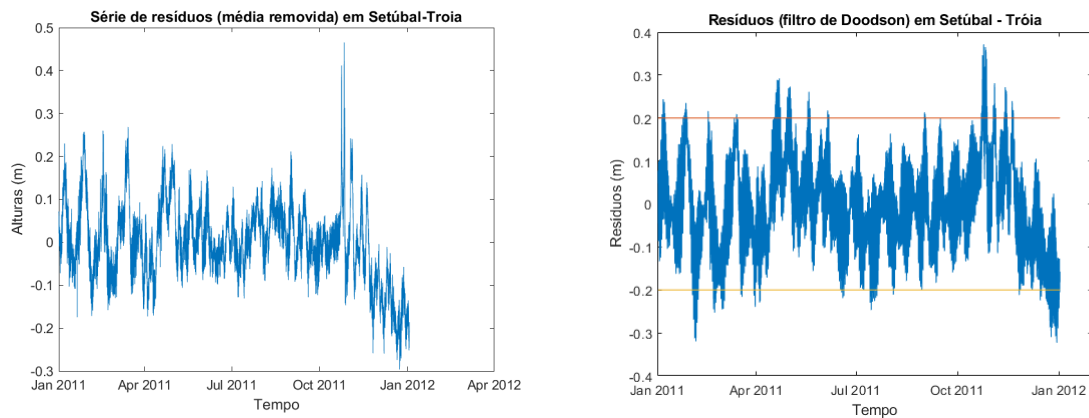
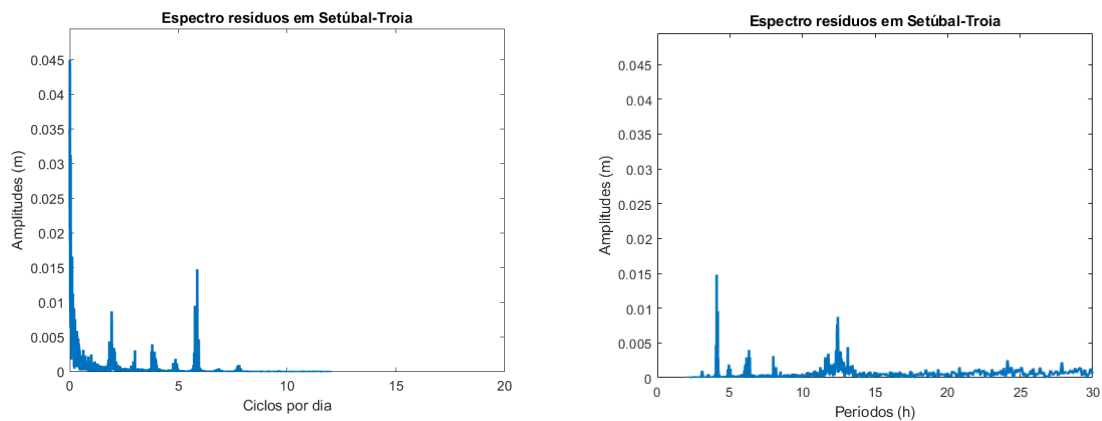


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



E.6 Método Boon (2004), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

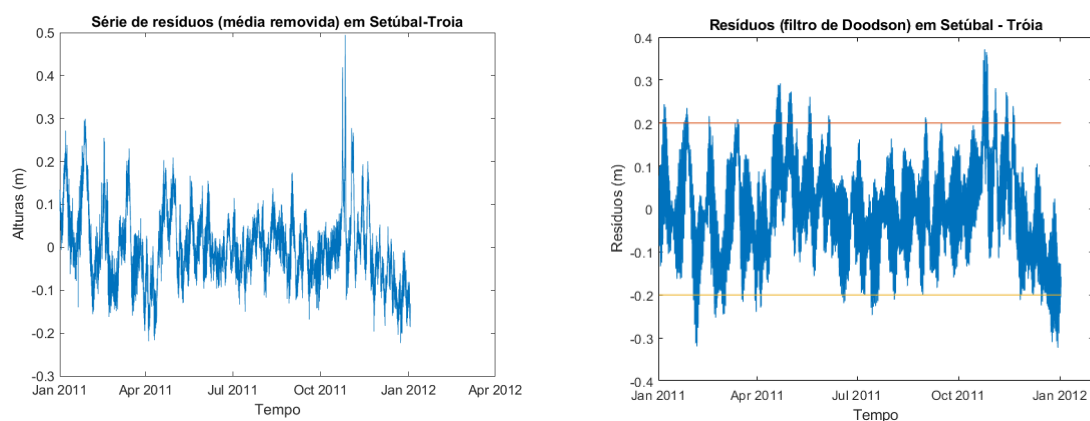
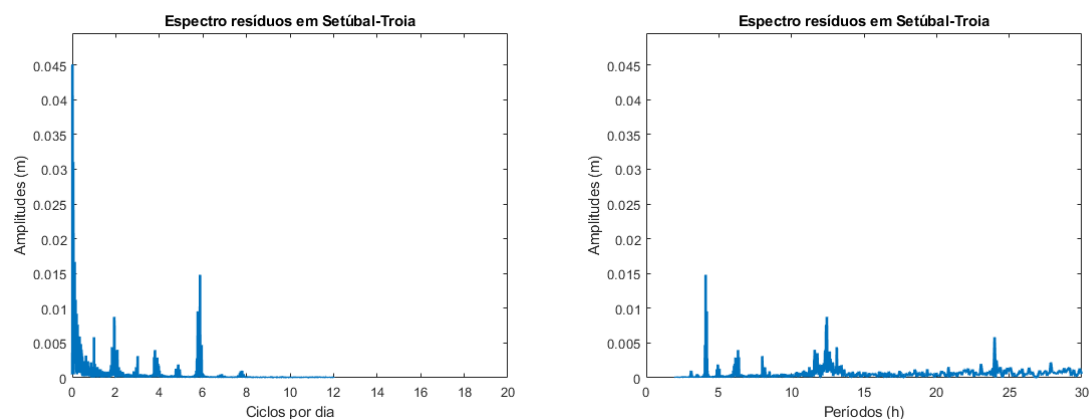


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



E.7 Método Séries de Fourier, 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

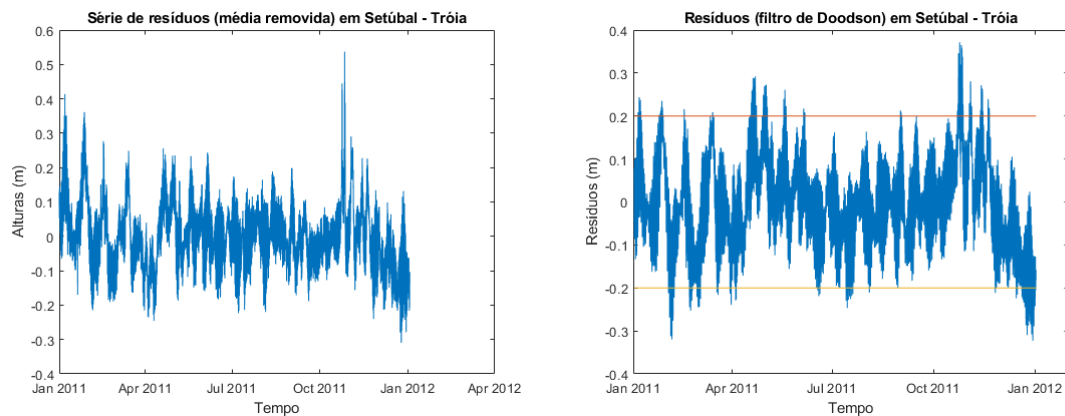
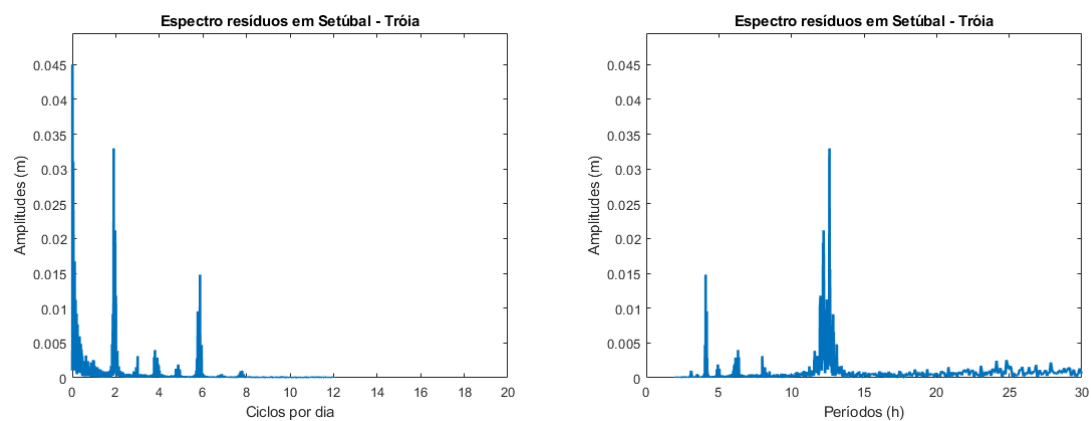


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



E.8 Método Boon e Kiley (1978), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

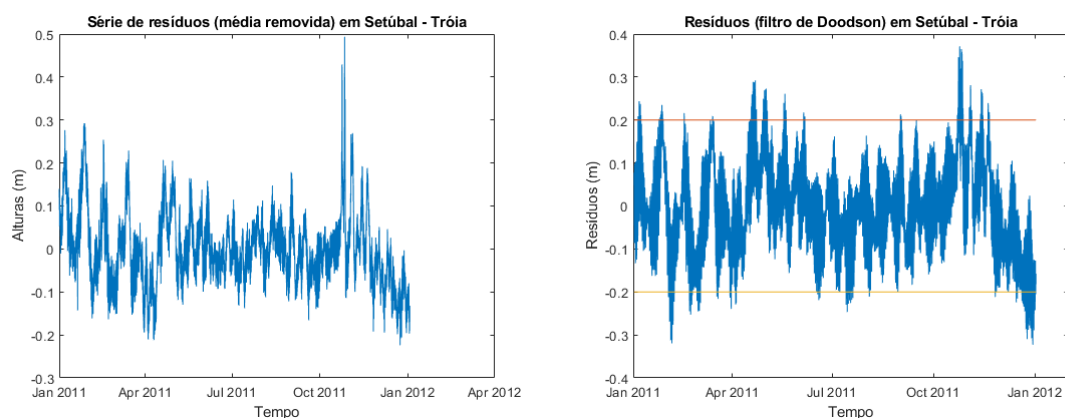
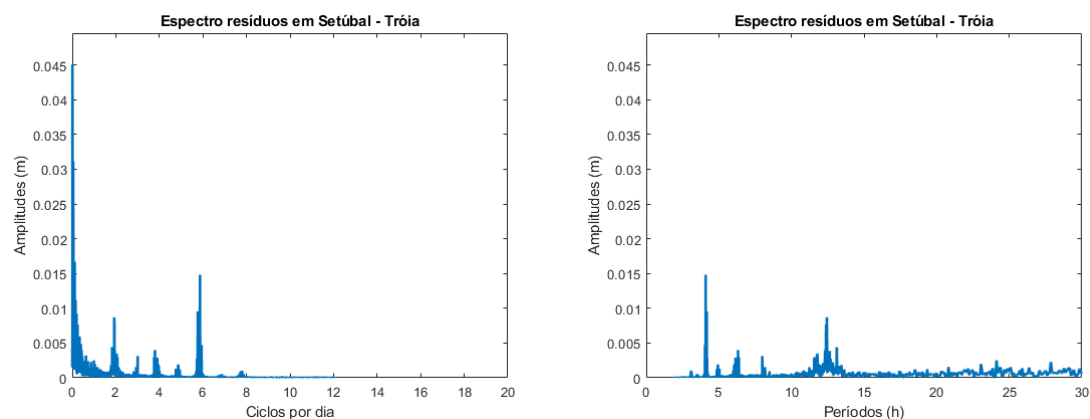


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



E.9 Método Boon (2004), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

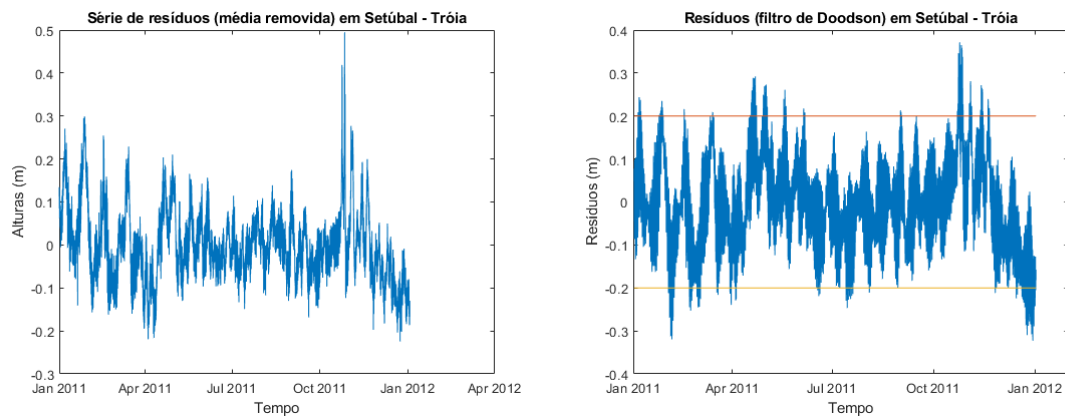
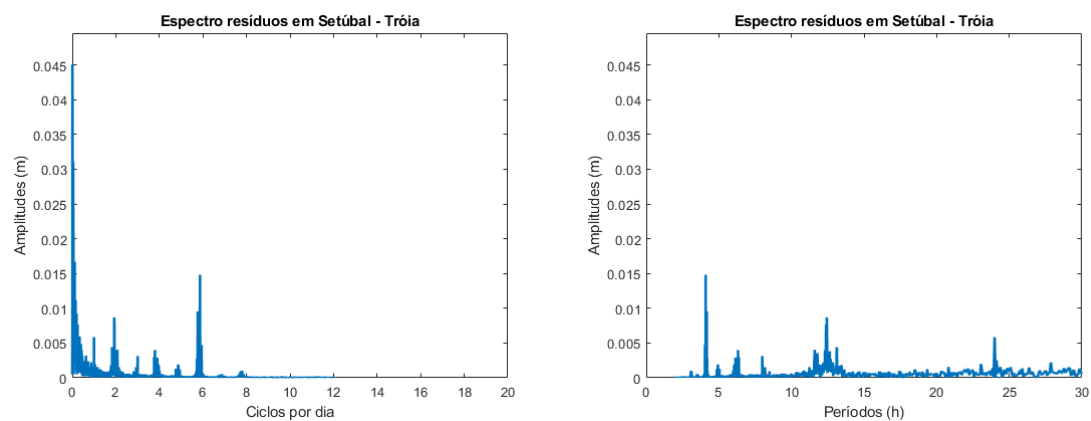


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



Apêndice F - Controlo de Resíduos de Marés, em Faro-Olhão, de 27NOV03 a 25NOV04, na Posição $\varphi = 36,97817^0N$ e $\lambda = 7,86617^0W$

F.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

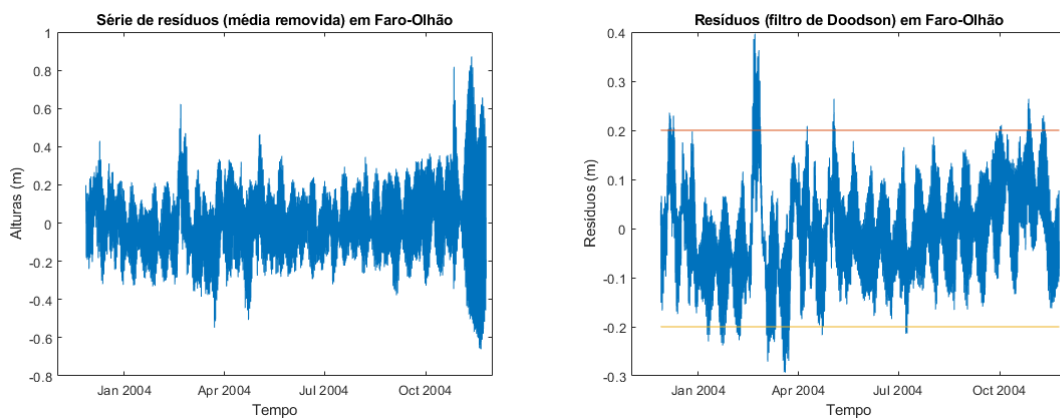
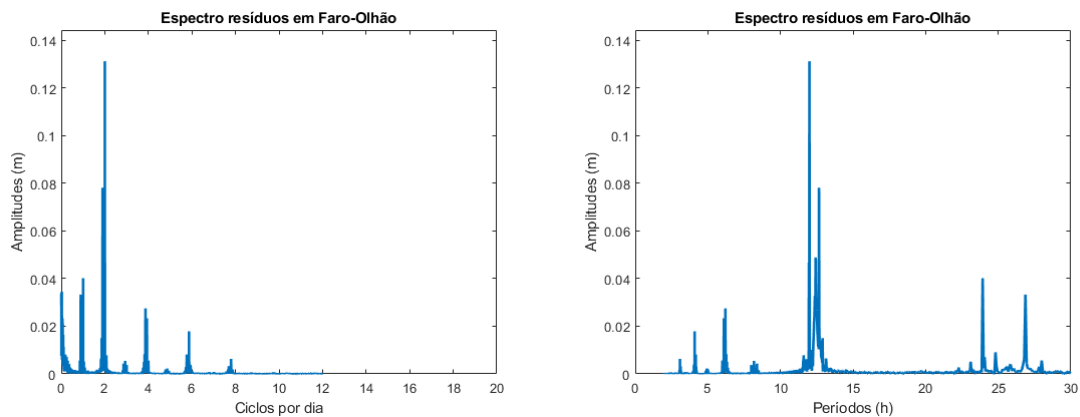


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



F.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

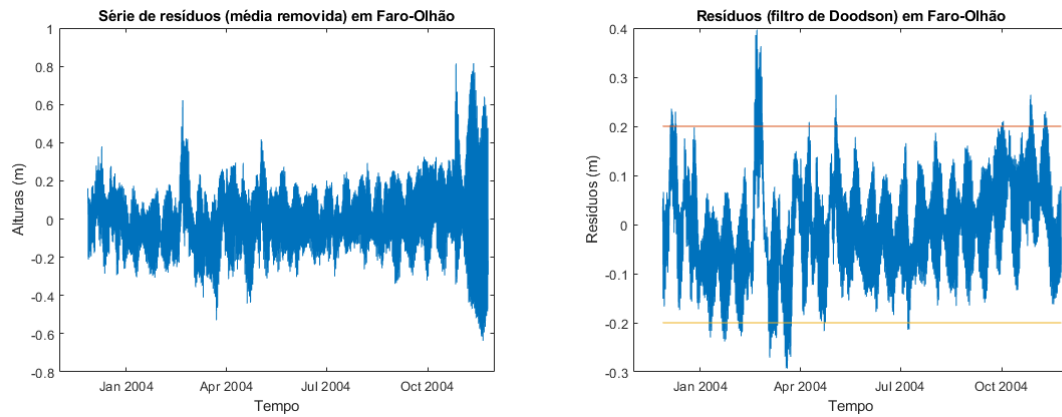
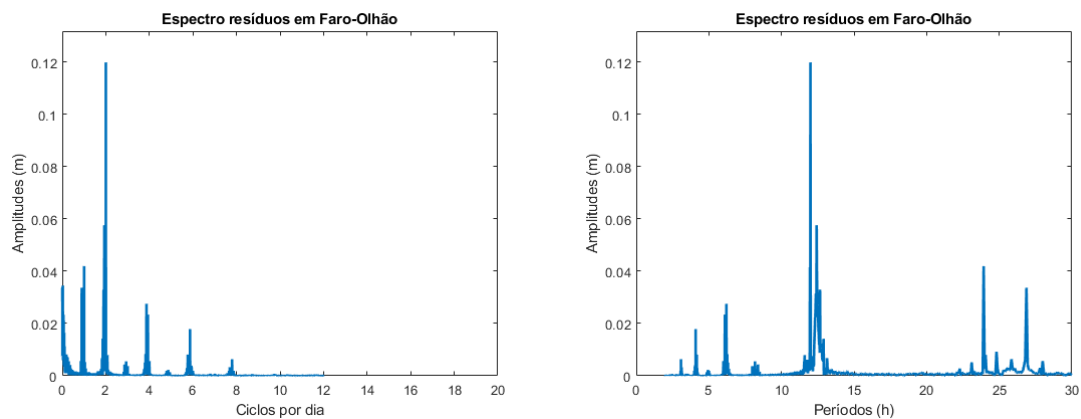


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



F.3 Método Boon (2004), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

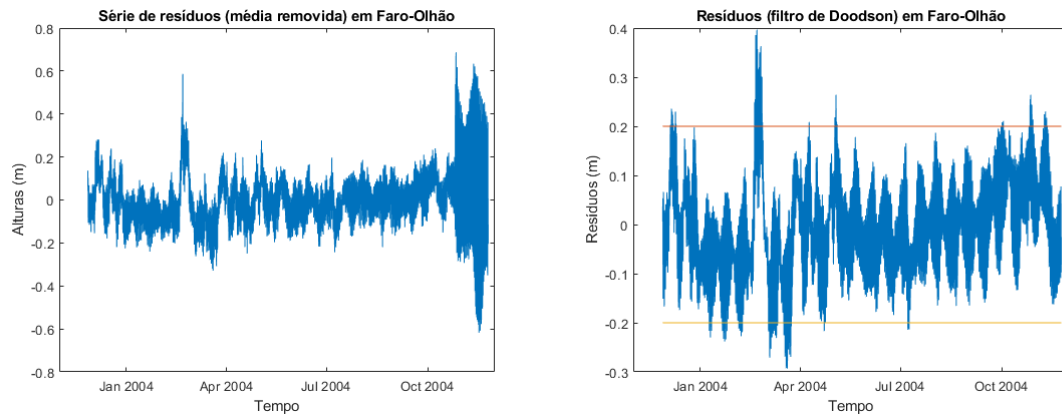
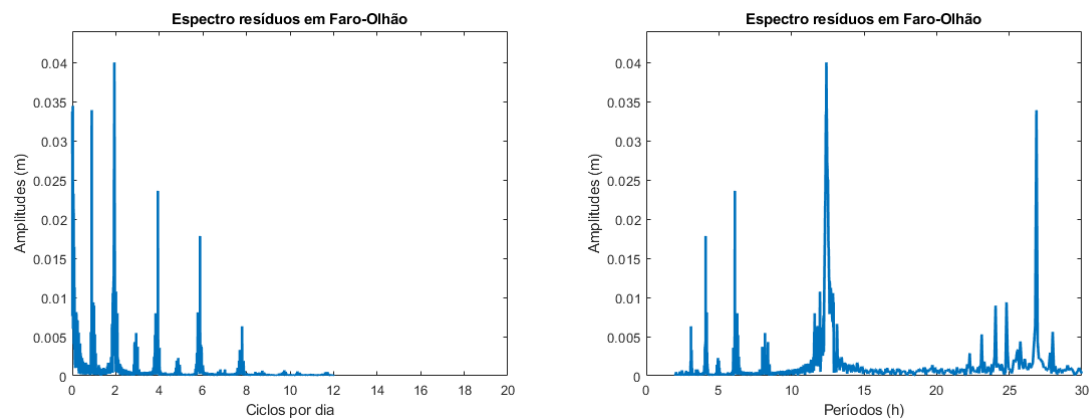


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



F.4 Método Séries de Fourier, 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

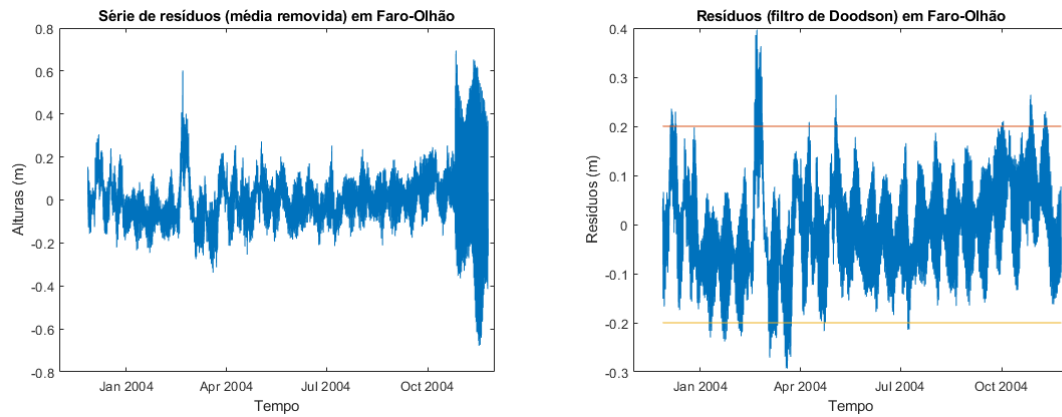
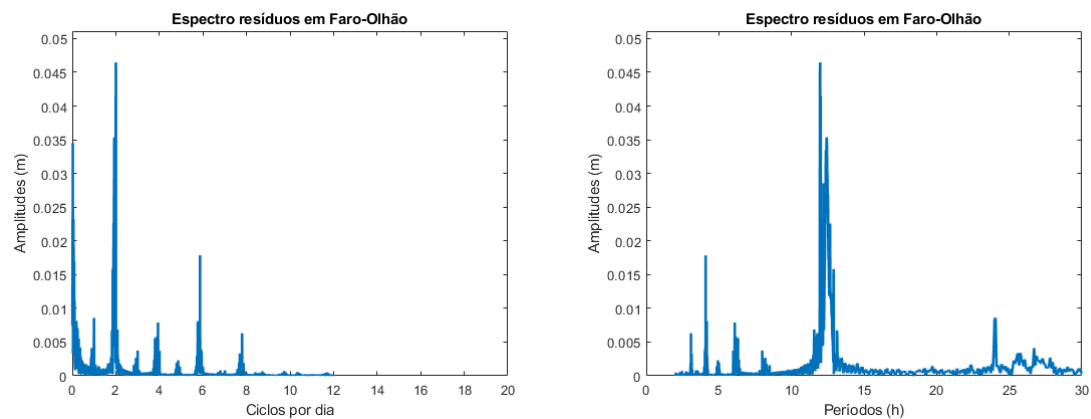


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



F.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

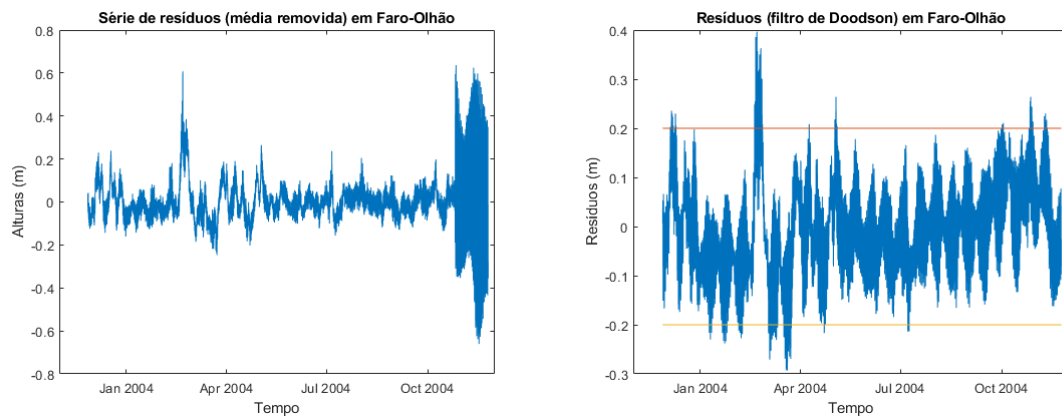
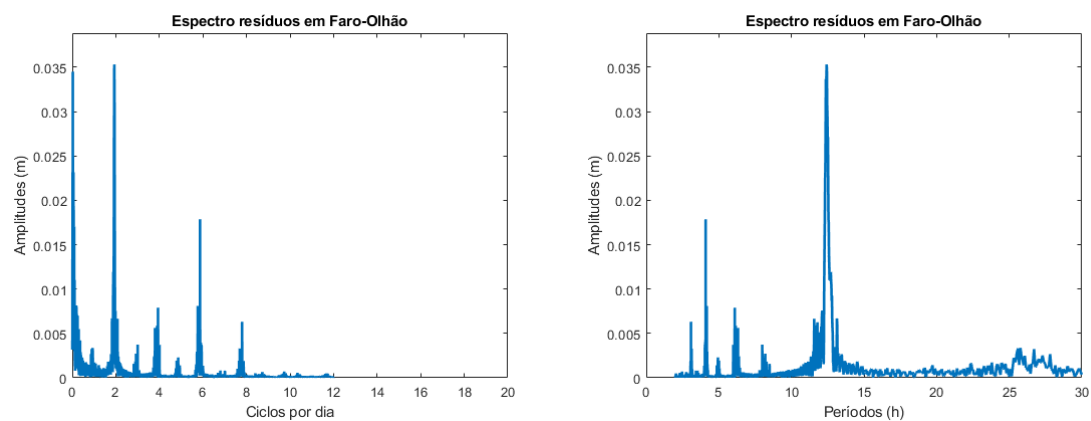


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



F.6 Método Boon (2004), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

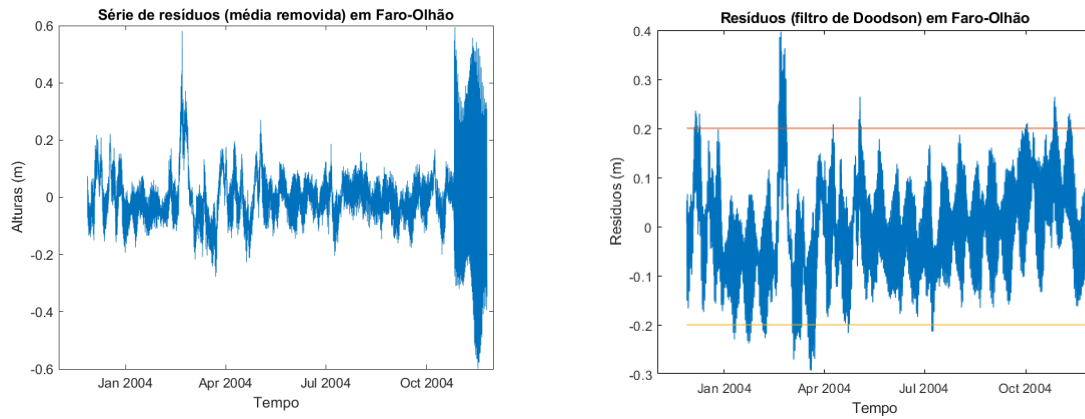
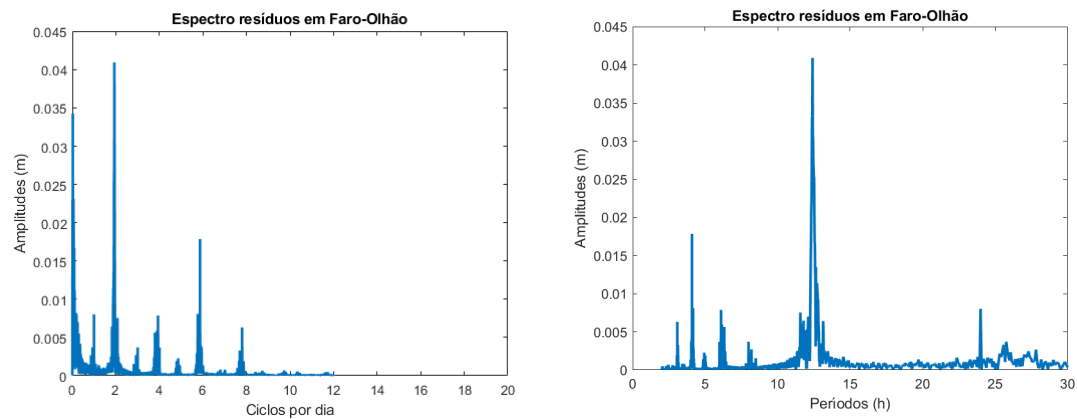


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



Apêndice G - Controlo de Resíduos de Marés, em Ponta Delgada, de 1JAN94 a 5JAN95, na Posição $\varphi = 37,736^0N$ e $\lambda = 25,67117^0W$

G.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

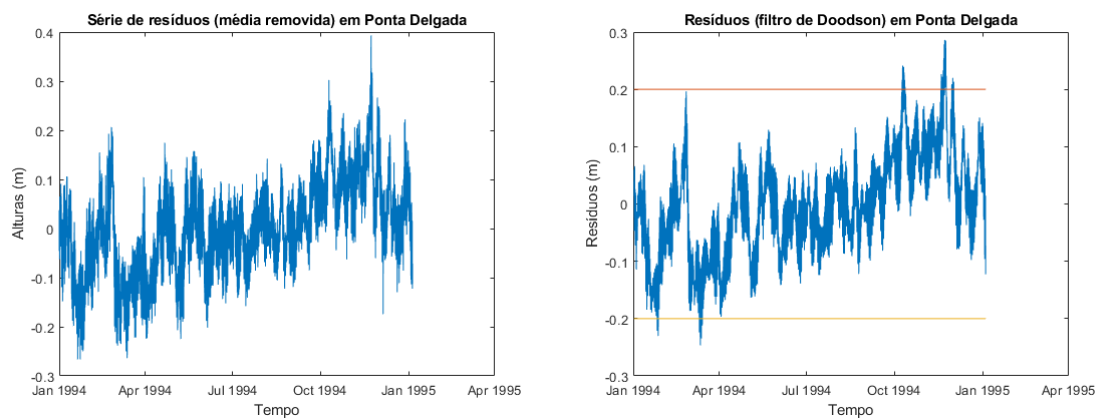
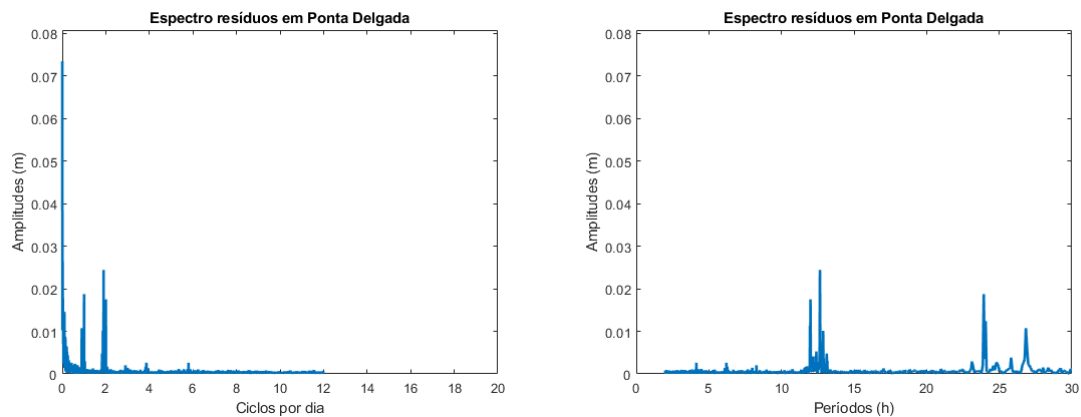


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

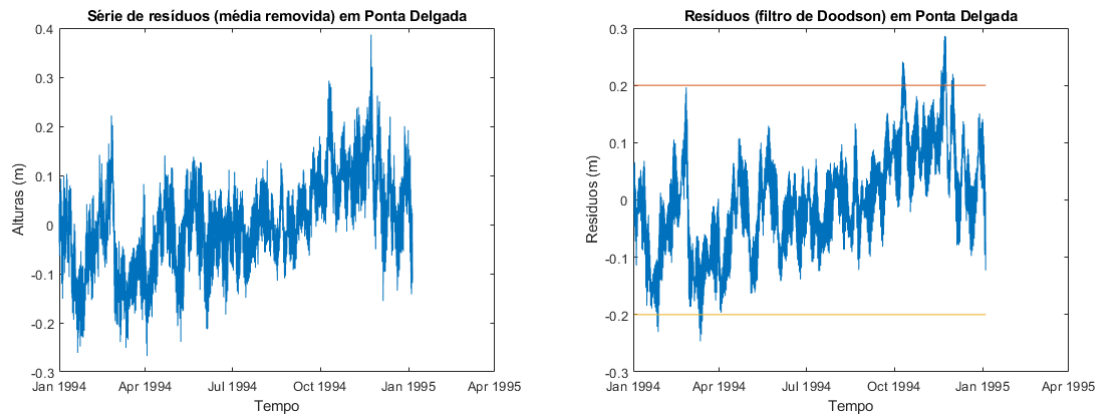
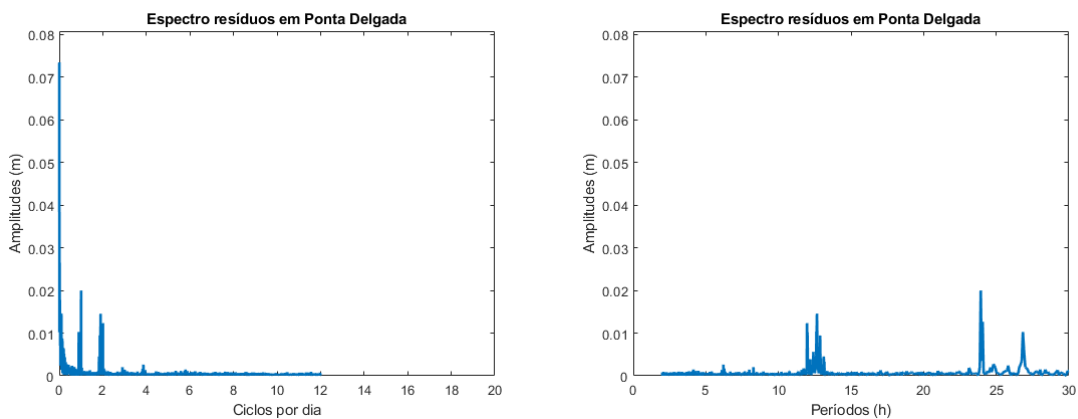


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.3 Método Boon (2004), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

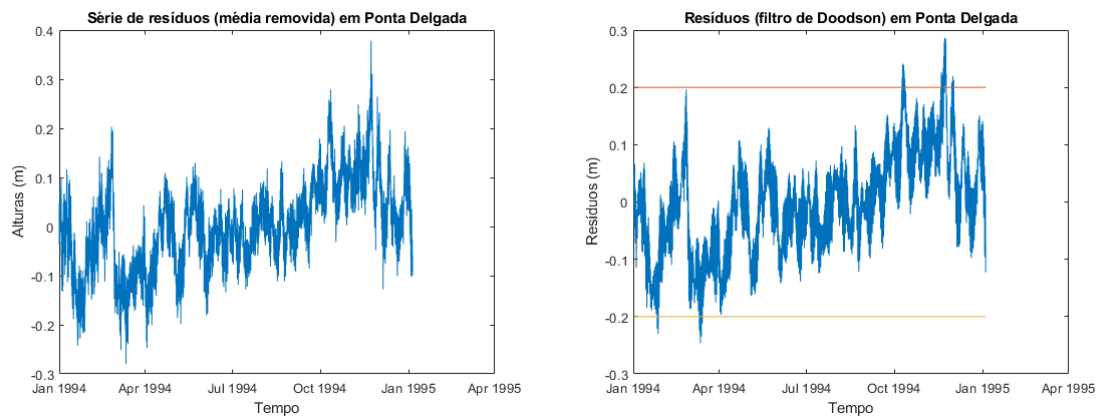
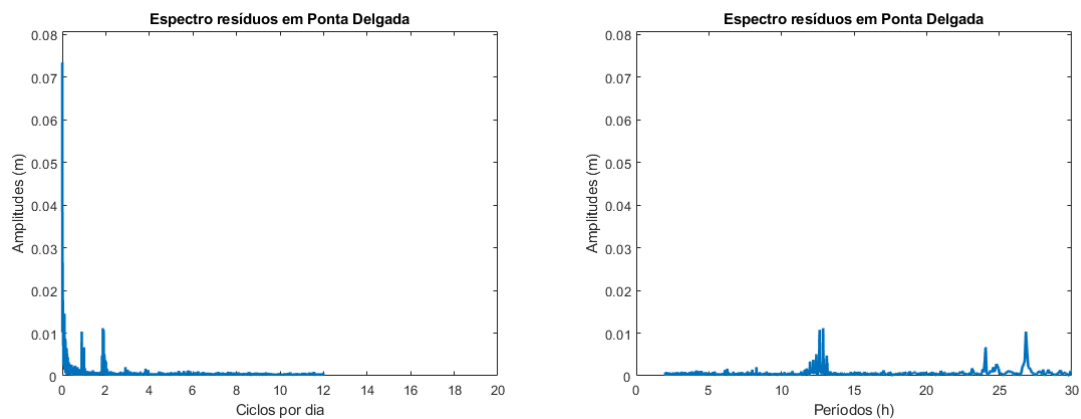


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.4 Método Séries de Fourier, 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

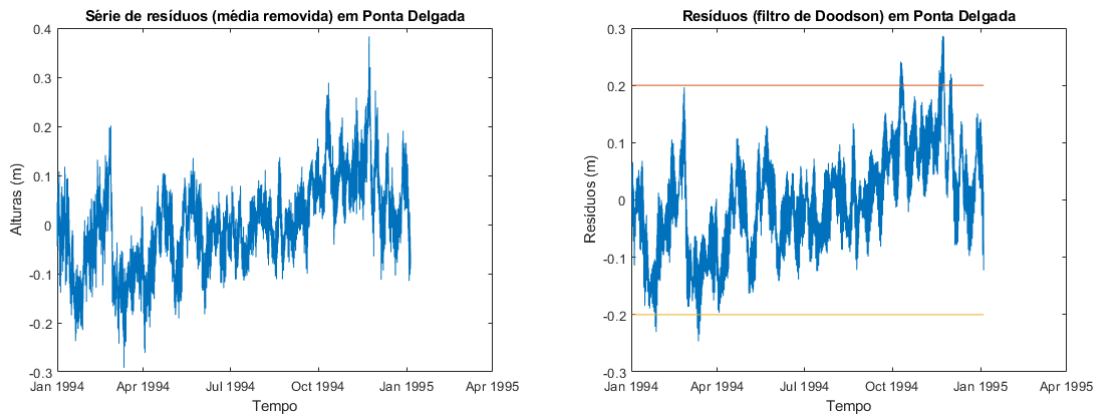
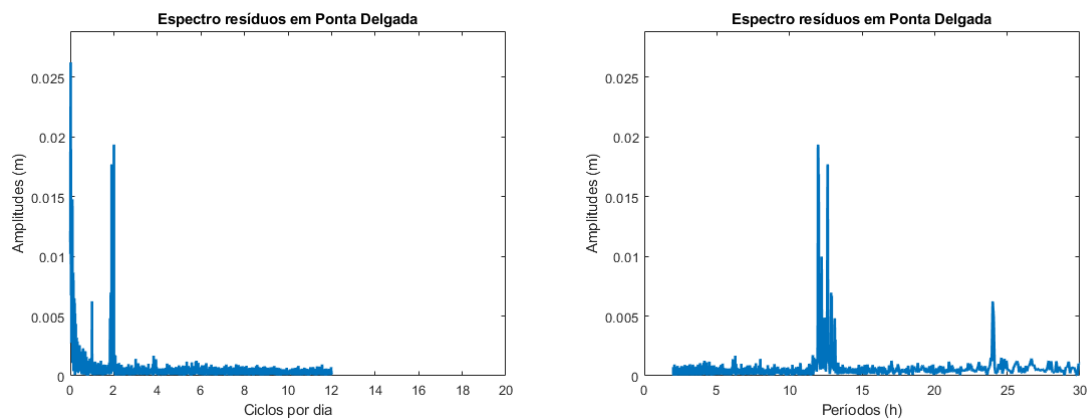


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

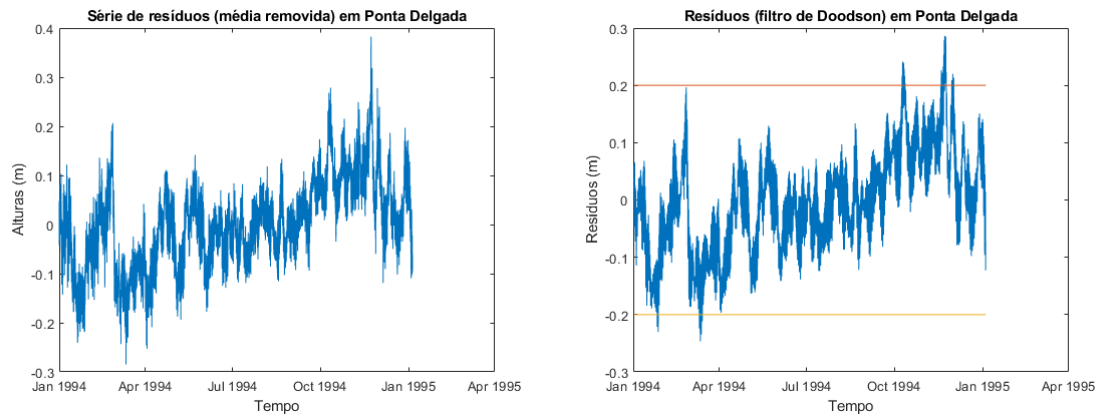
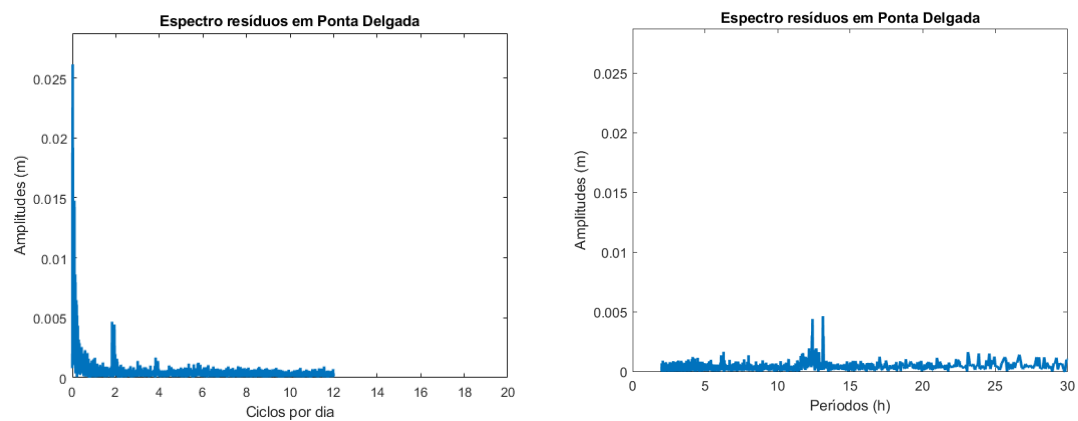


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.6 Método Boon (2004), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

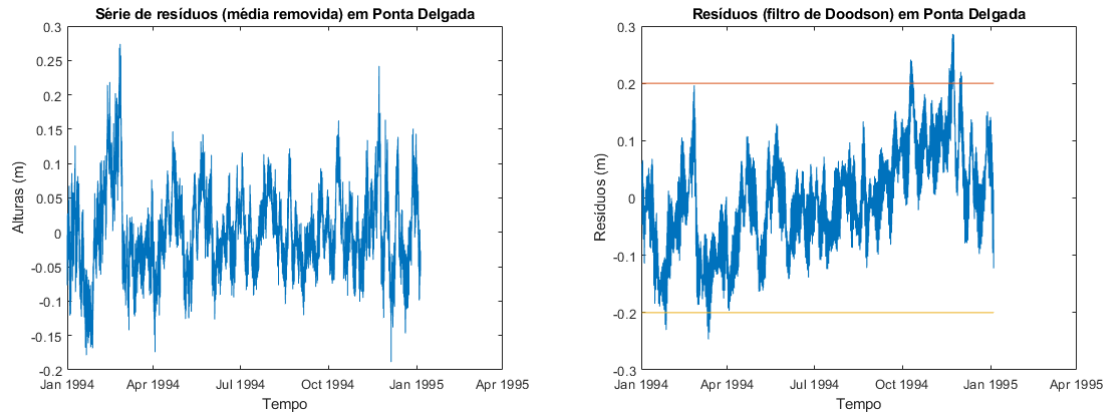
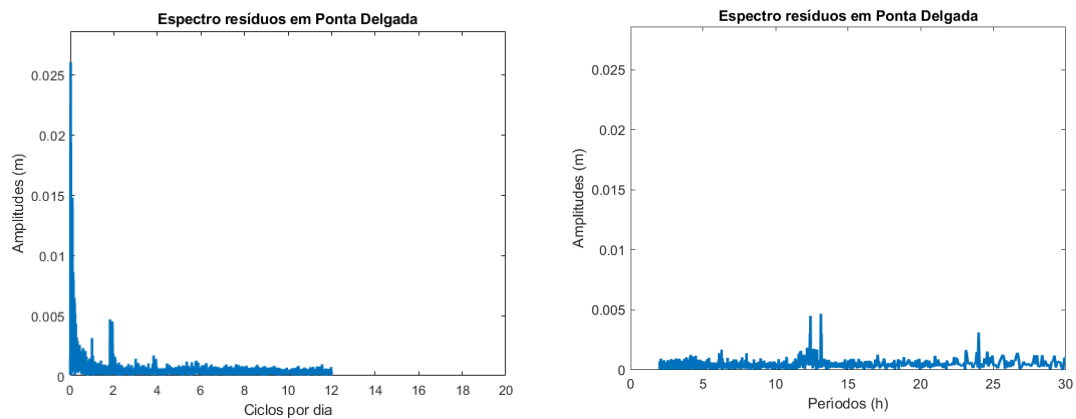


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.7 Método Séries de Fourier, 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

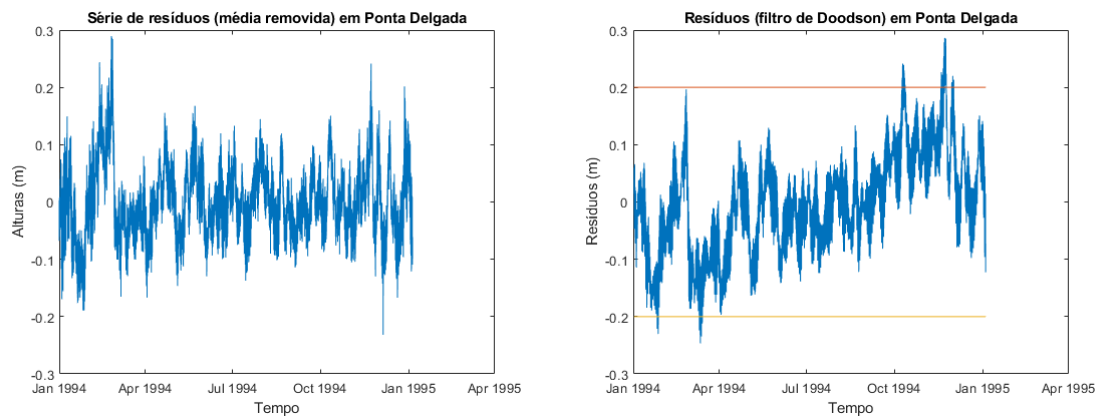
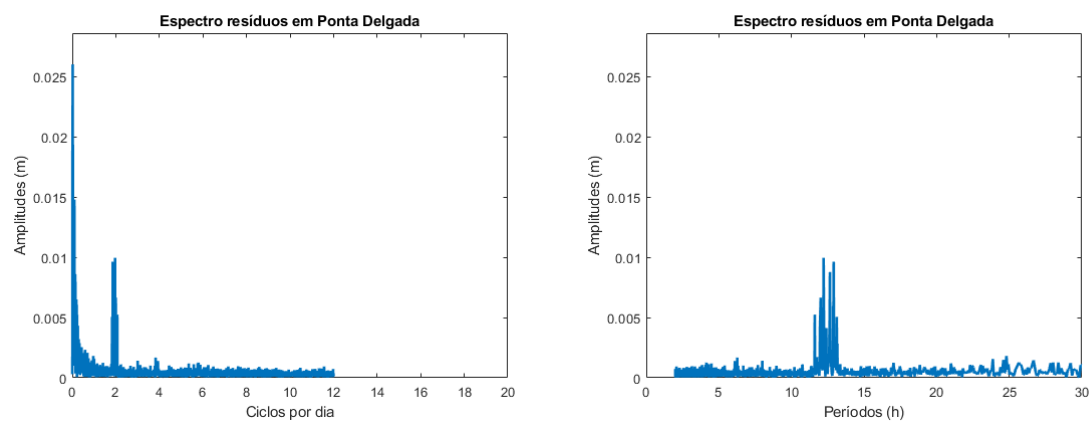


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.8 Método Boon e Kiley (1978), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

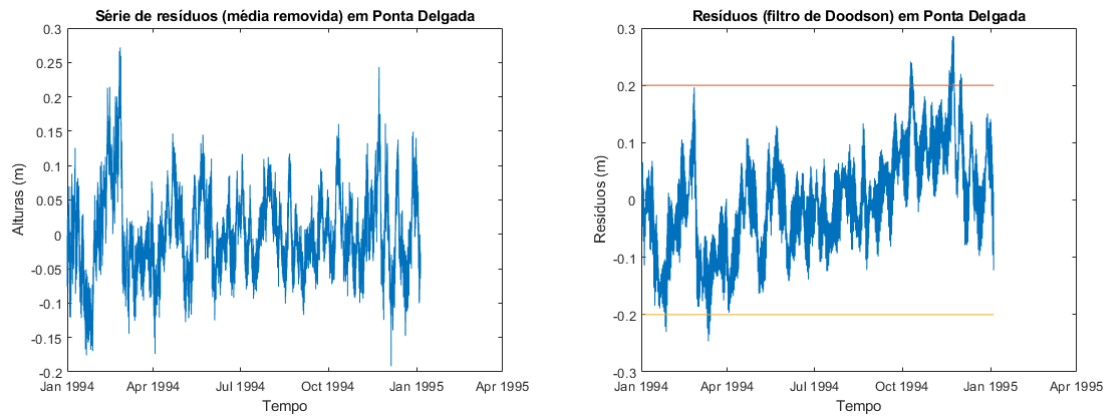
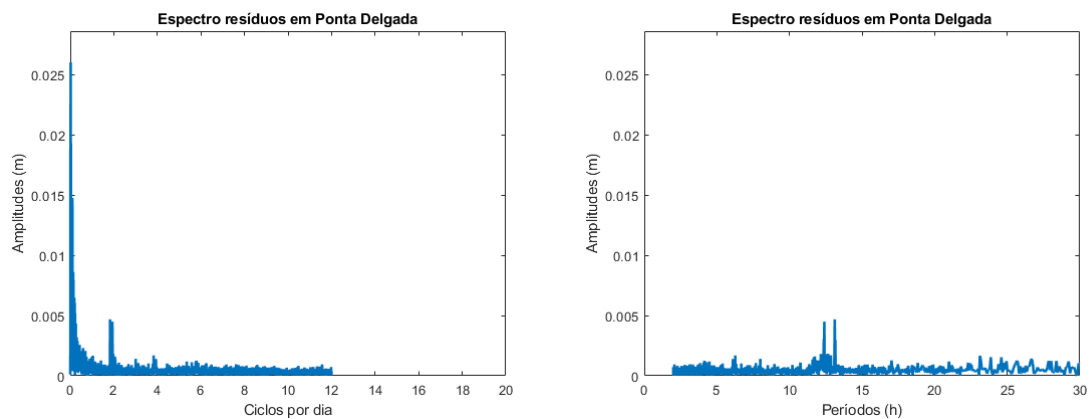


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.9 Método Boon (2004), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

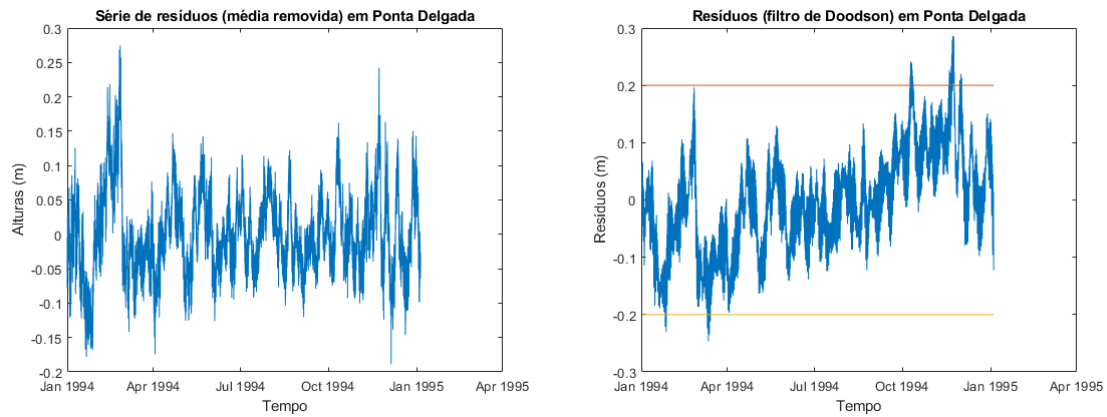
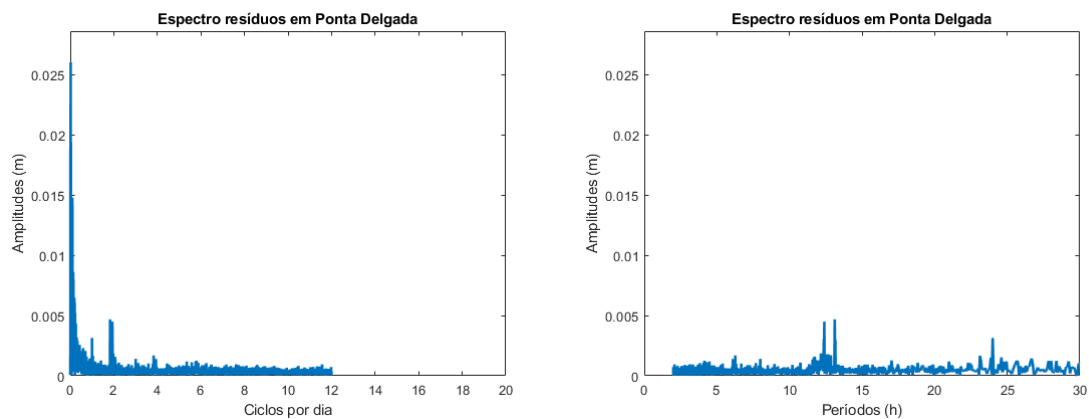


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.10 Método Séries de Fourier, 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

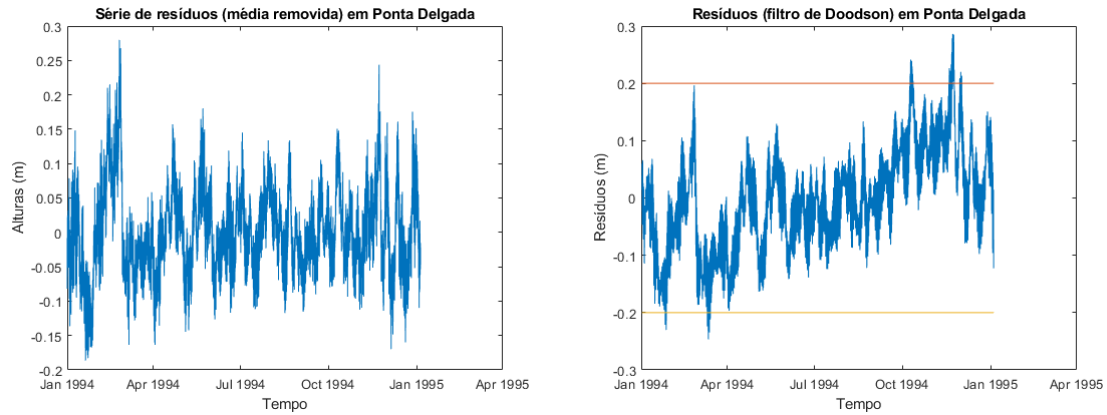
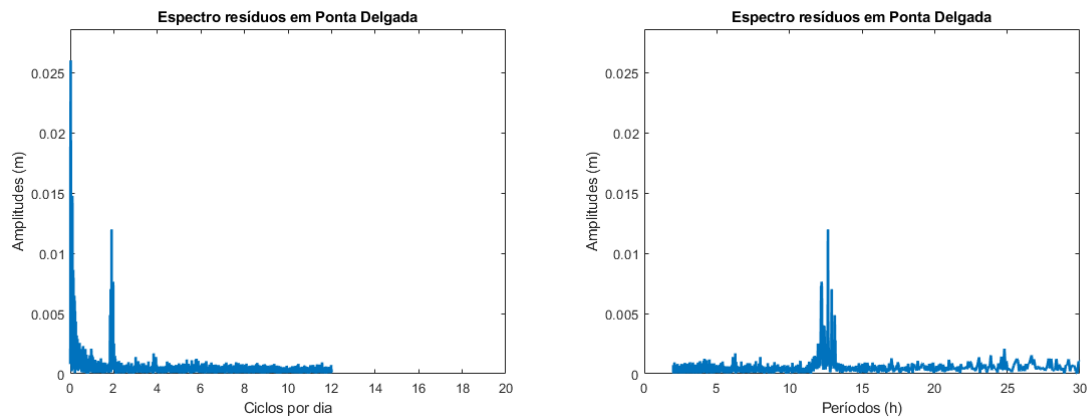


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.11 Método Boon e Kiley (1978), 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

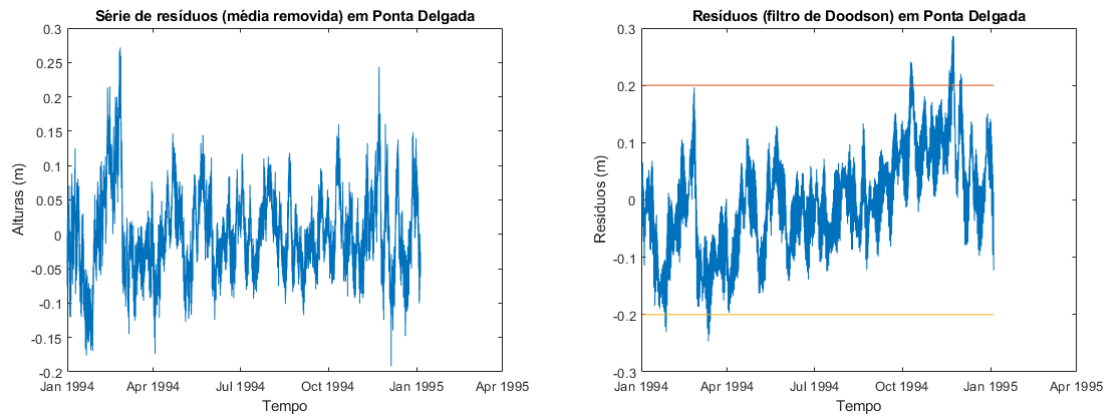
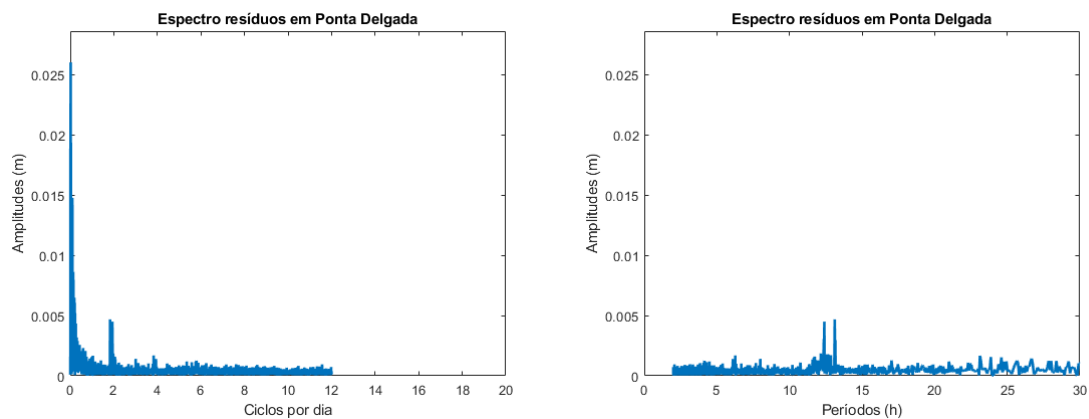


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



G.12 Método Boon (2004), 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

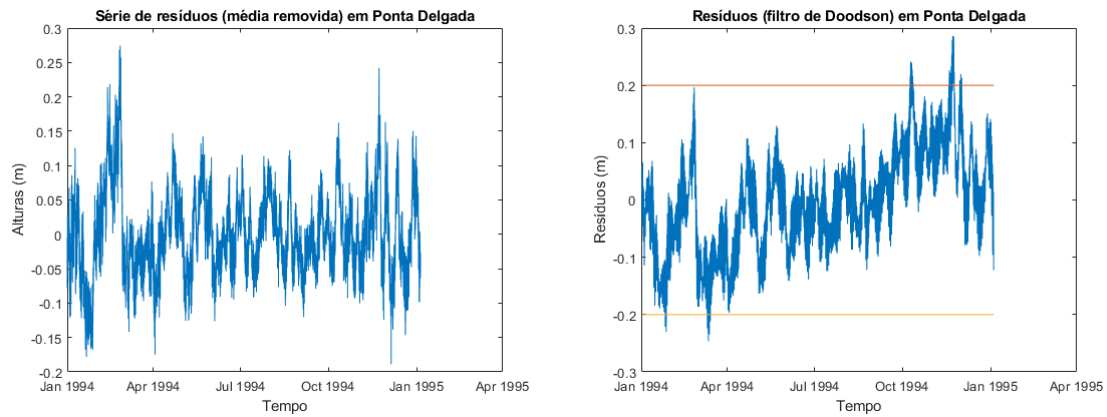
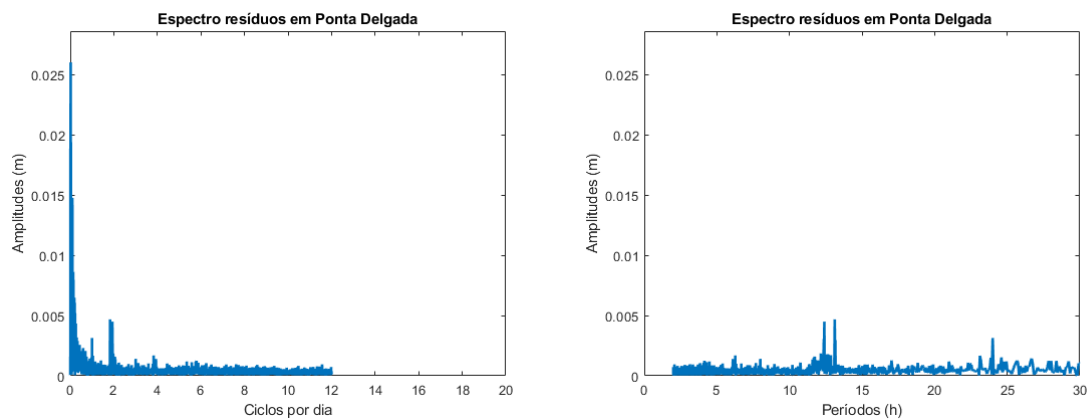


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



Apêndice H - Controlo de Resíduos de Marés, em Anchorage, de 2JAN18 a 6JAN19, na Posição $\varphi = 61,2367^{\circ}N$ e $\lambda = 149,89^{\circ}W$

H.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

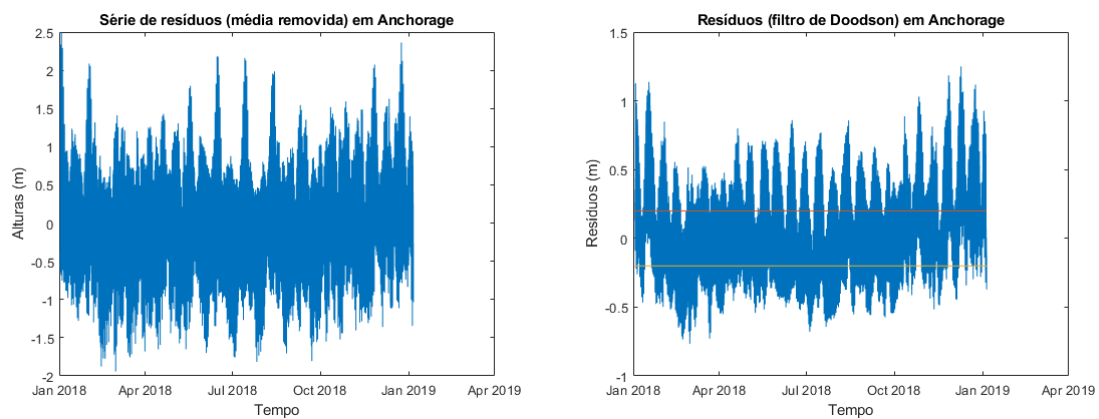
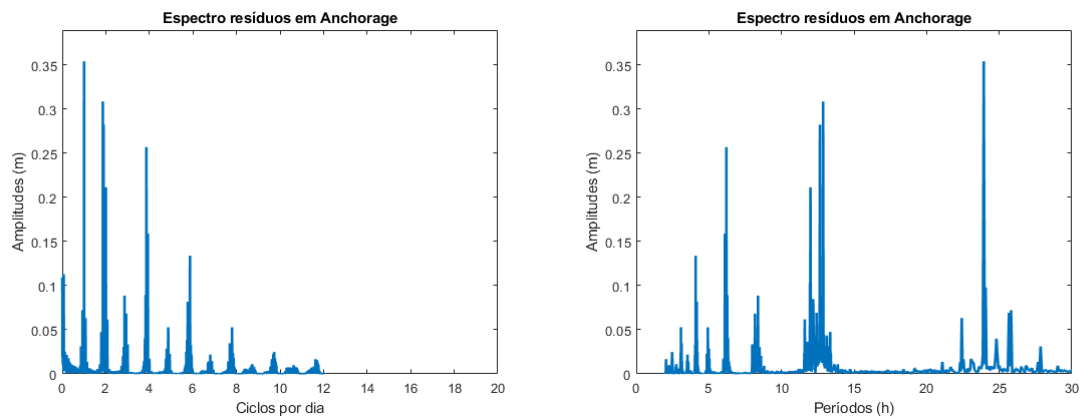


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

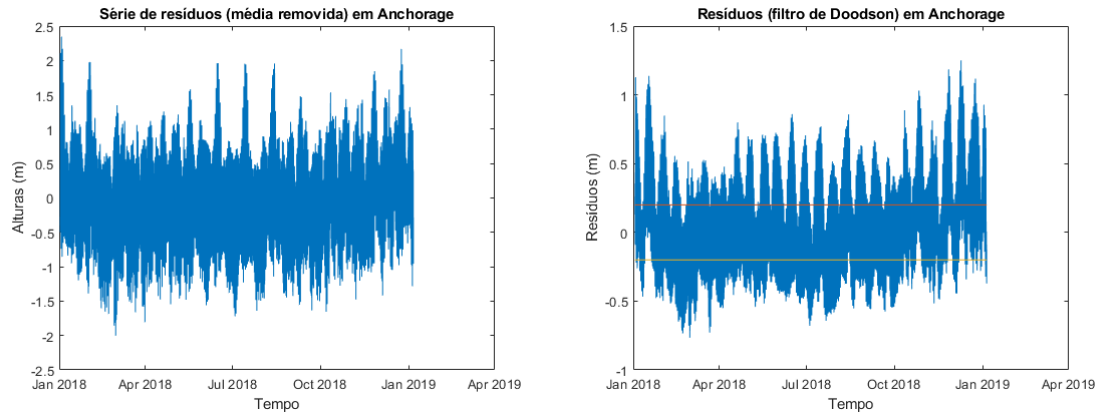
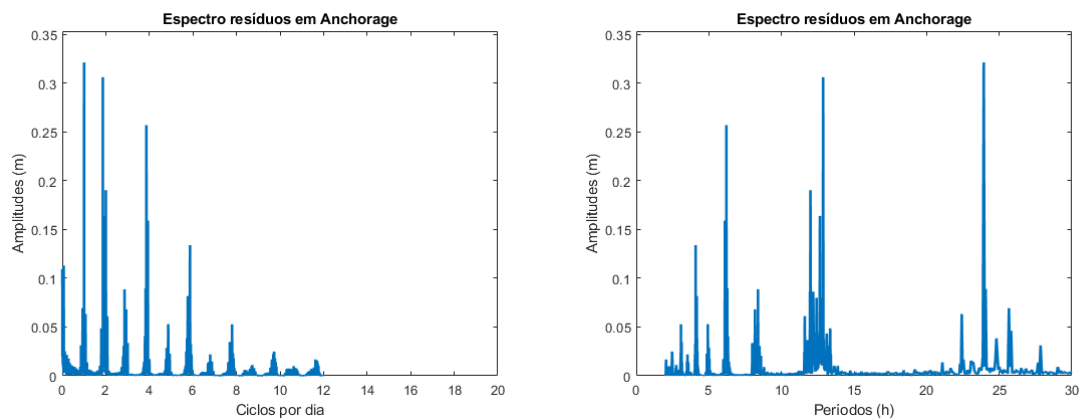


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.3 Método Boon (2004), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

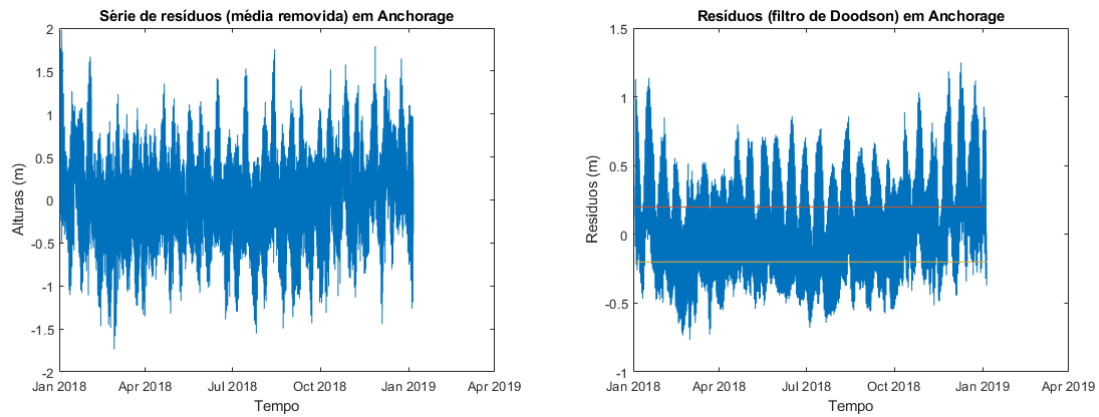
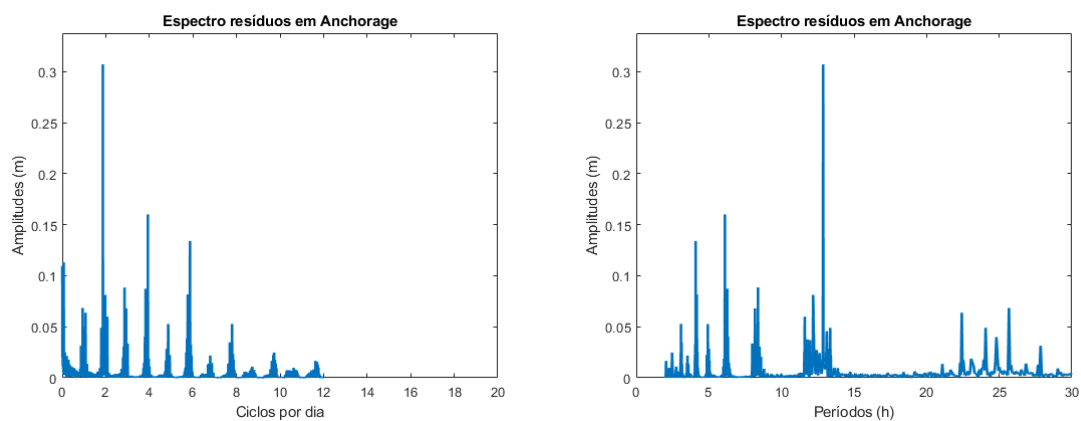


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.4 Método Séries de Fourier, 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

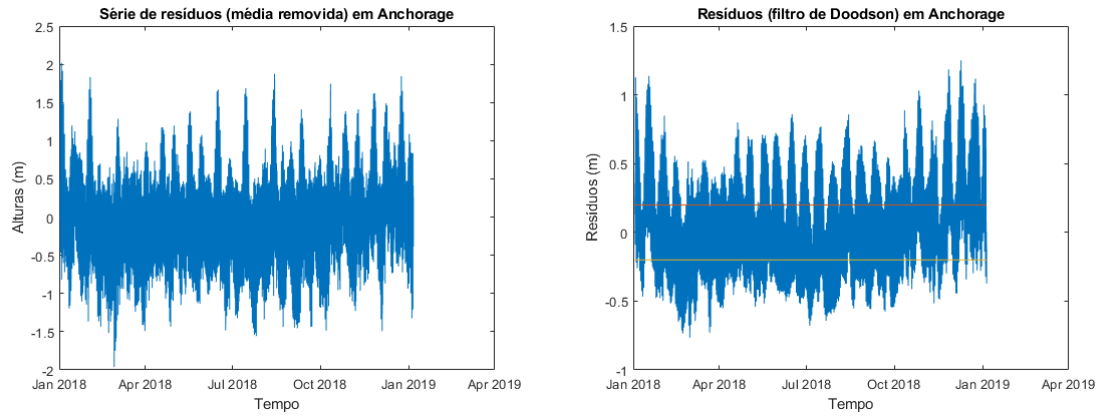
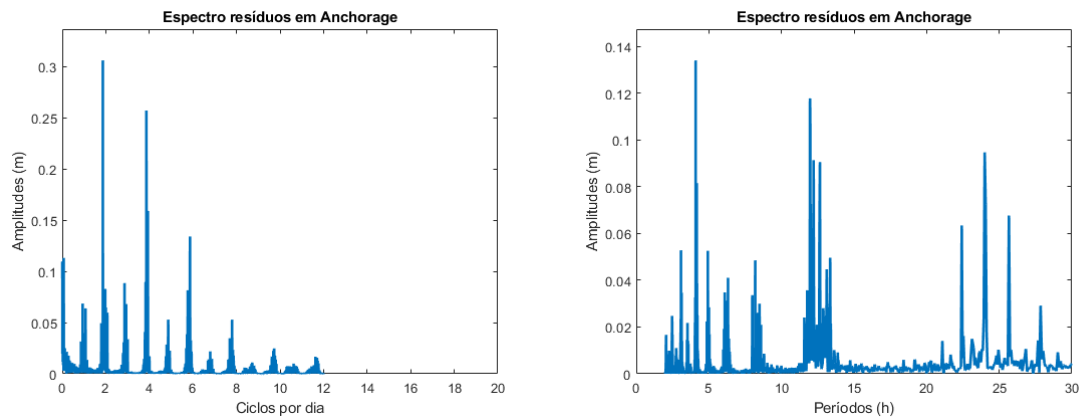


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

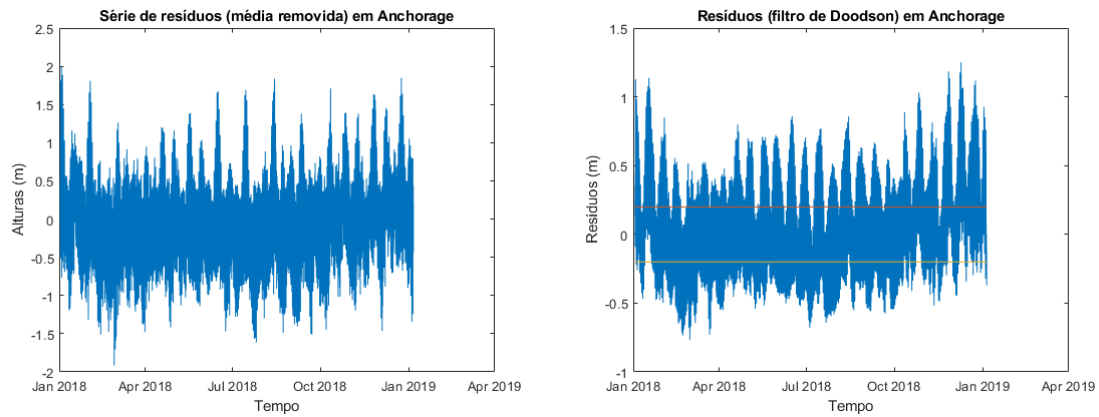
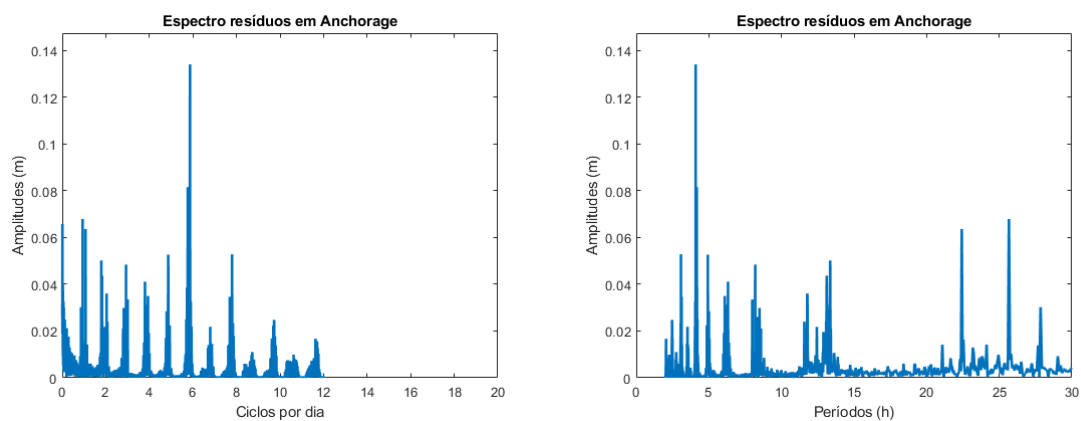


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.6 Método Boon (2004), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

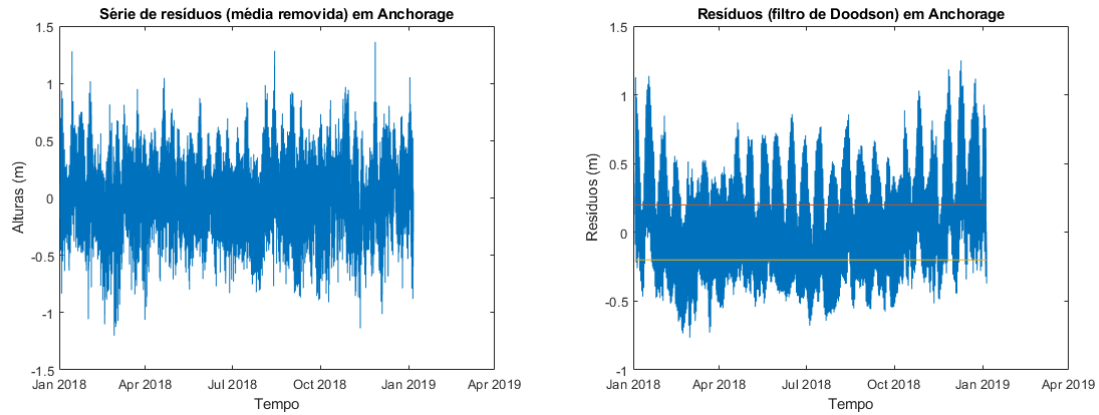
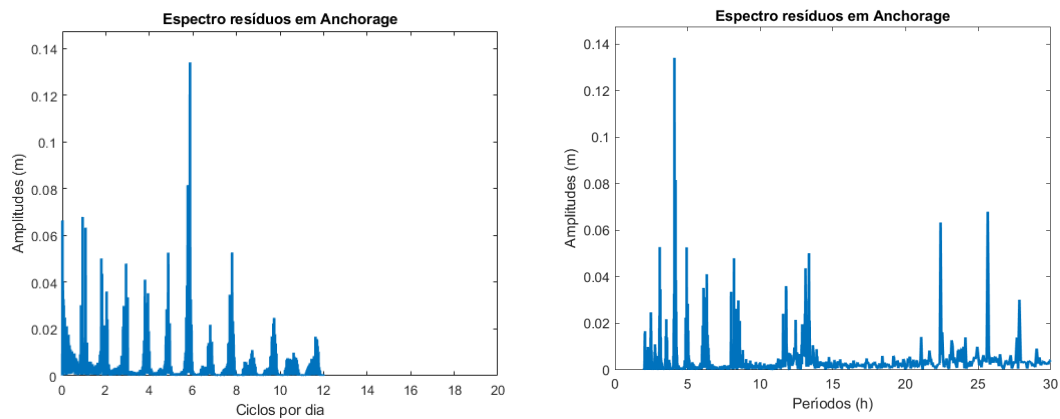


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.7 Método Séries de Fourier, 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

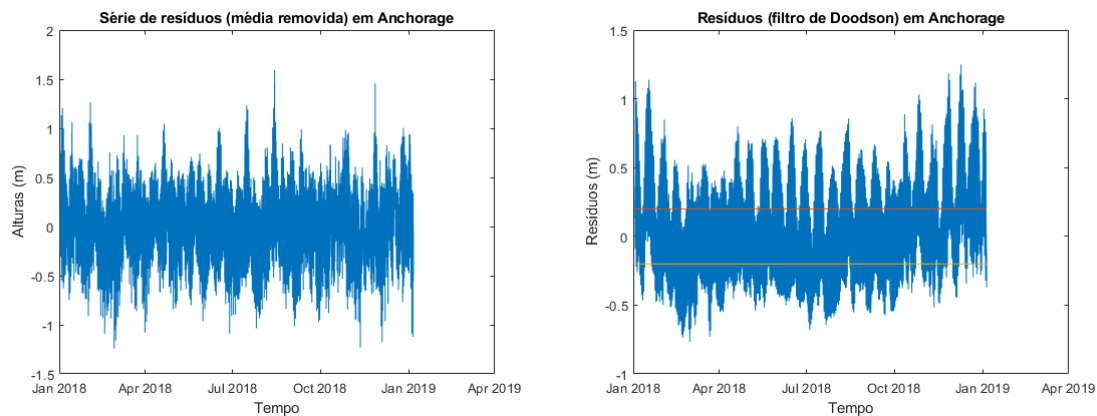
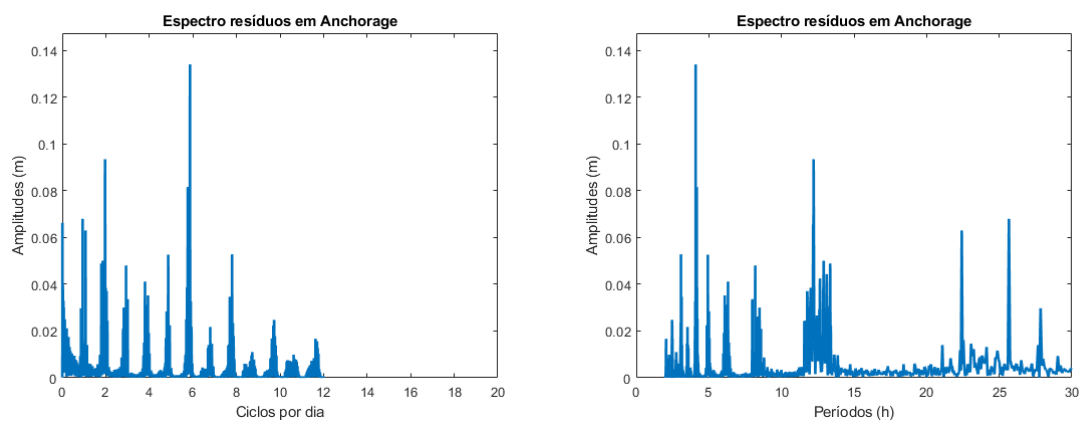


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.8 Método Boon e Kiley (1978), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

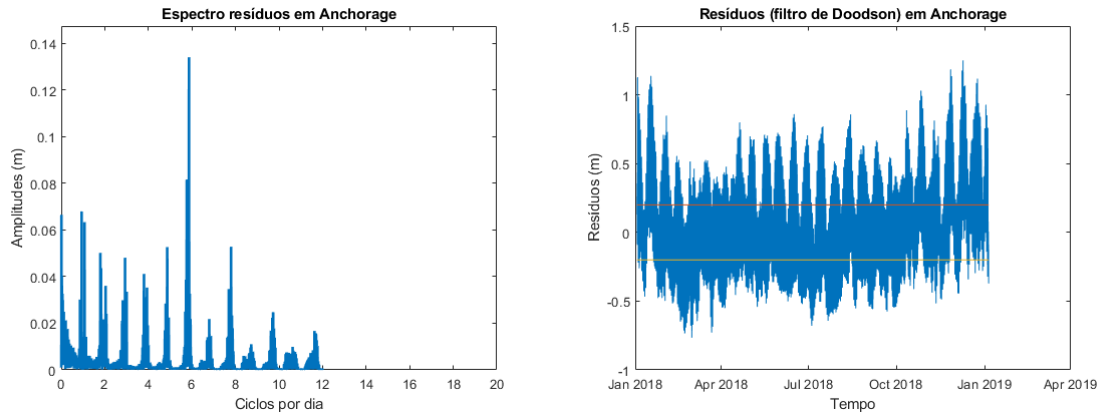
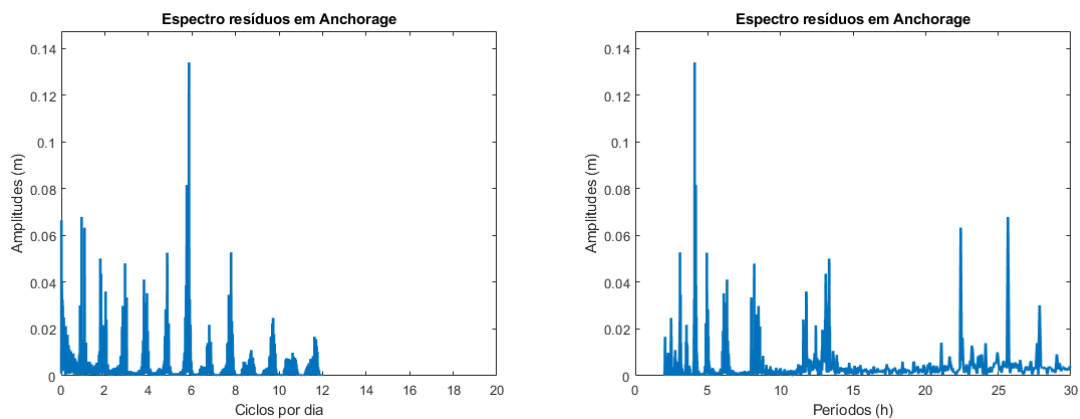


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.9 Método Boon (2004), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

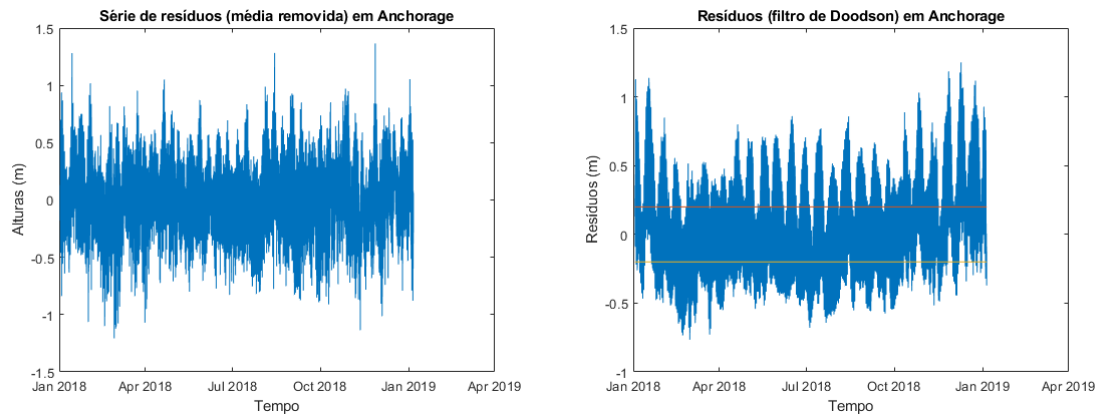
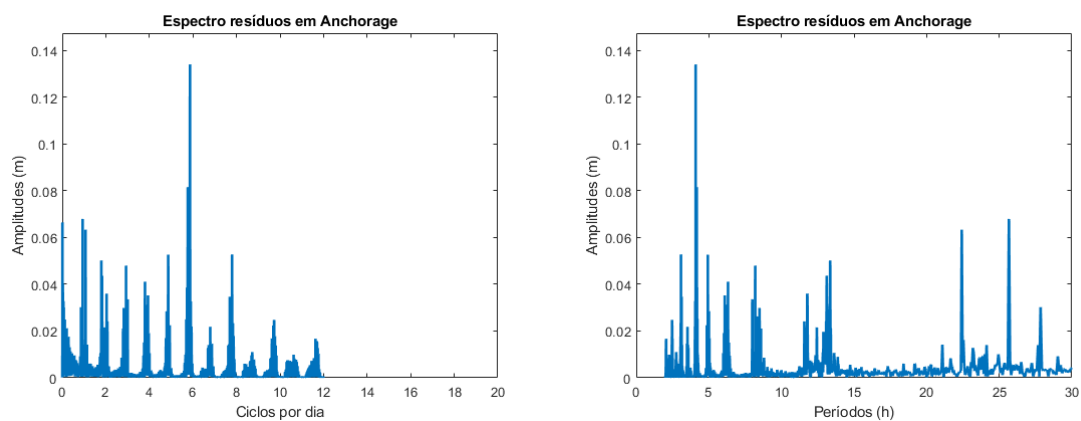


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.10 Método Séries de Fourier, 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

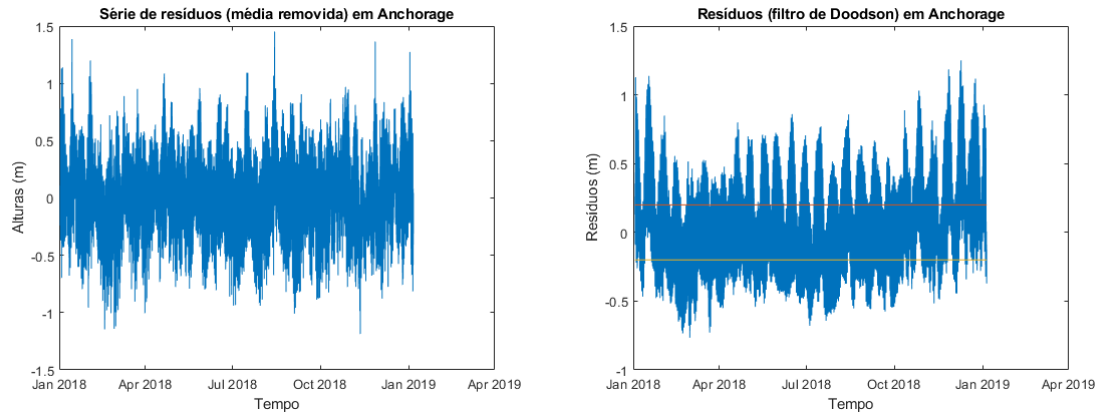
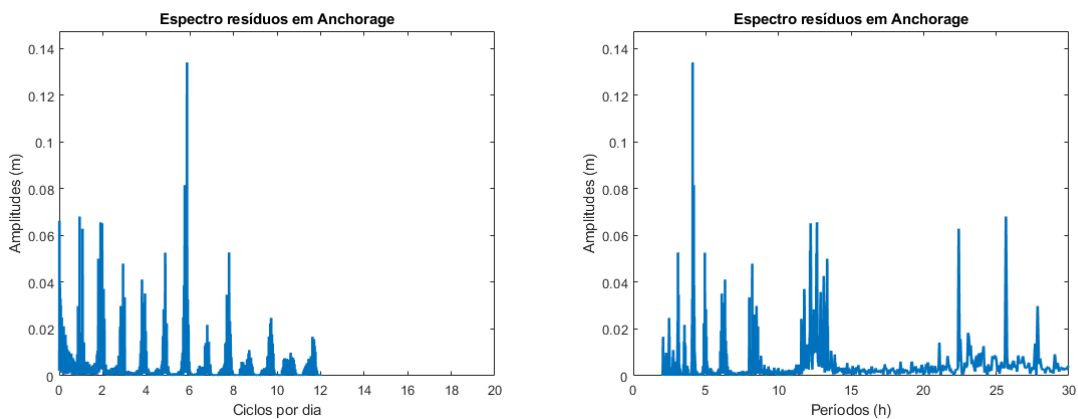


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.11 Método Boon e Kiley (1978), 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

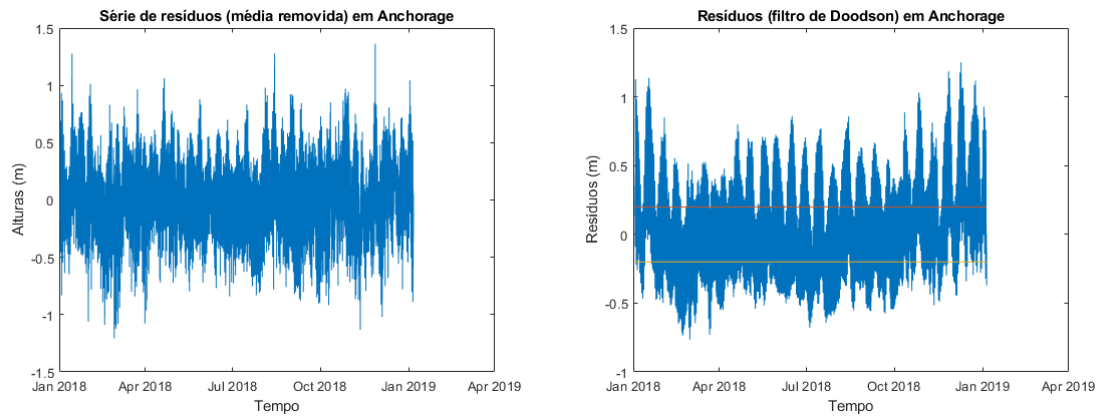
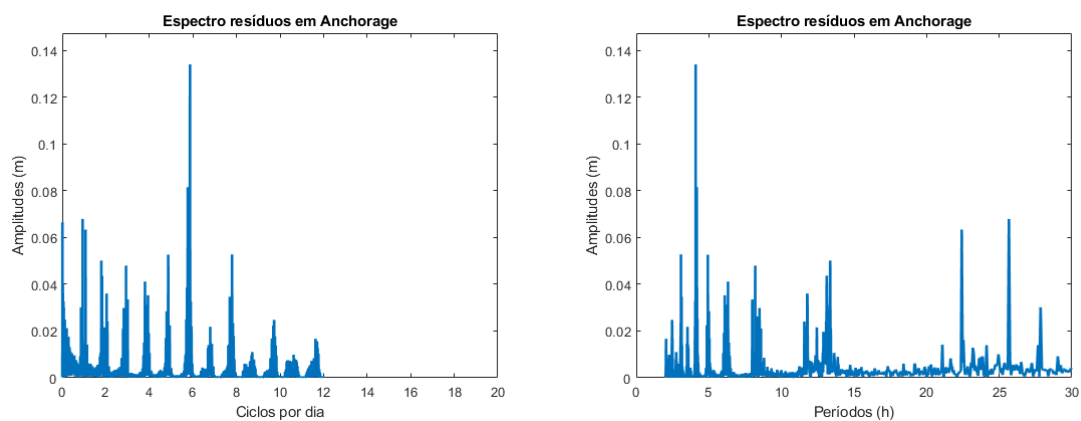


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



H.12 Método Boon (2004), 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

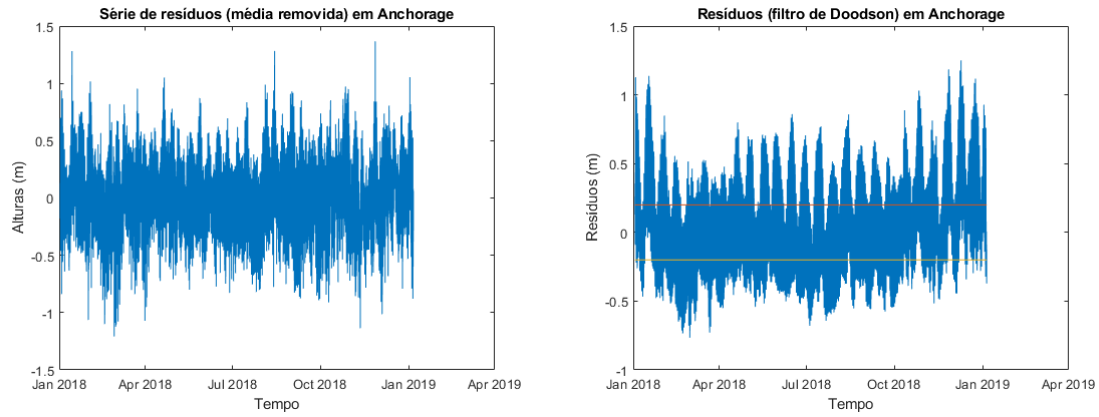
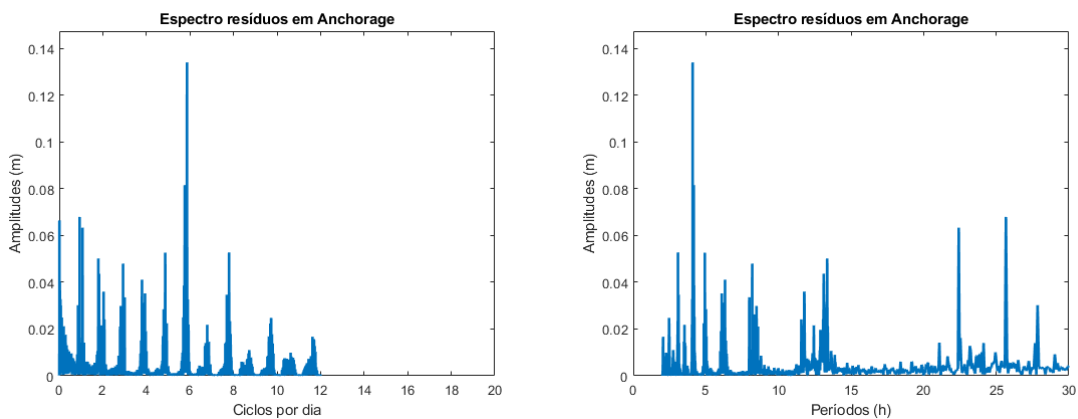


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



Apêndice I - Controlo de Resíduos de Marés, em Boston, de 2JAN18 a 6JAN19, na Posição $\varphi = 42,3533^{\circ}N$ e $\lambda = 71,05^{\circ}W$

I.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

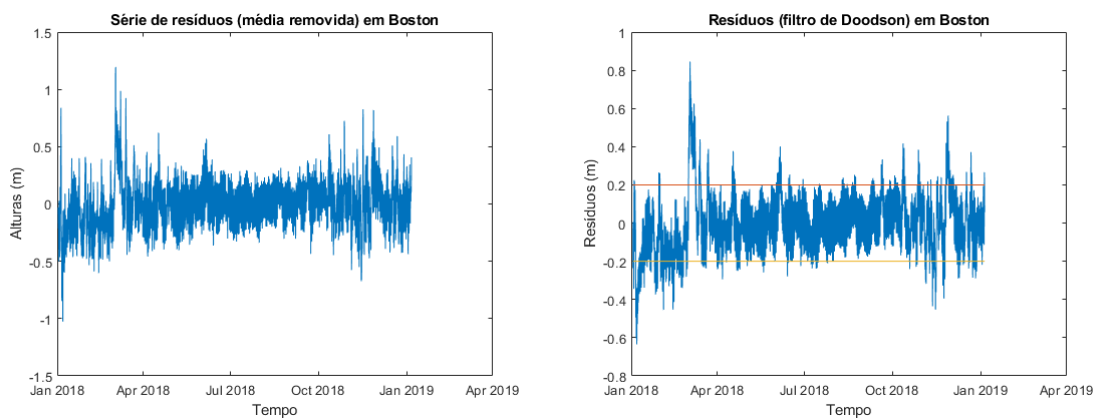
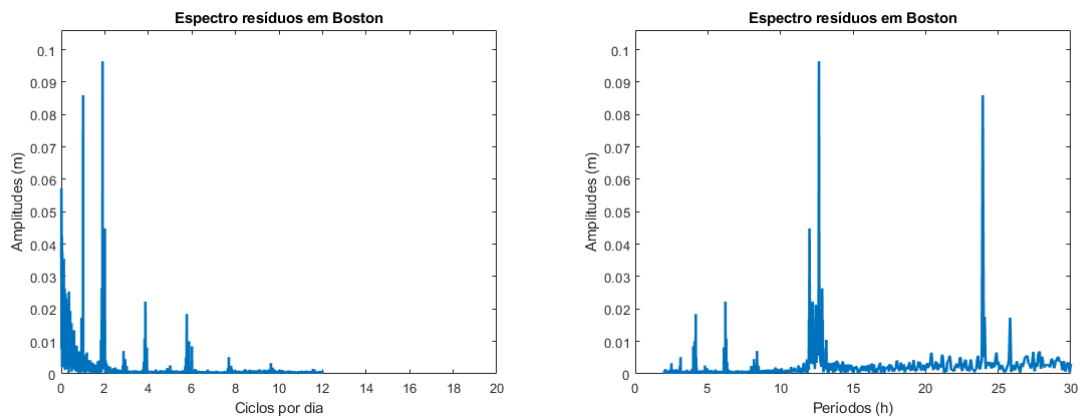


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.2 Método Boon e Kiley (1978), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

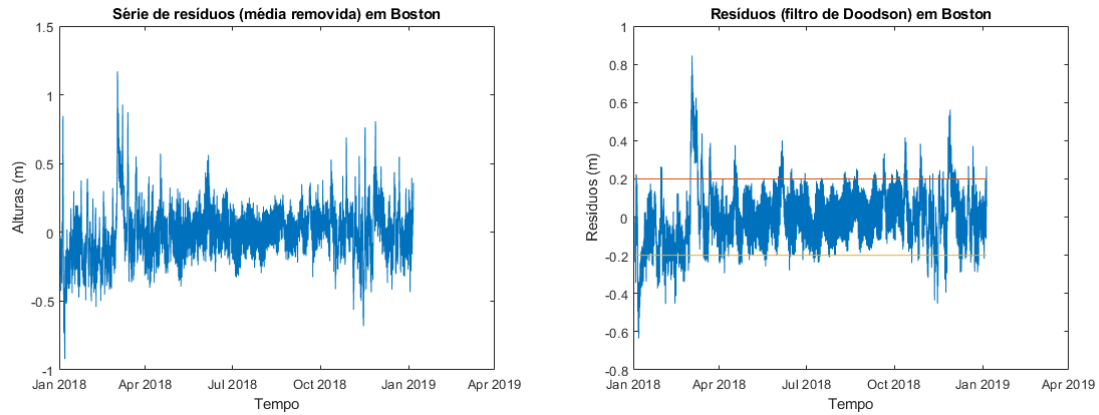
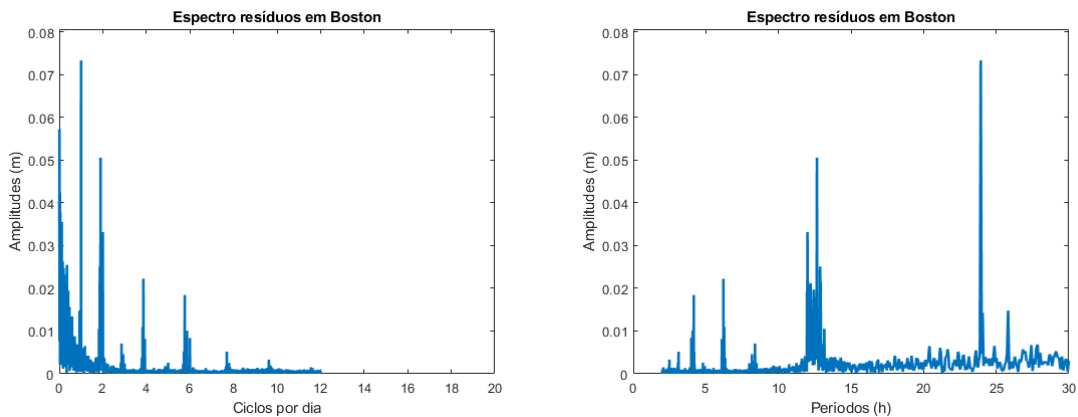


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.3 Método Boon (2004), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

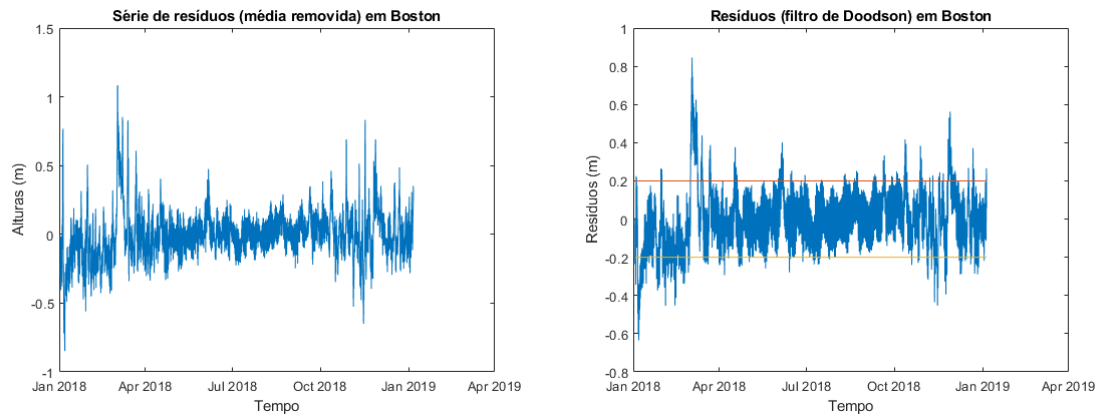
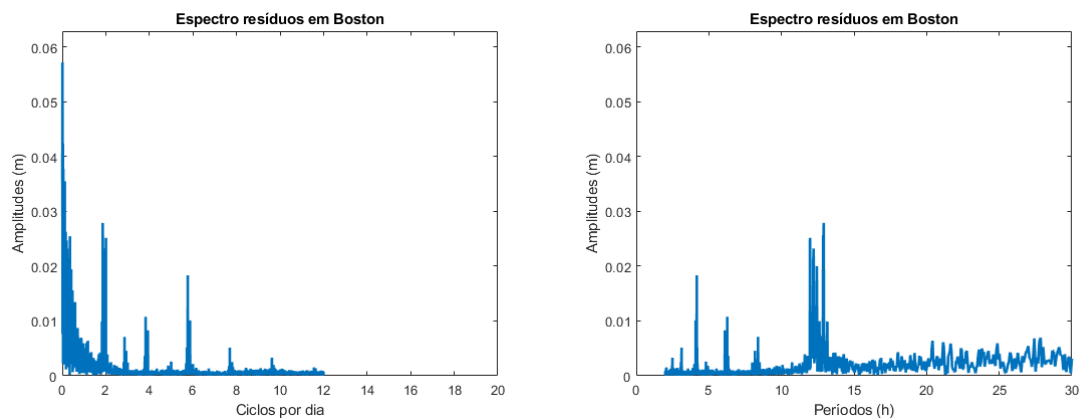


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.4 Método Séries de Fourier, 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

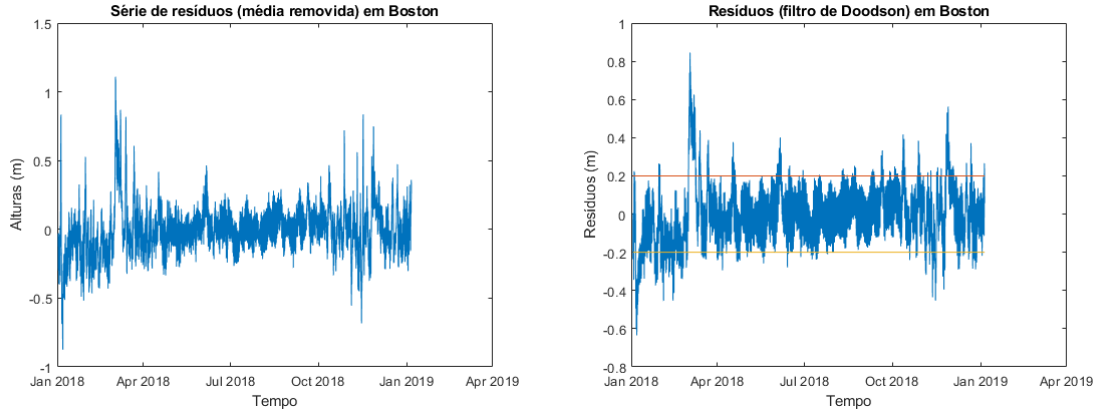
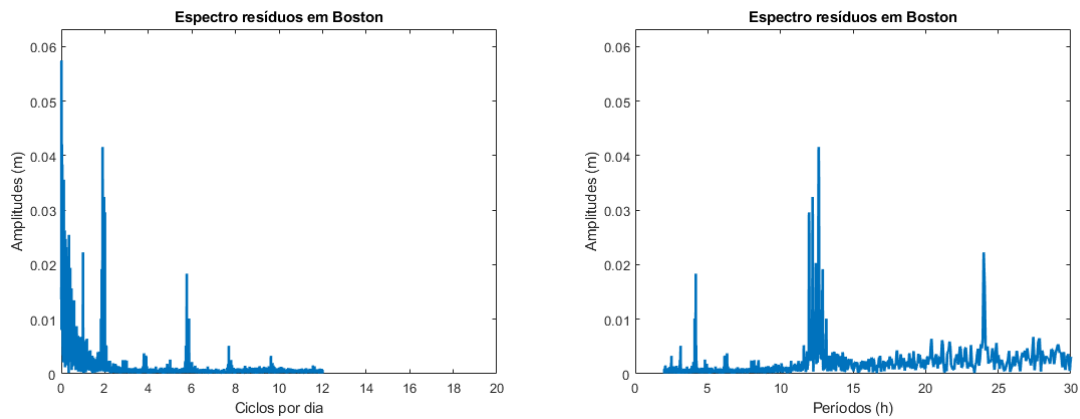


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.5 Método Boon e Kiley (1978), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

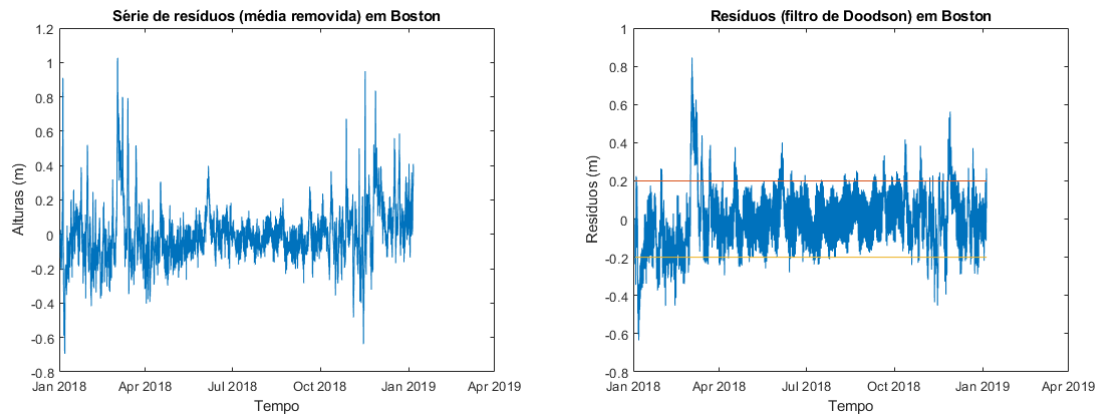
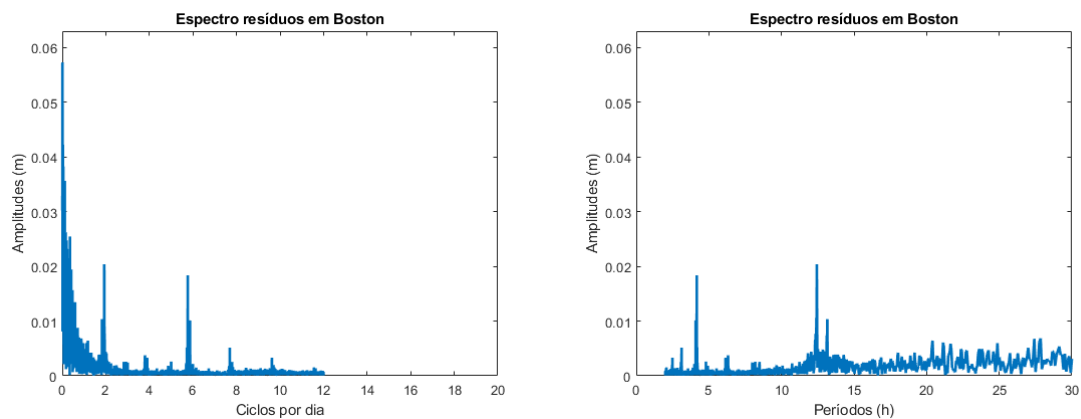


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.6 Método Boon (2004), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

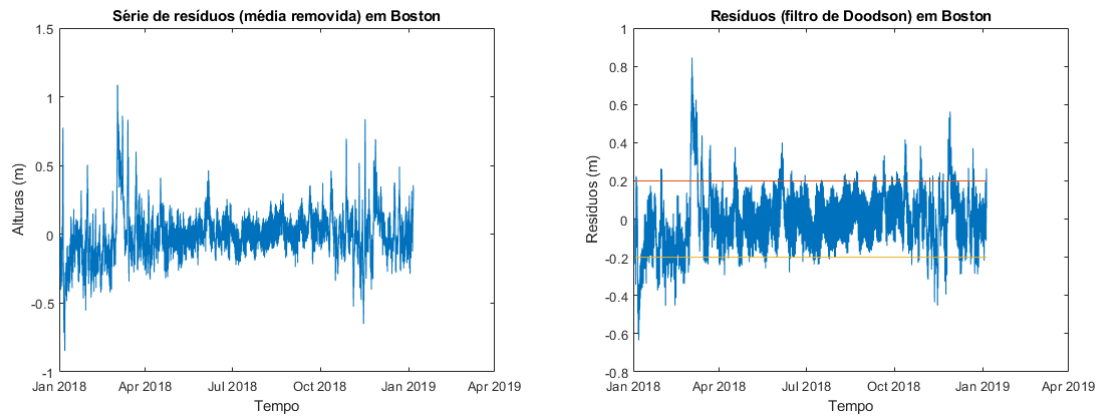
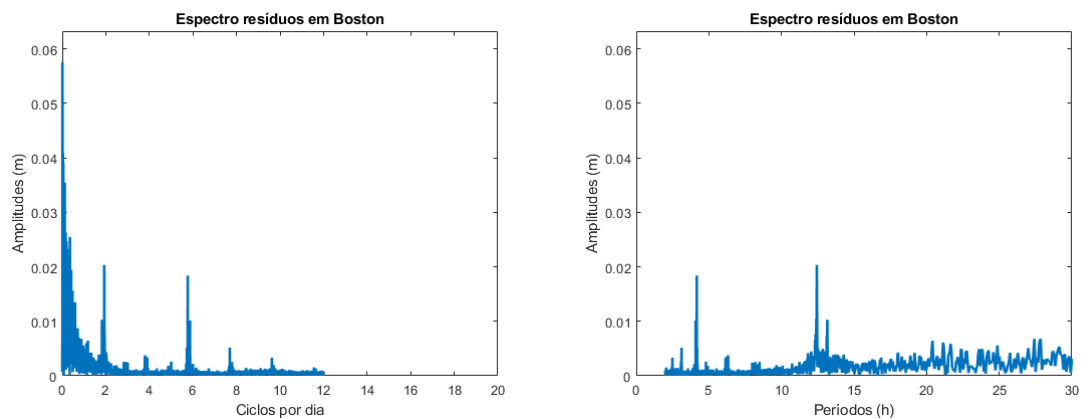


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.7 Método Séries de Fourier, 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

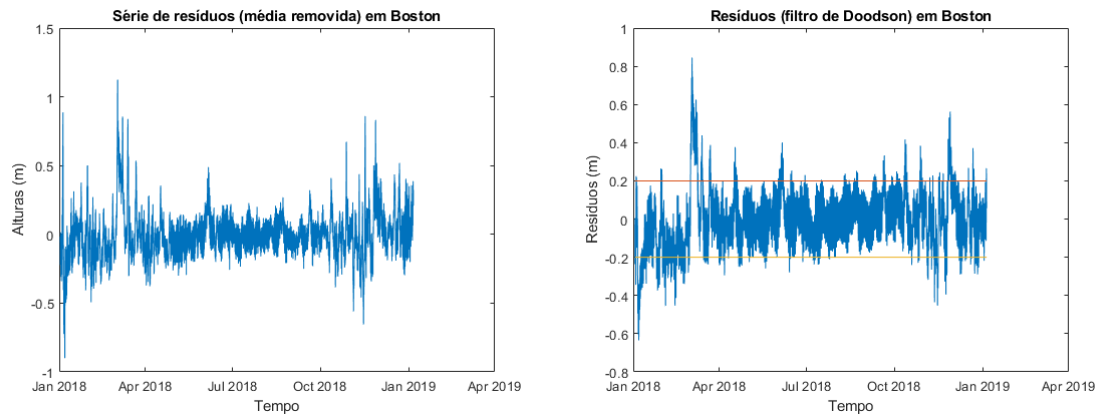
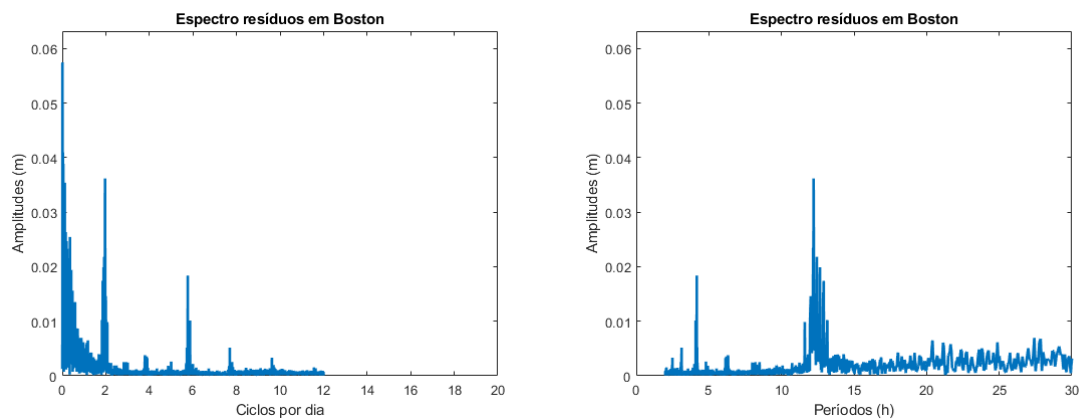


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.8 Método Boon e Kiley (1978), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

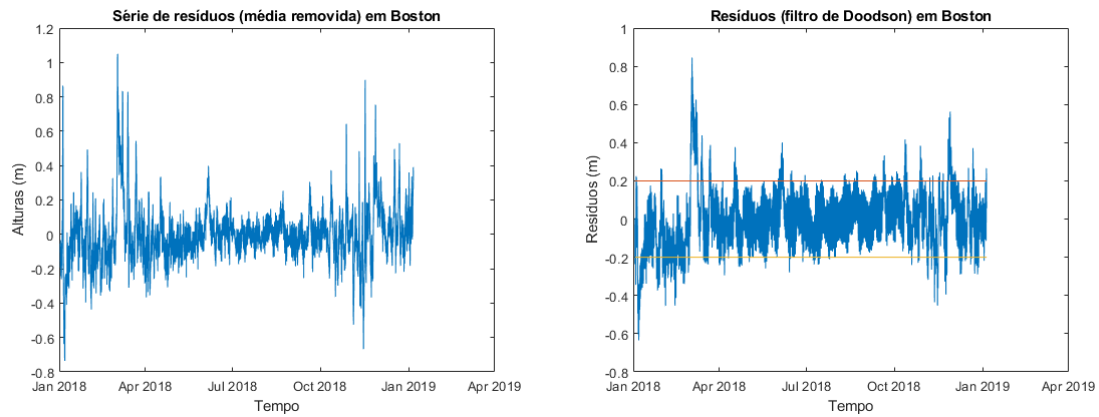
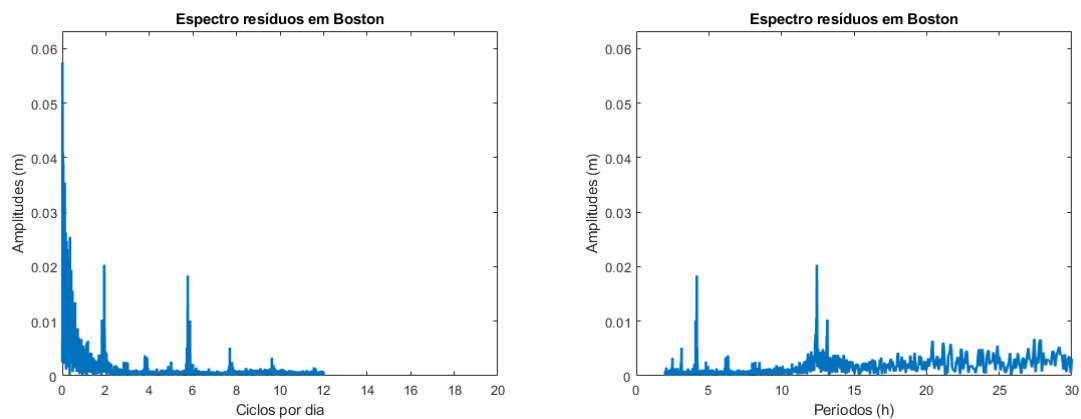


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.9 Método Boon (2004), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

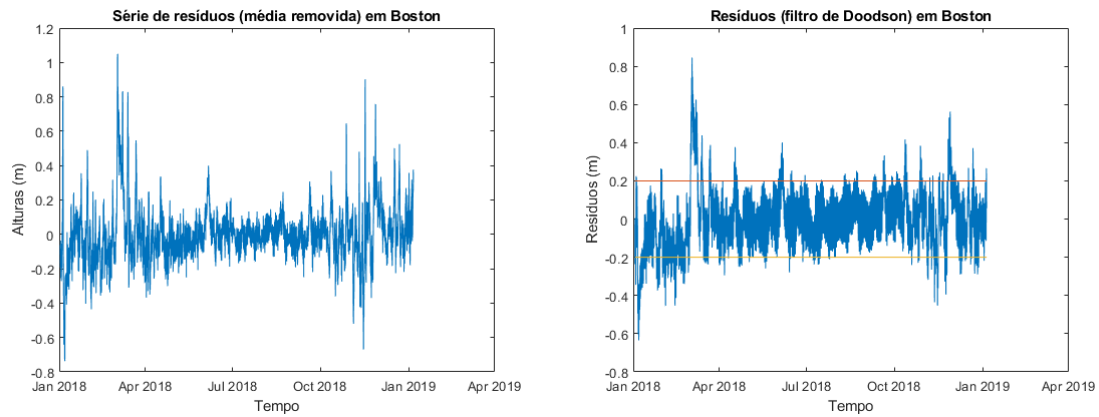
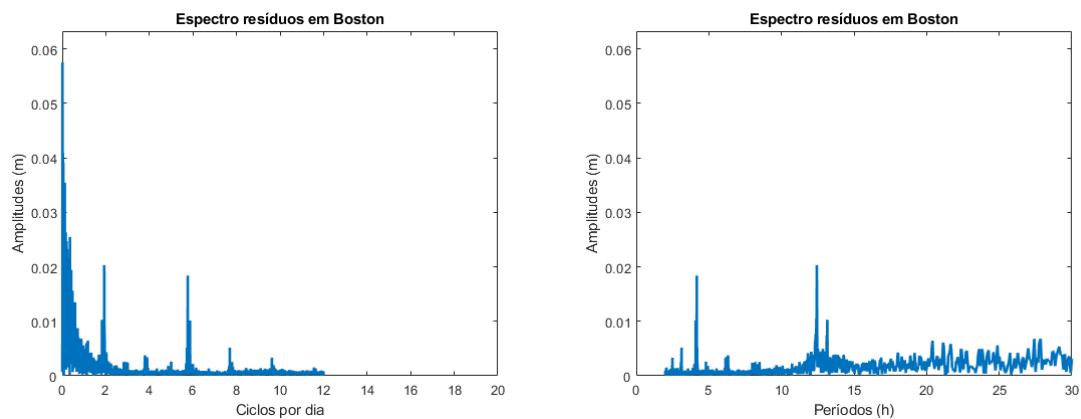


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.10 Método Séries de Fourier, 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

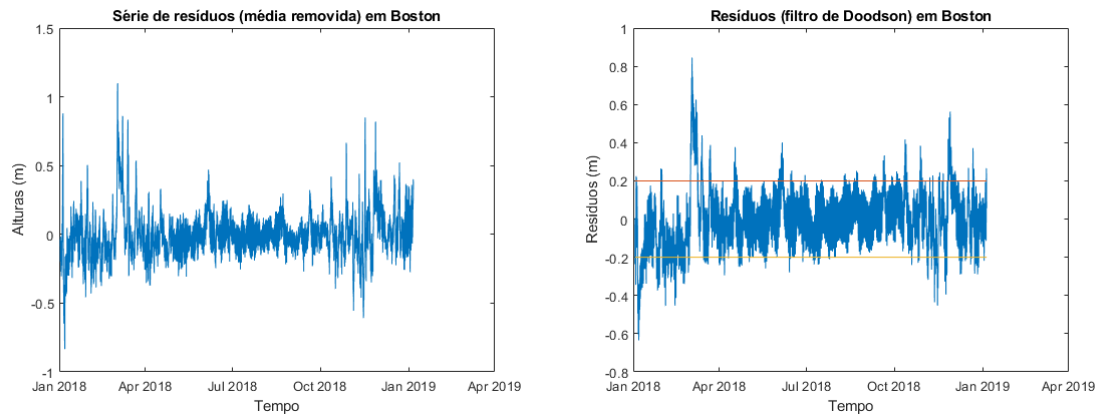
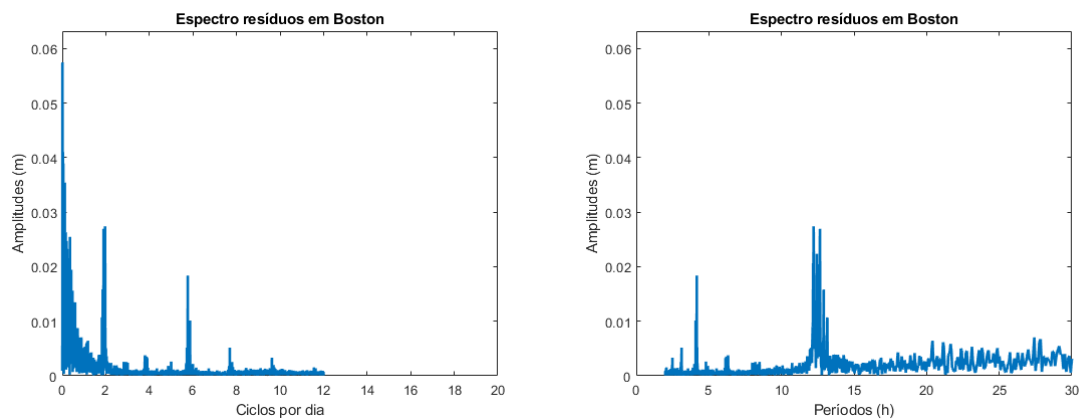


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.11 Método Boon e Kiley (1978), 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

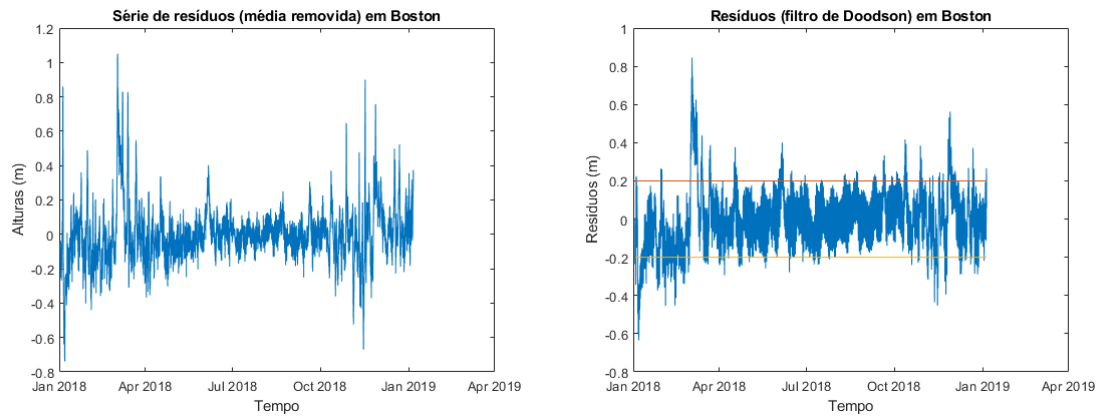
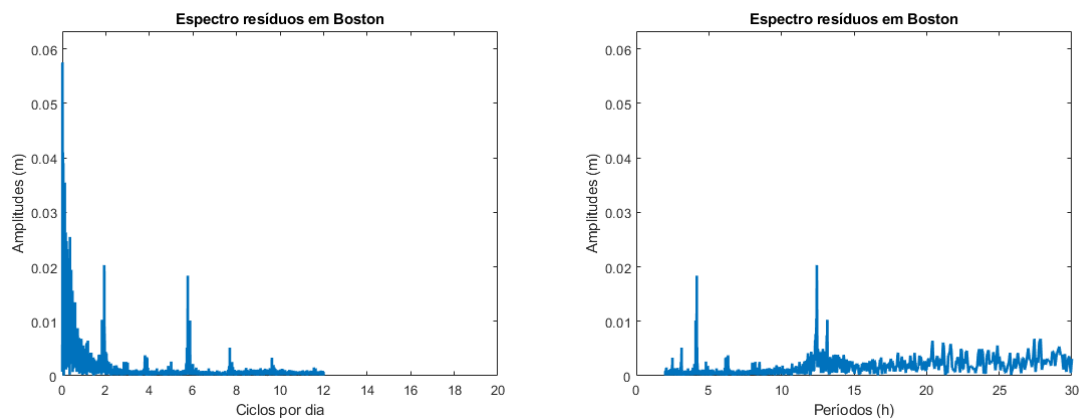


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



I.12 Método Boon (2004), 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

<https://www.overleaf.com/project/5fff515b7d5952881080c0102>

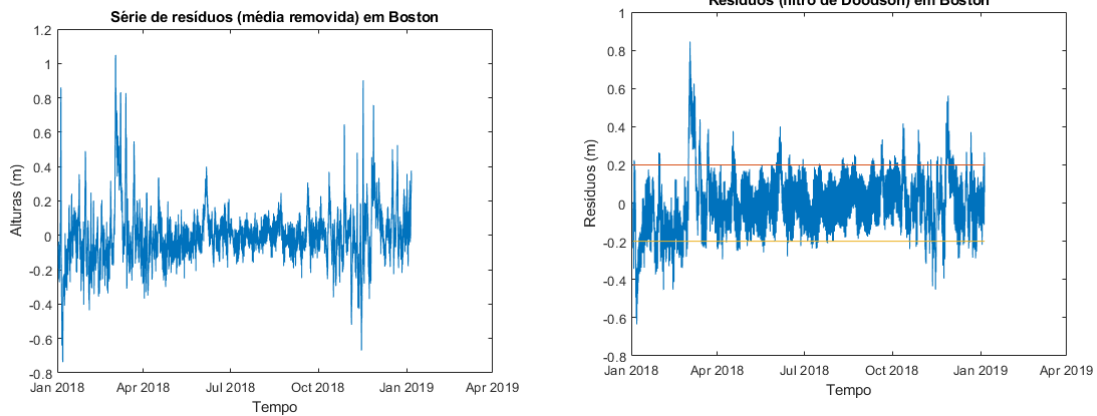
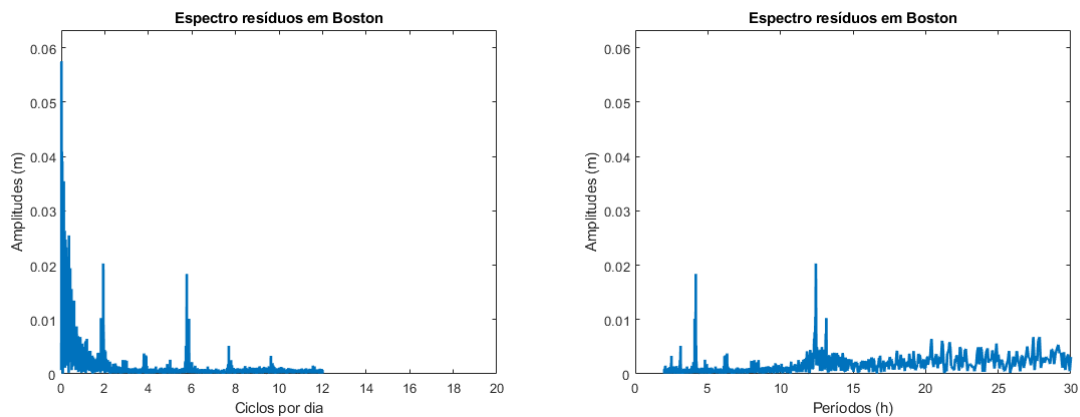


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



Apêndice J - Controlo de Resíduos de Marés, em Monterey, de 2JAN18 a 6JAN19, na Posição $\varphi = 36,605^0N$ e $\lambda = 121,88833^0W$

J.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

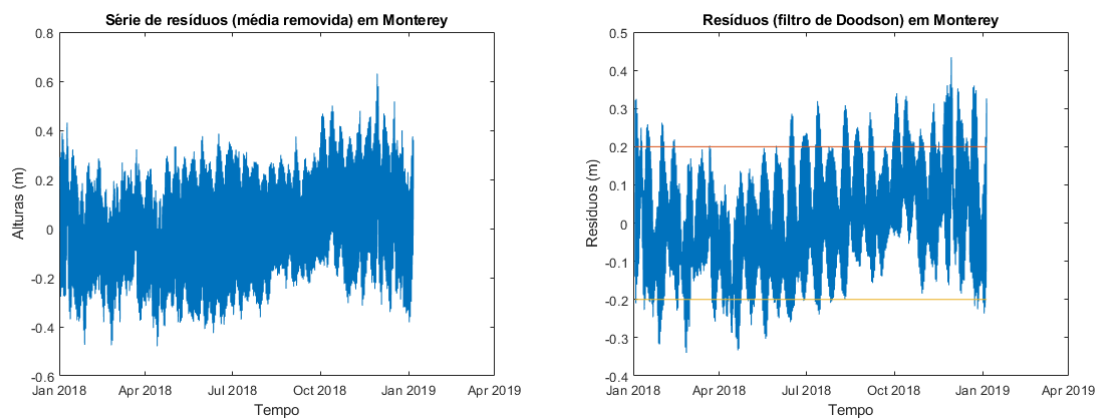
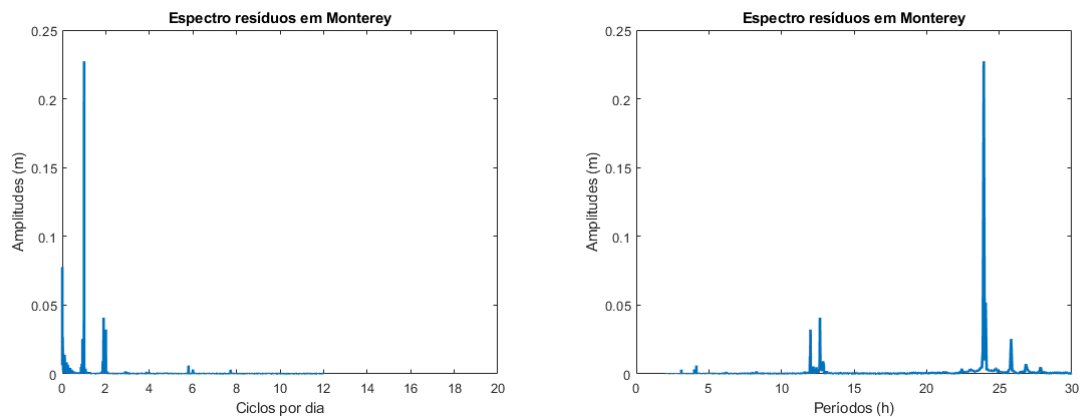


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.2 Método Boon e Kiley (1988), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

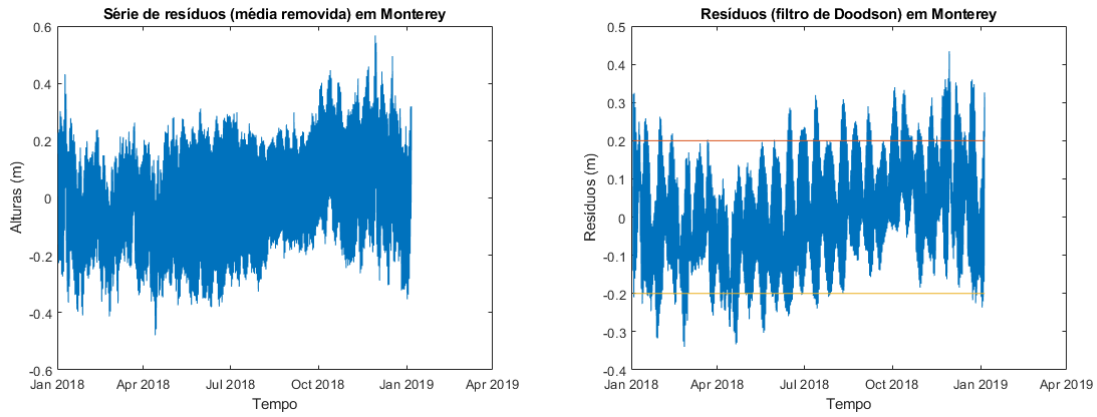
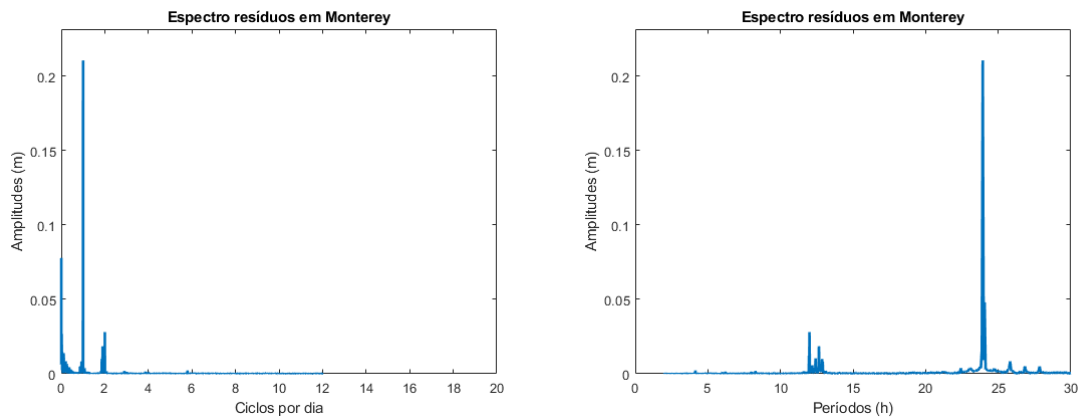


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.3 Método Boon (2004), 29 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

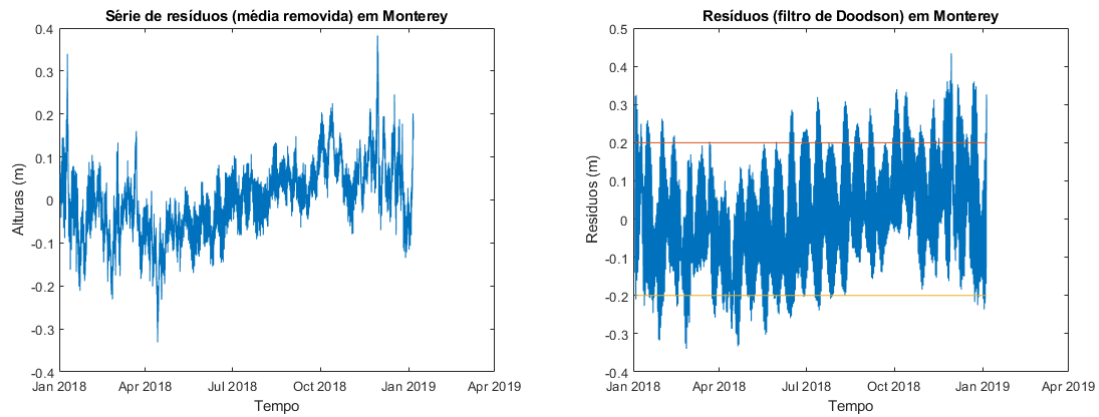
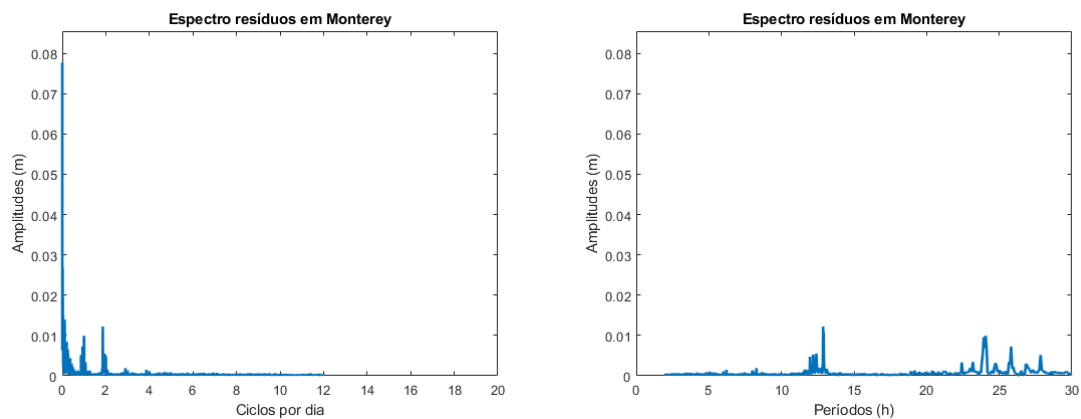


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.4 Método Séries de Fourier, 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

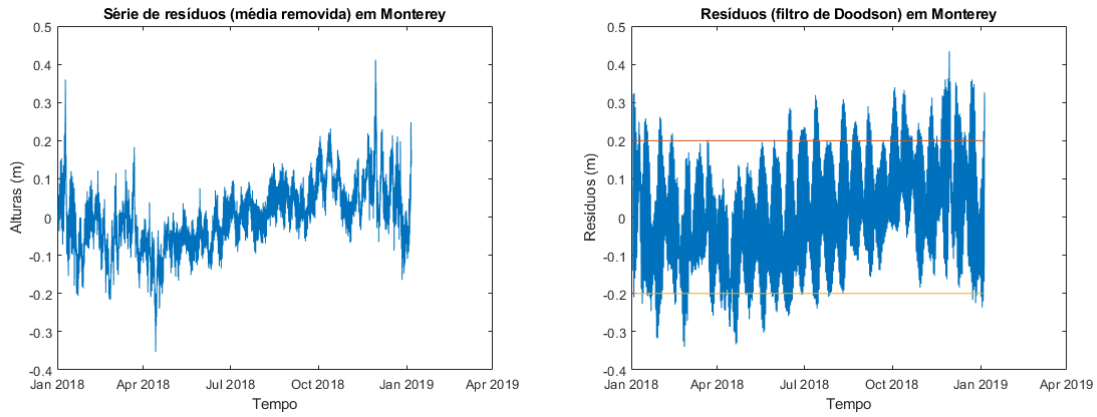
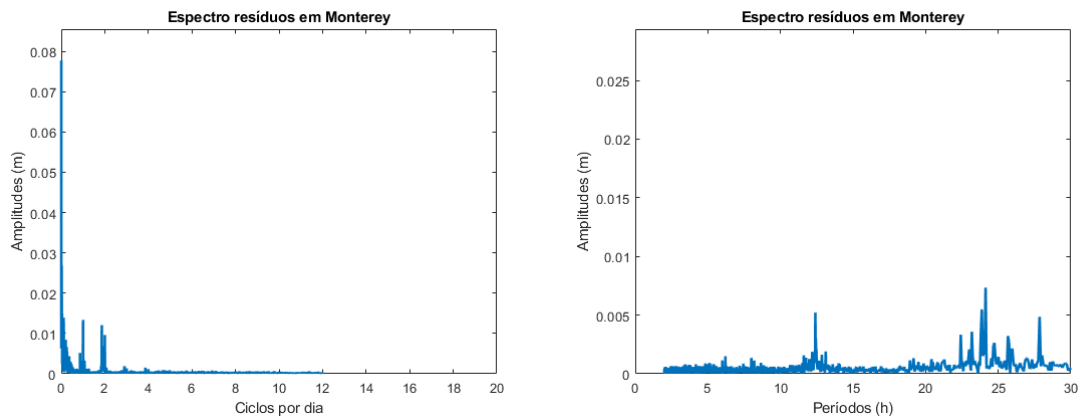


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.5 Método Boon e Kiley (1988), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

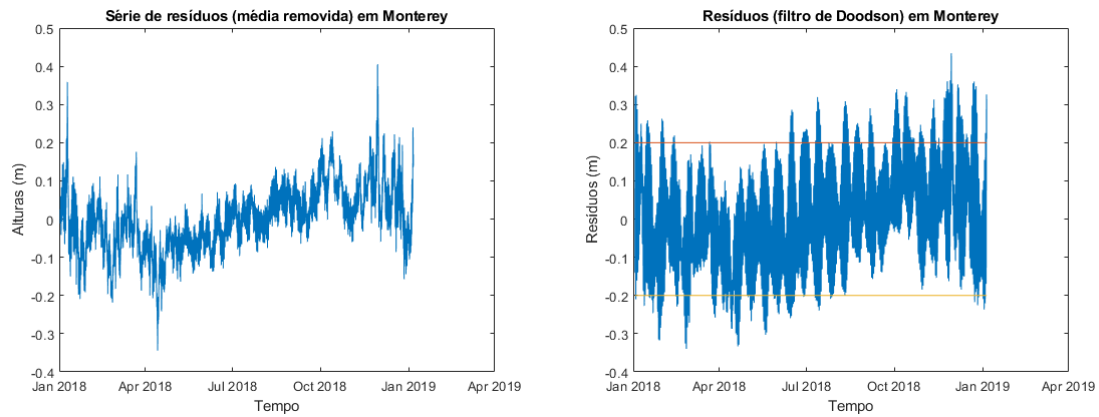
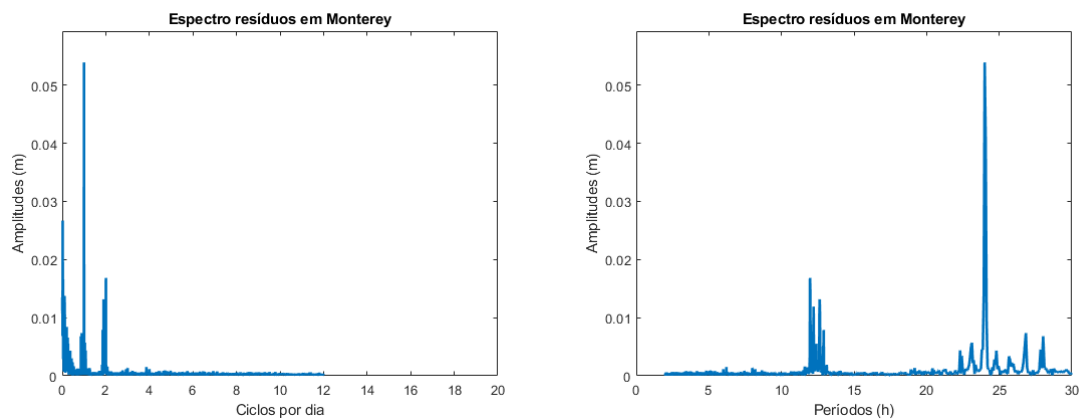


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.6 Método Boon (2004), 326 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

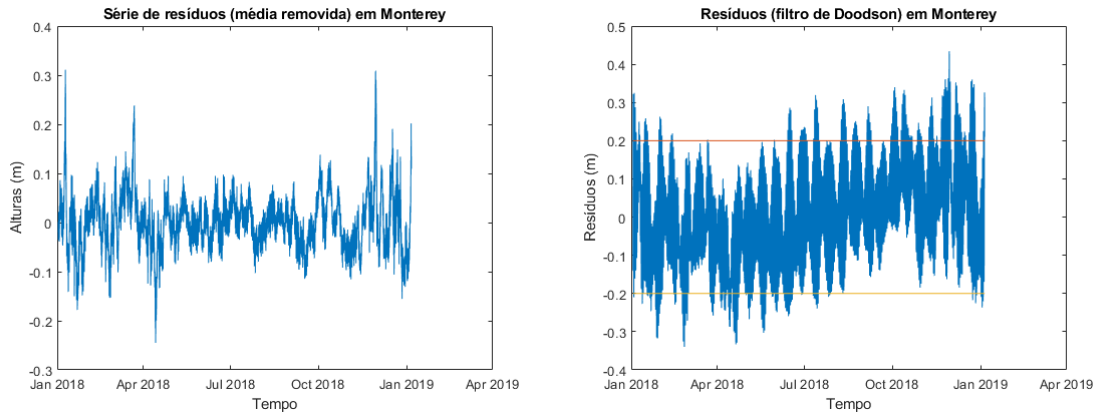
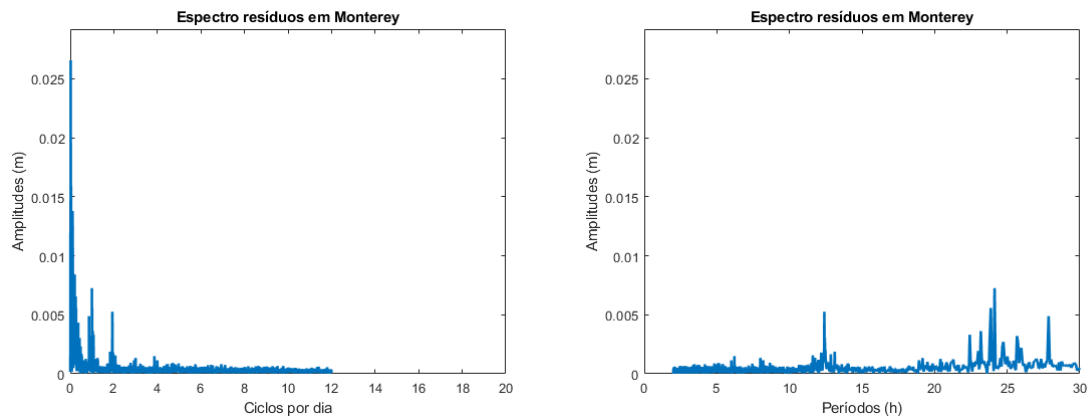


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.7 Método Séries de Fourier, 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

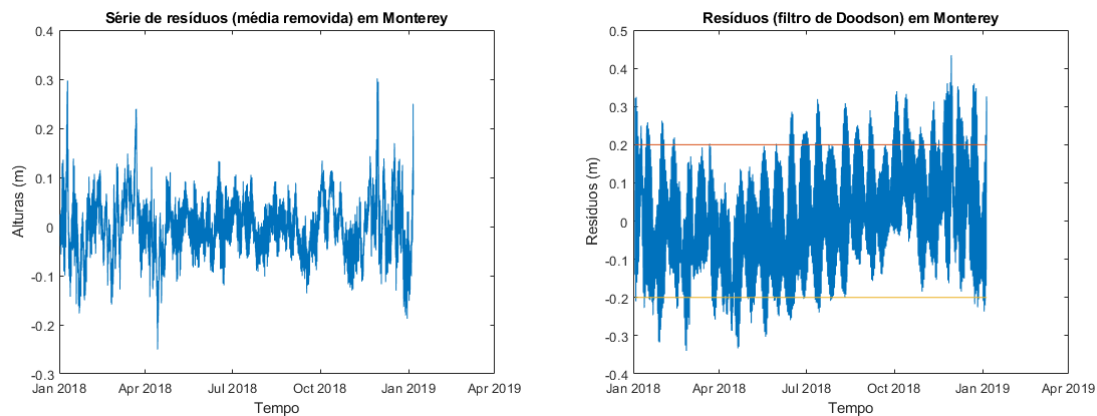
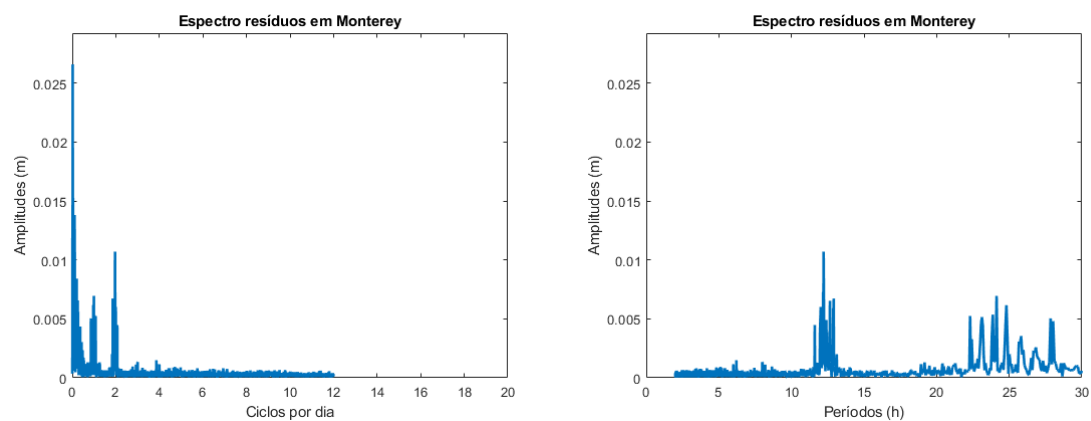


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.8 Método Boon e Kiley (1988), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

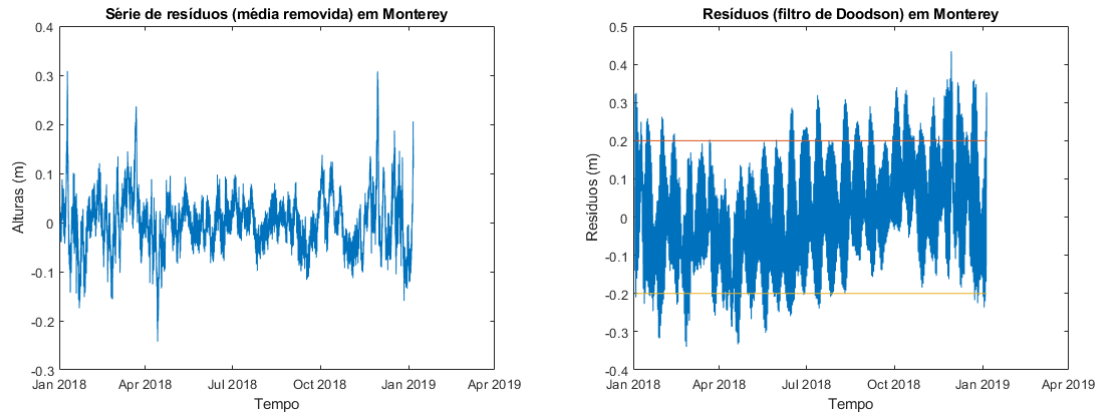
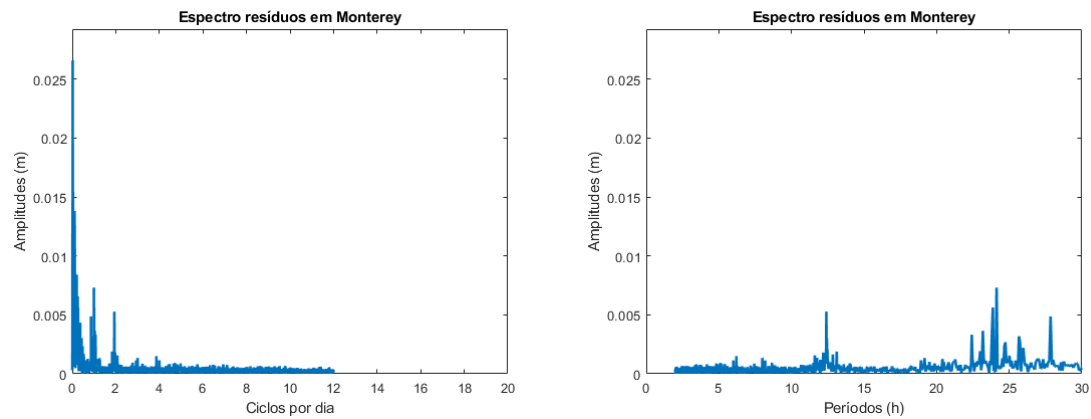


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.9 Método Boon (2004), 365 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

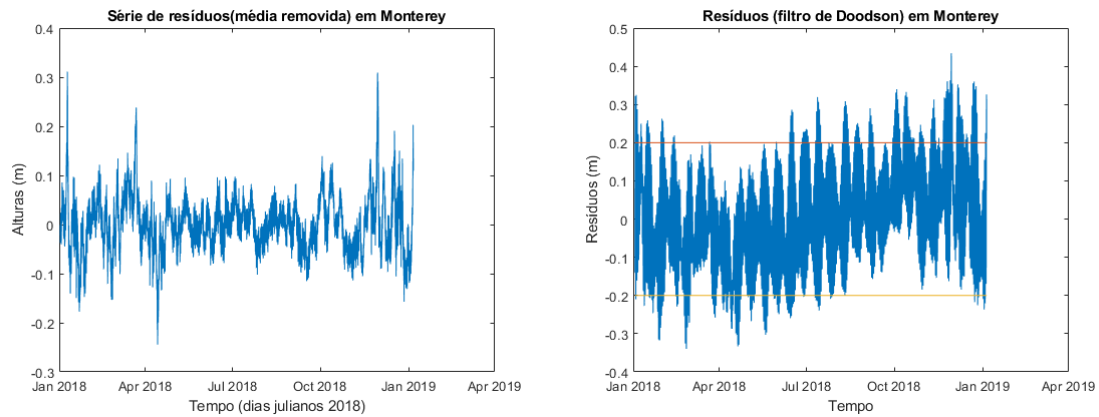
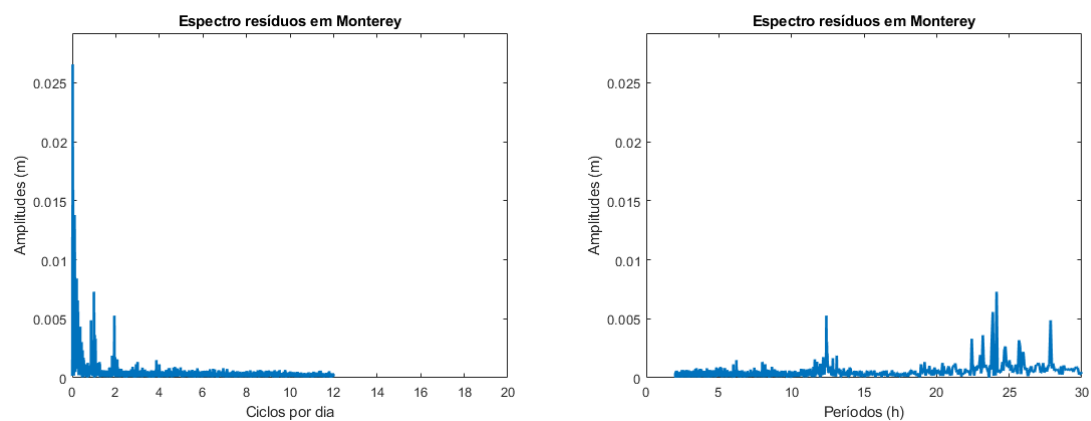


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.10 Método Séries de Fourier, 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

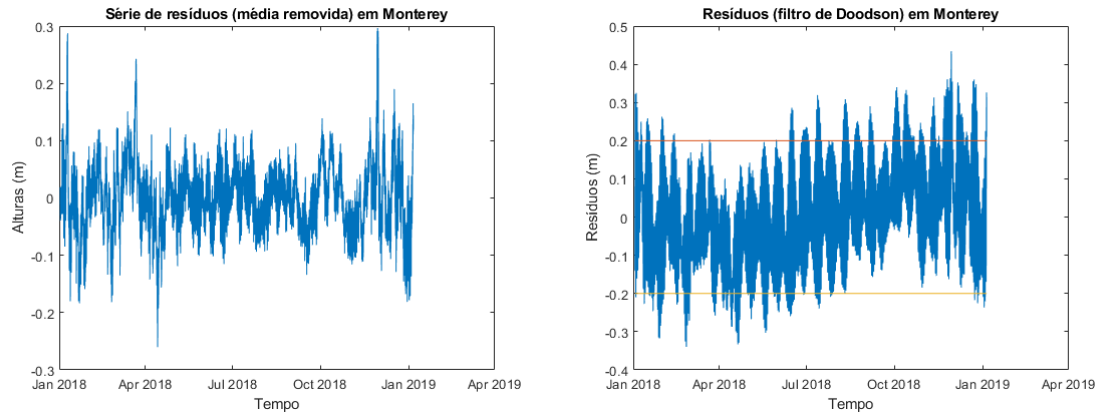
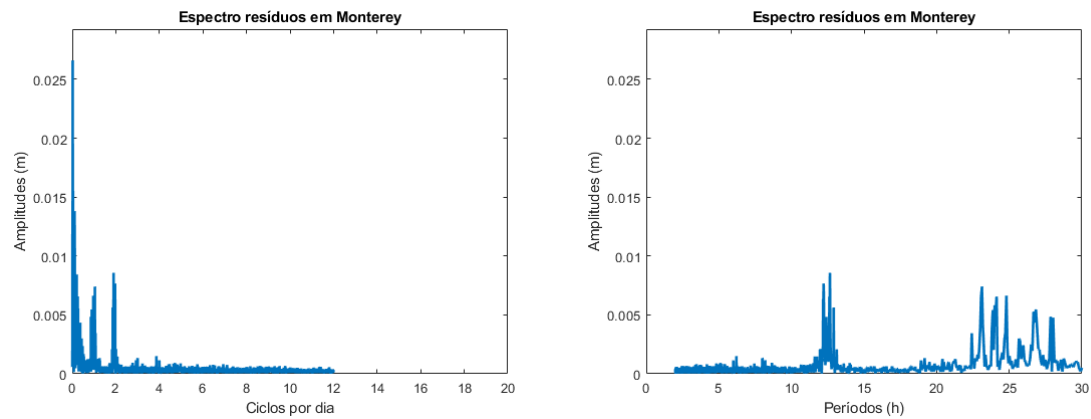


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.11 Método Boon e Kiley (1988), 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

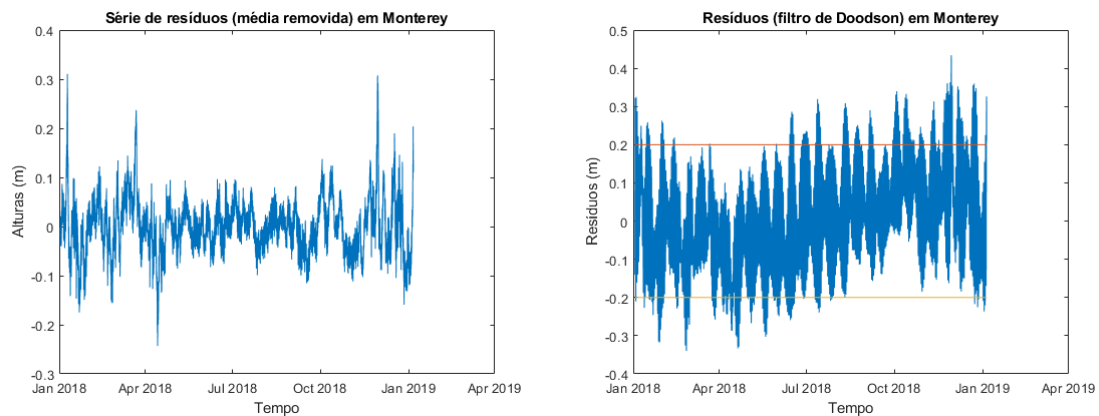
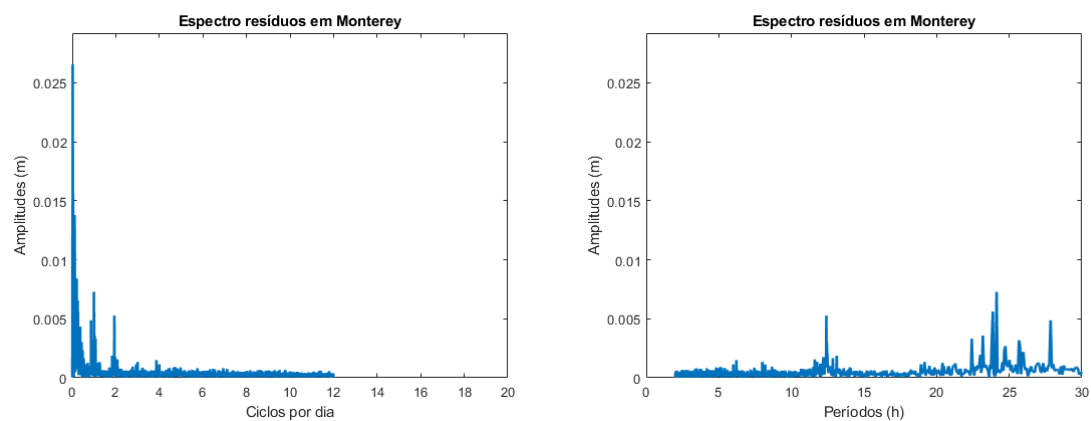


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



J.12 Método Boon (2004), 369 dias

Gráfico temporal de resíduos (observações - previsões (m)), com média removida (esq.) e com filtragem de Doodson (maré meteorológica) (dir.):

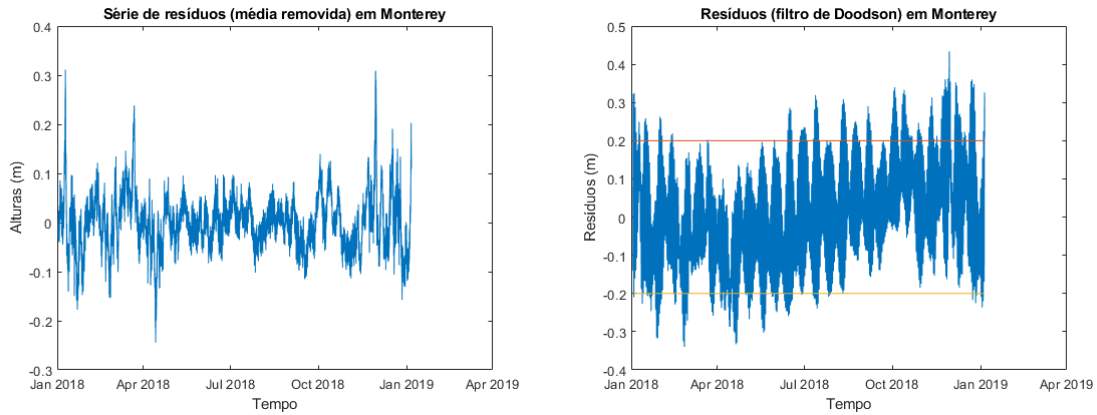
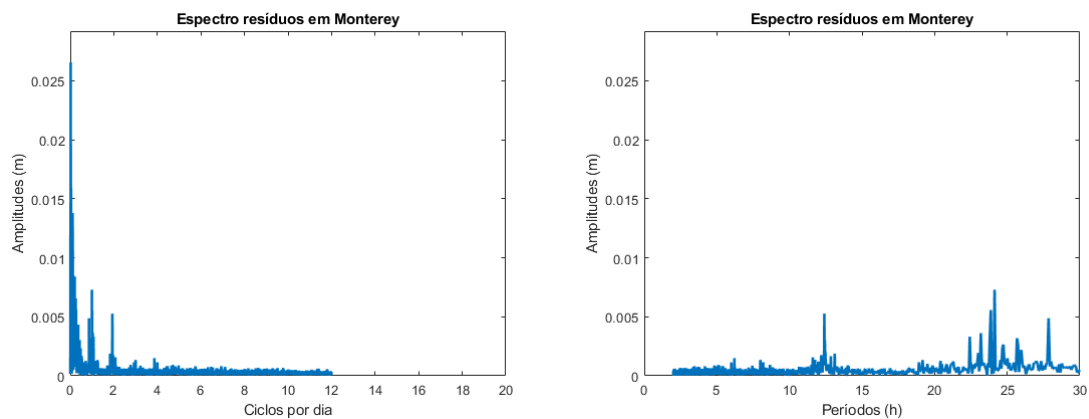


Gráfico espectral da amplitude (m) de resíduos, em ciclos por dia (esq.) e em períodos (h) (dir.):



Apêndice K - Tabela com e sem Correções Preliminares e de Eliminação para os Locais de Correntes de Maré

Fort Independence (análise de 29 dias de 1 a 29JUL11)					
Valores (nós)	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0003	0,5354	-0,365	0,0982	89,58
Fourier	-0,0002	0,5359	-0,3521	0,1011	89,00
Sem correções preliminares e de eliminação:					
Boon e Kiley (1978)	-0,0003	0,513	-0,3377	0,0889	91,46
Fourier	-0,0002	0,5248	-0,3572	0,0925	90,84
Boon (2004)	-0,0003	0,513	-0,3377	0,0889	91,46
Haste Shoal (análise de 29 dias de 22MAI a 19JUN15)					
Valores (nós)	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	0,0001	0,4865	-0,4974	0,12	73,03
Fourier	0,0001	0,4792	-0,4913	0,1209	73,60
Sem correções preliminares e de eliminação:					
Boon e Kiley (1978)	0,0001	0,4727	-0,4613	0,1151	74,96
Fourier	0,0001	0,4664	-0,4549	0,116	75,55
Boon (2004)	0,0001	0,4727	-0,4613	0,1151	74,96
The Narrows (análise de 29 dias de 1 a 29JUN15)					
Valores (nós)	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0015	1,6478	-1,8363	0,5909	109,39
Fourier	-0,0014	1,6768	-1,9775	0,6192	109,70
Sem correções preliminares e de eliminação:					
Boon e Kiley (1978)	-0,0007	1,3248	-1,4038	0,4138	103,18
Fourier	-0,0006	1,3772	-1,4284	0,4439	103,15
Boon (2004)	-0,0007	1,3248	-1,4038	0,4138	103,18
Trafaria (análise de 54 dias de 4MAI a 27JUN16)					
Valores (nós)	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-Padrão	RV(%)
Boon e Kiley (1978)	-0,0037	1,2831	-1,2708	0,3764	94,11
Fourier	-0,0038	1,2098	-1,3863	0,3758	99,37
Sem correções preliminares e de eliminação:					
Boon e Kiley (1978)	-0,0035	1,1482	-1,2773	0,3245	95,71
Fourier	-0,0035	1,2741	-1,3186	0,3164	101,76
Boon (2004)	-0,0035	1,1482	-1,127	0,3245	95,73

Apêndice L - Controle de Resíduos de Correntes, em Fort Independence, de 1 a 29JUL11, na Posição $\varphi = 42,3418^0N$ e $\lambda = 71,0089^0W$, na Imersão 3,8 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”

L.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

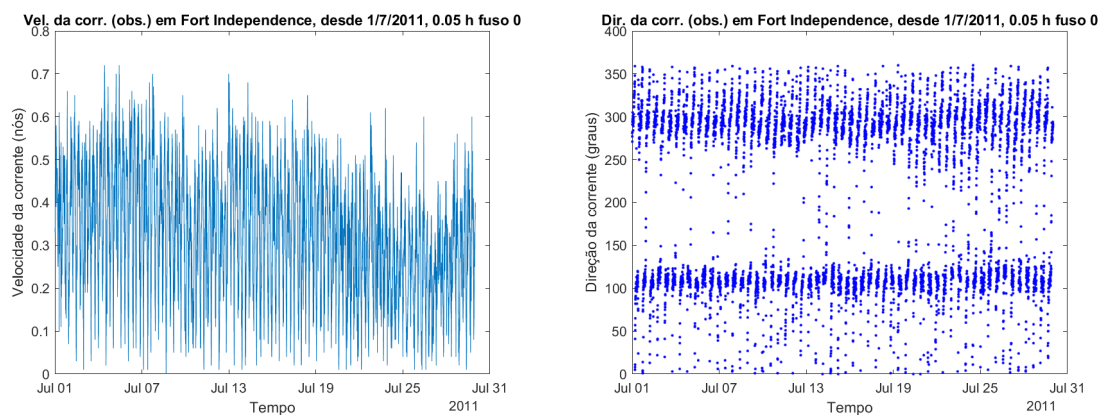
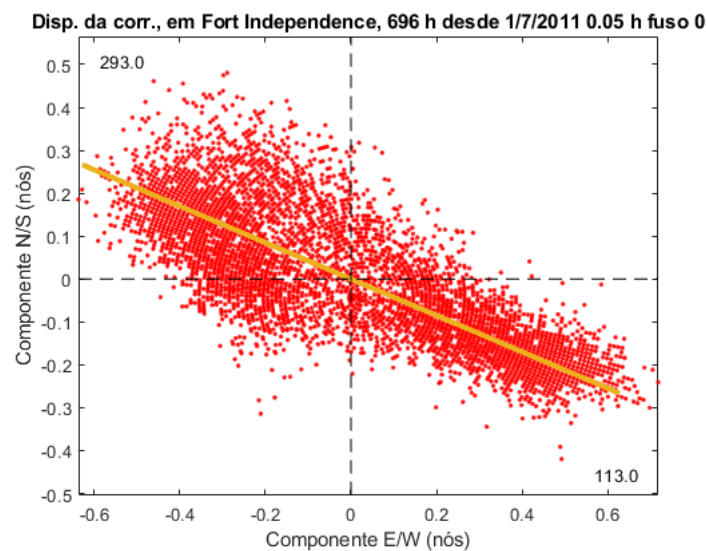
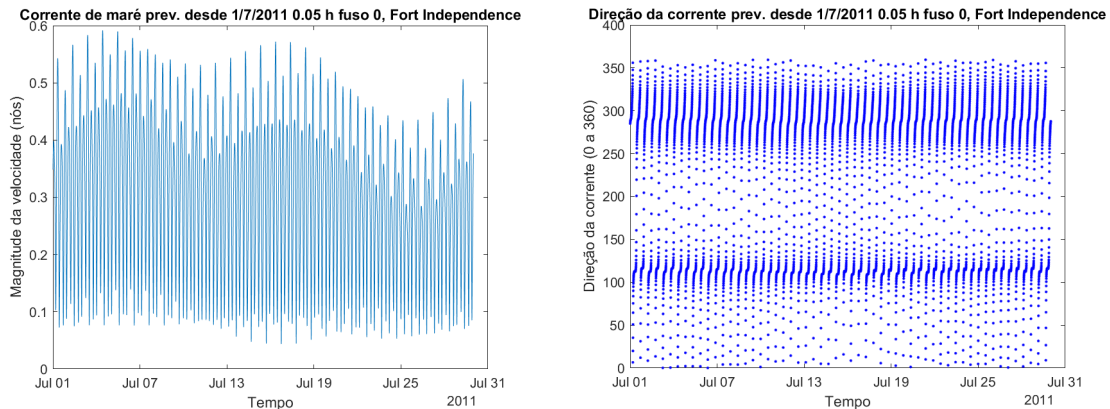


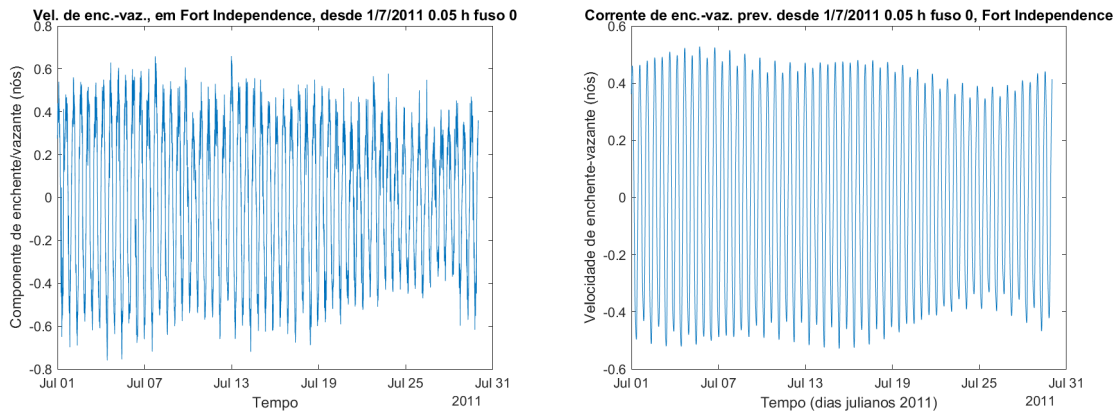
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



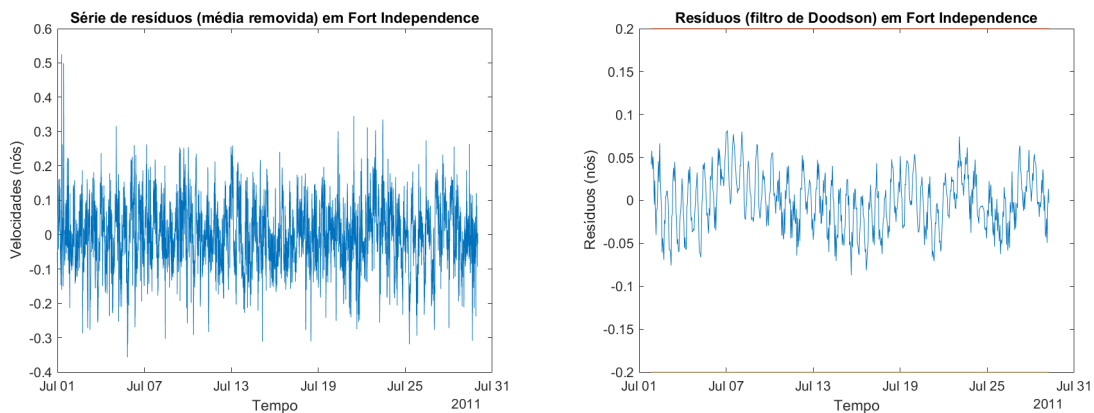
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



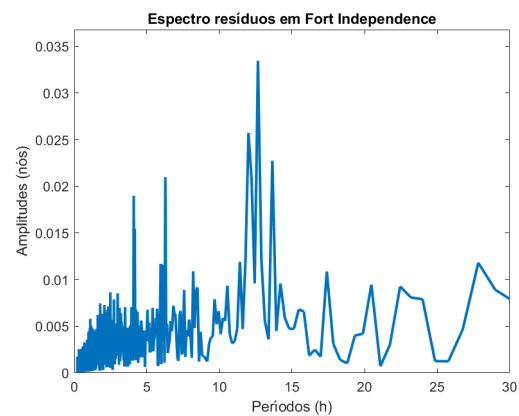
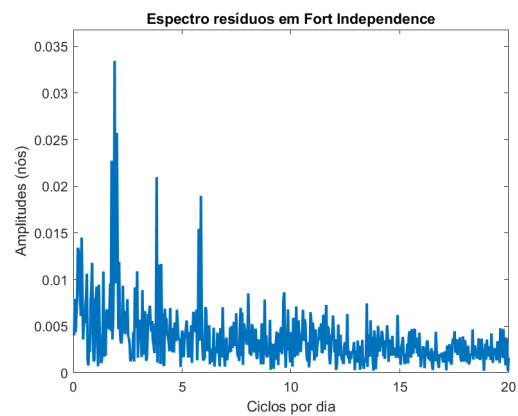
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



L.2 Método Boon e Kiley, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

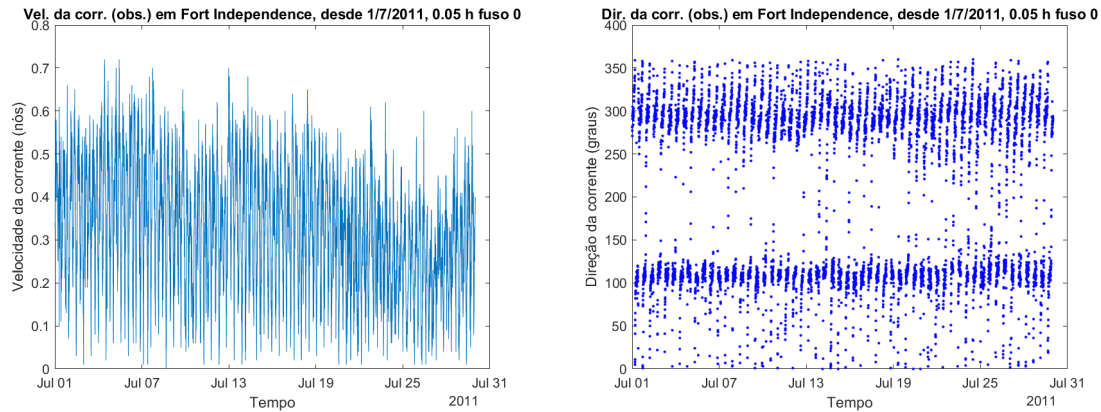
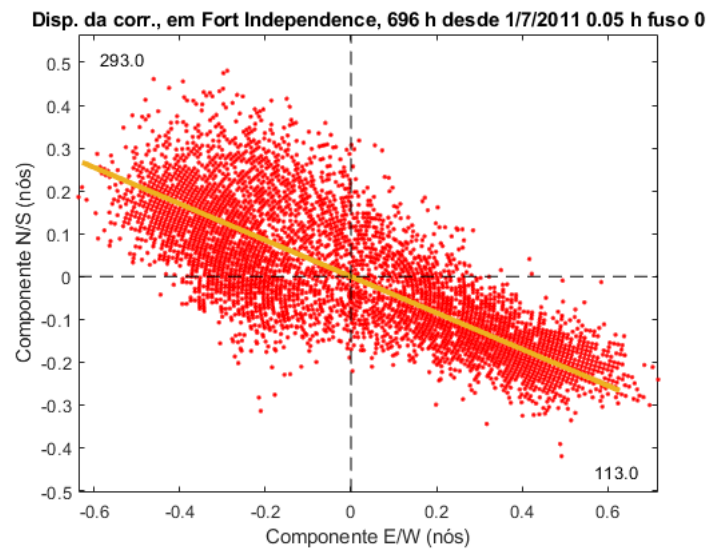
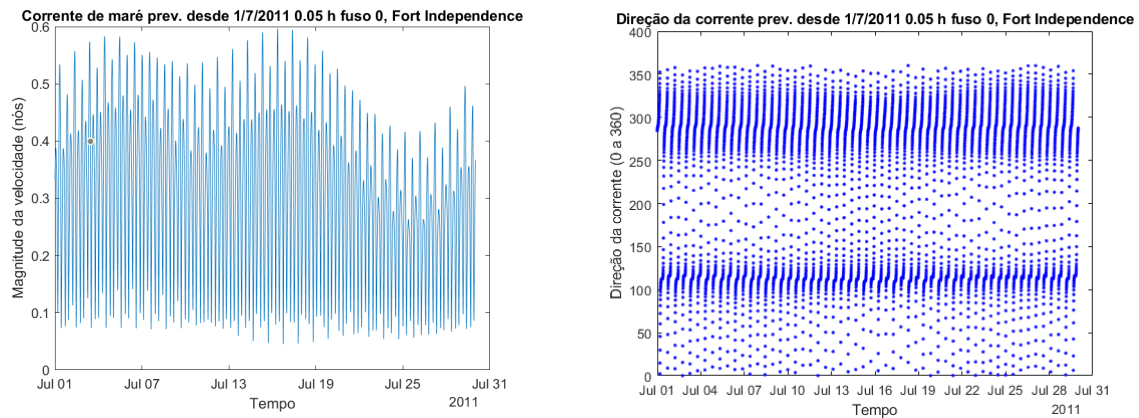


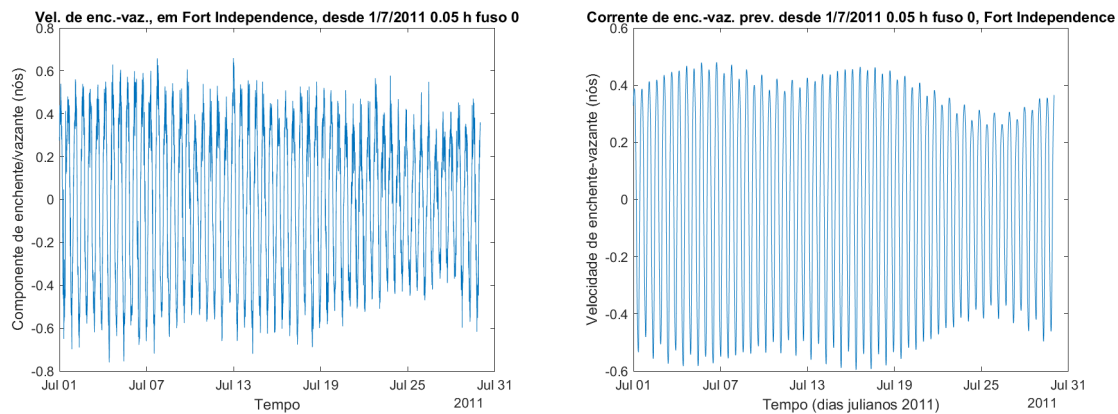
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



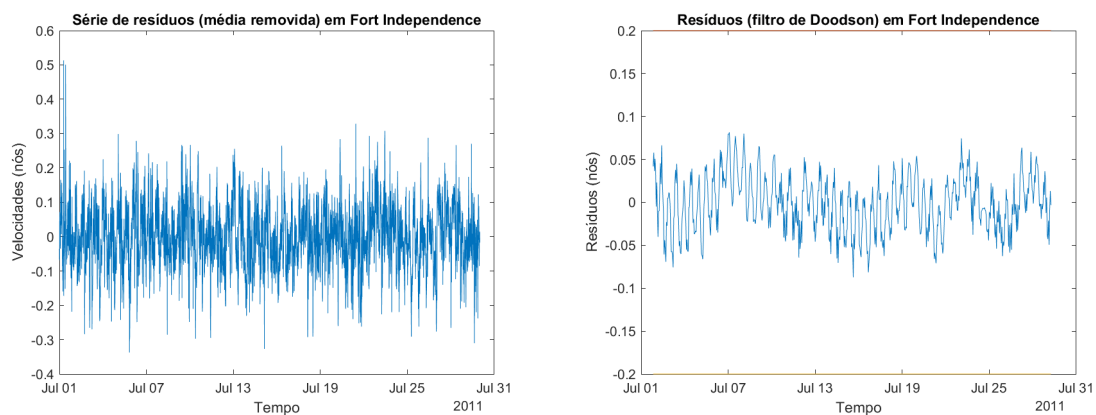
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



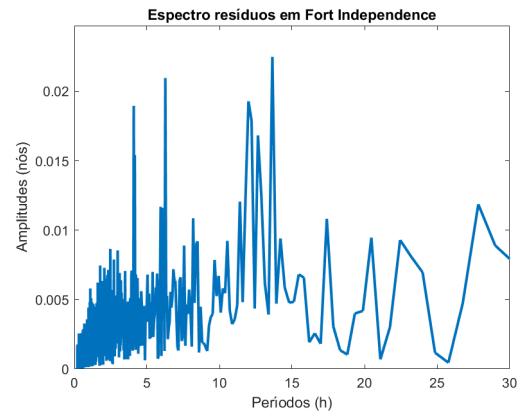
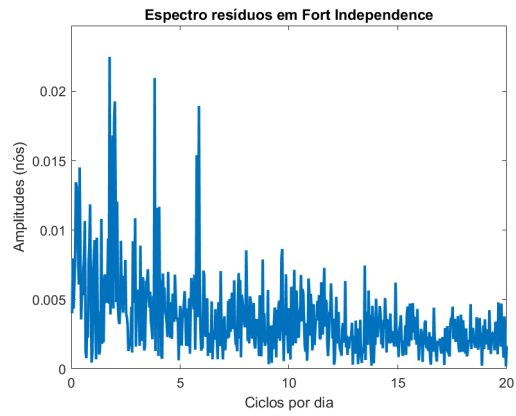
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



L.3 Método Boon, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

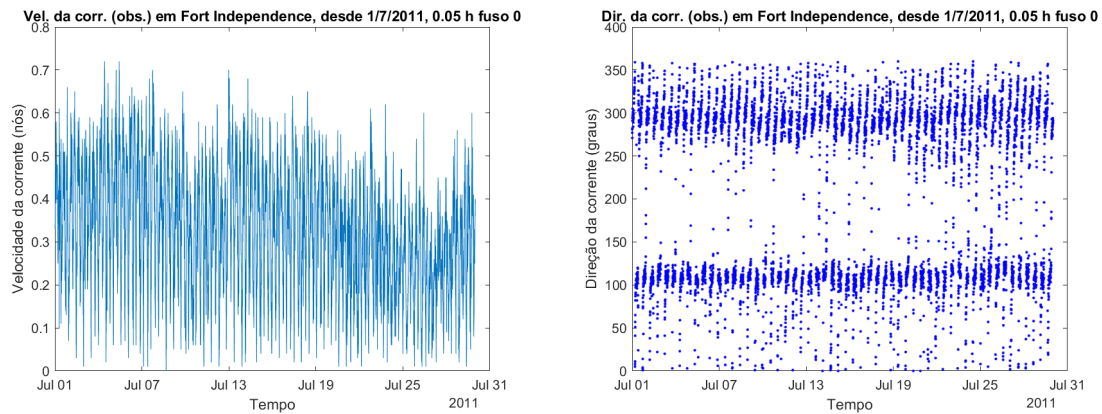
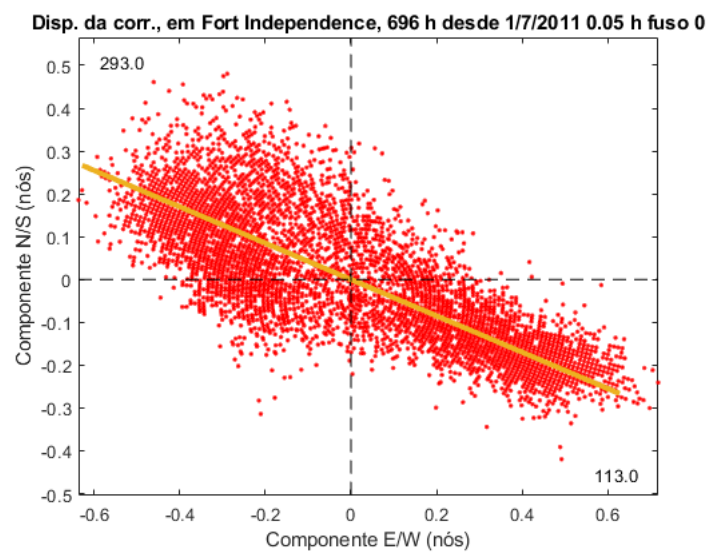
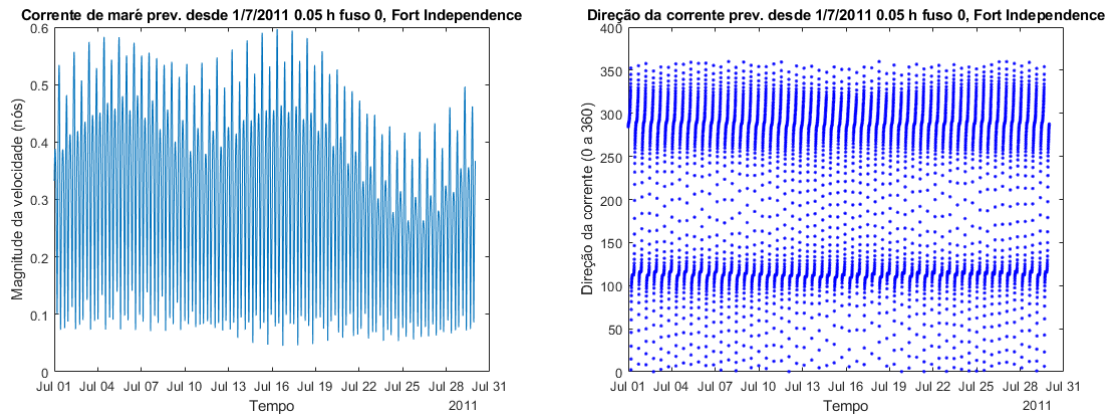


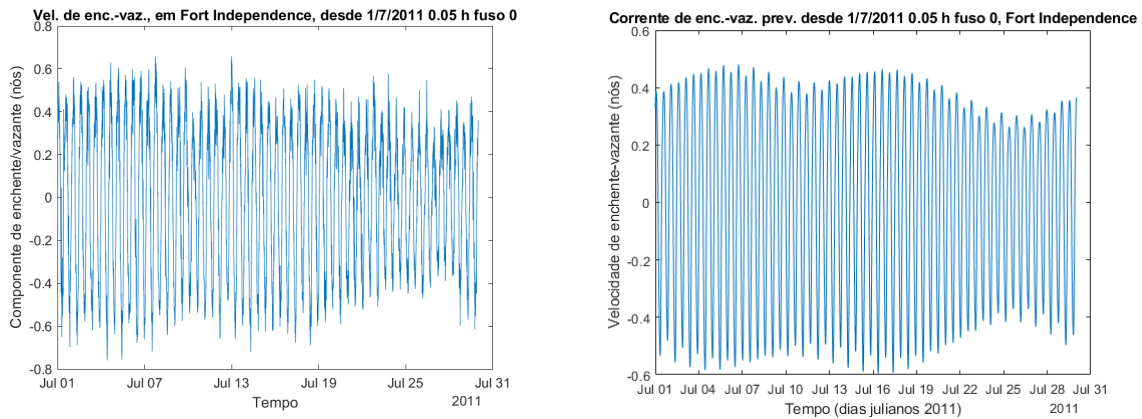
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



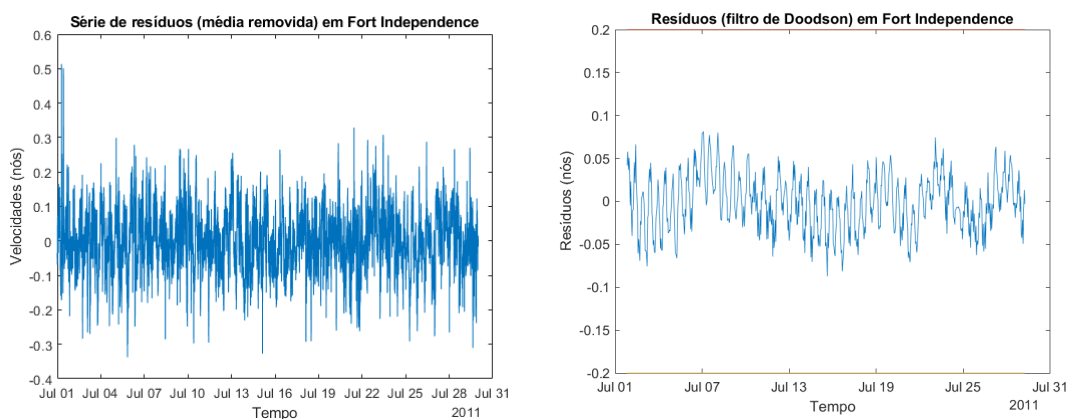
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



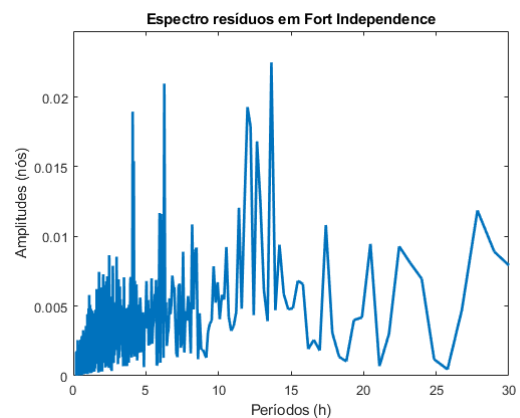
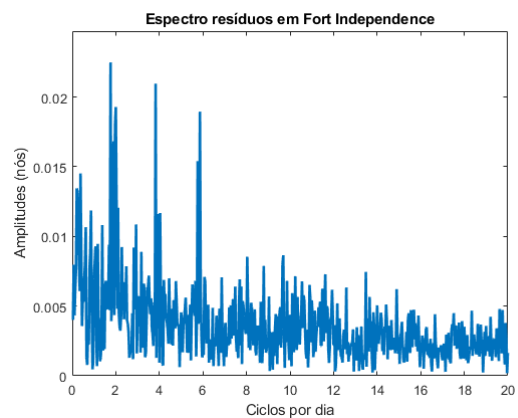
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



Apêndice M - Controlo de Resíduos de Correntes, em Haste Shoal, de 22MAI a 20JUN11, na Posição $\varphi = 42,5394^0N$ e $\lambda = 70,845^0W$, na Imersão 5 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”

M.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

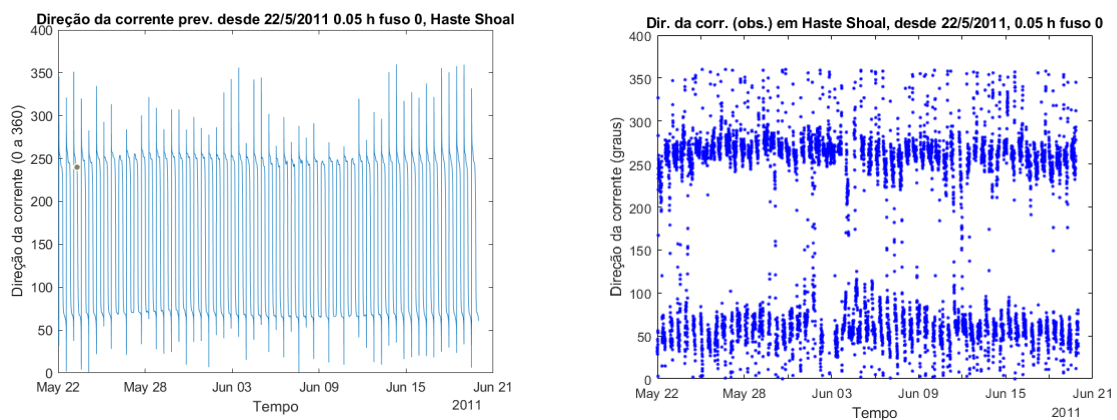
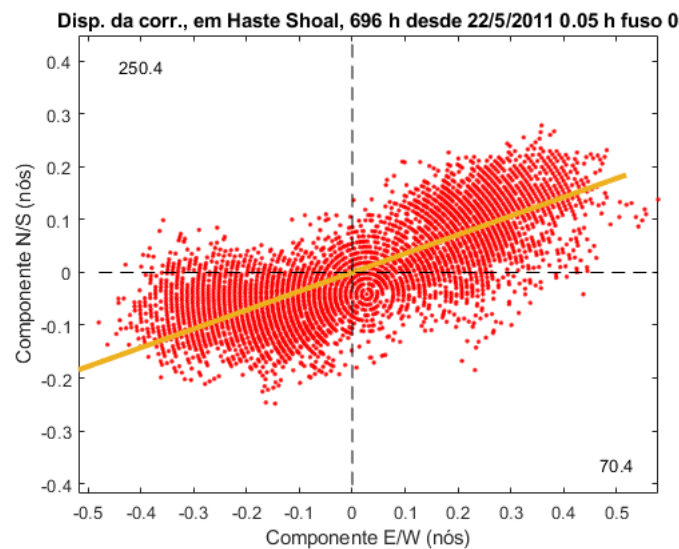
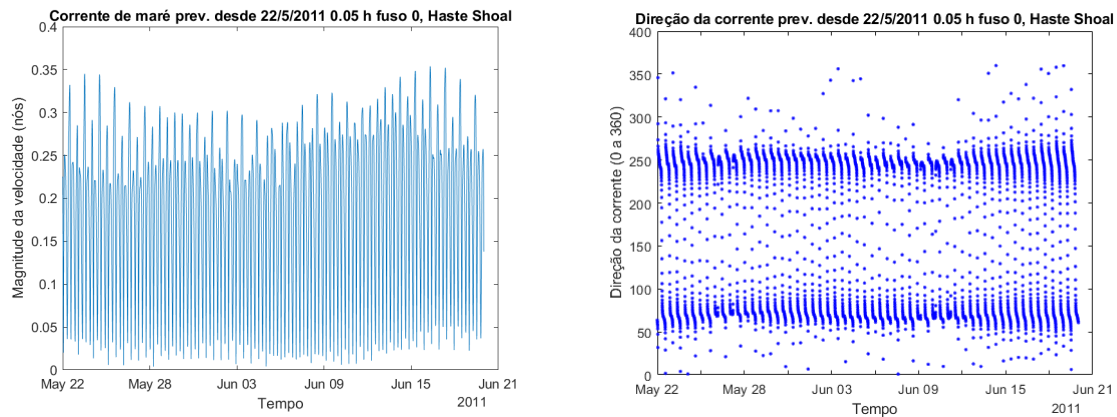


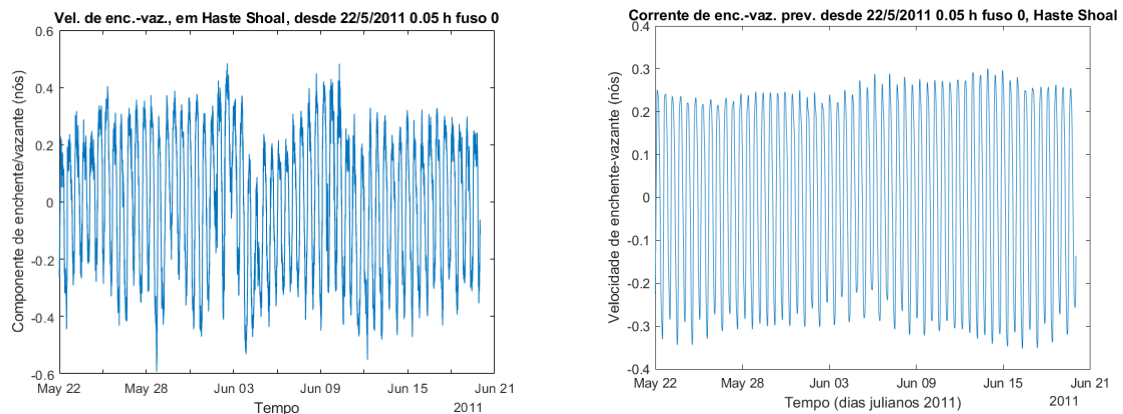
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



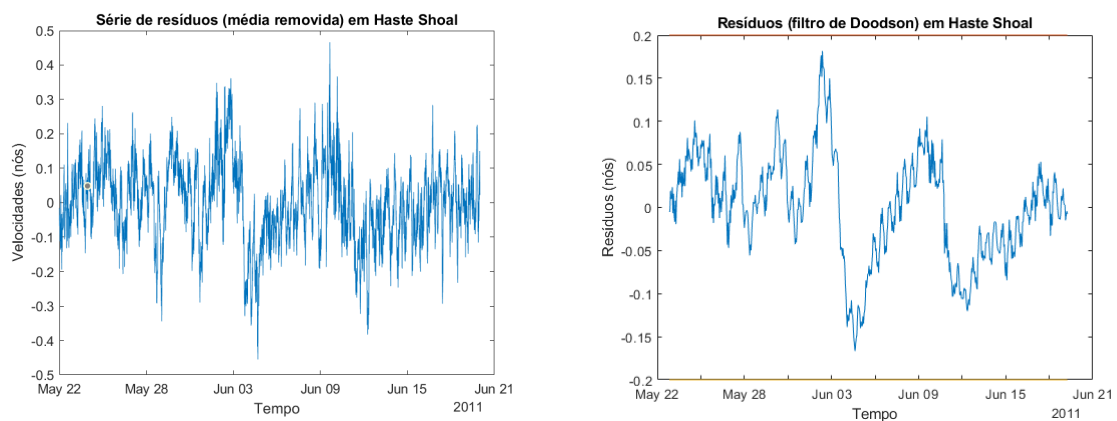
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



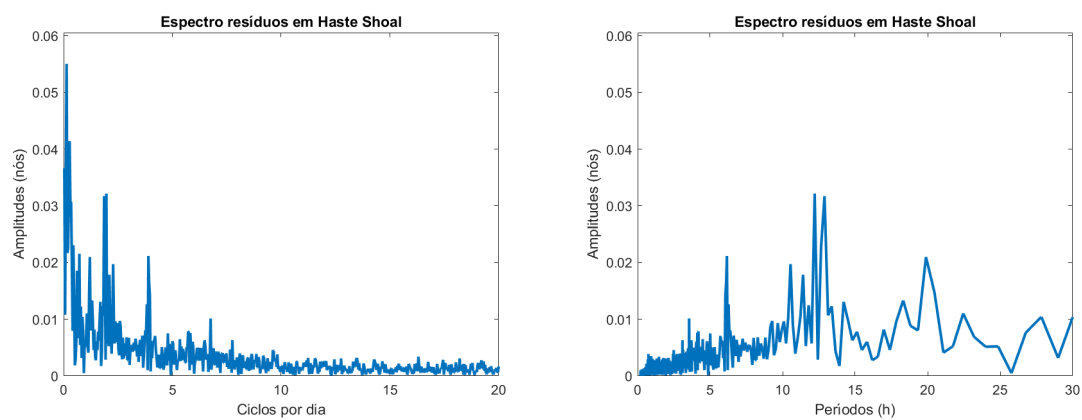
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



M.2 Método Boon e Kiley, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

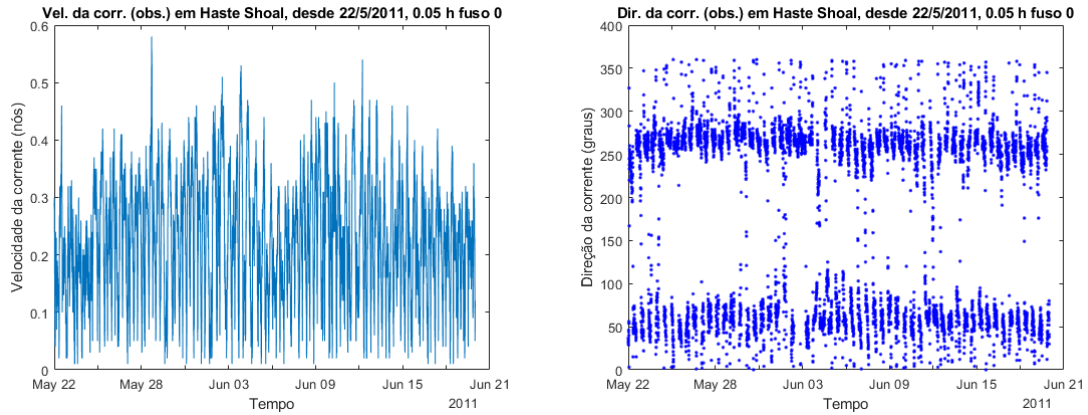
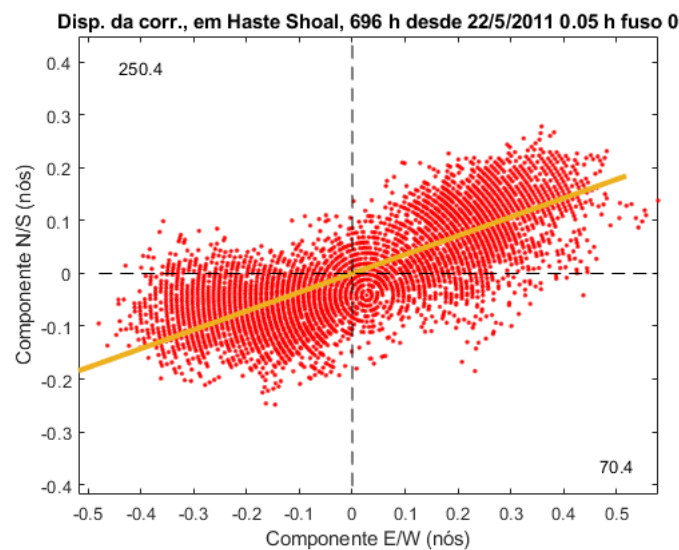
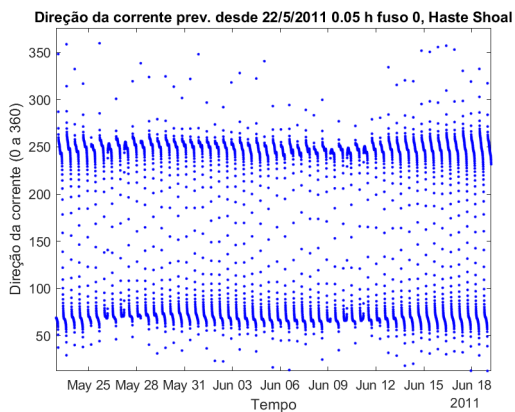
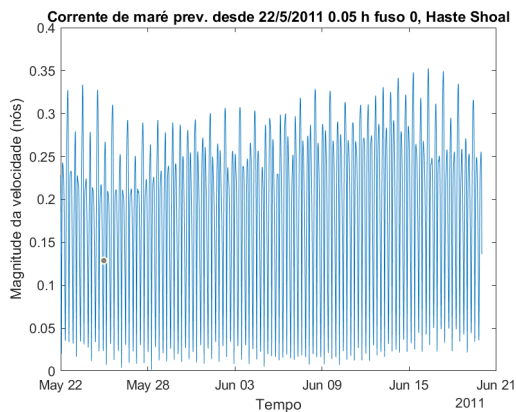


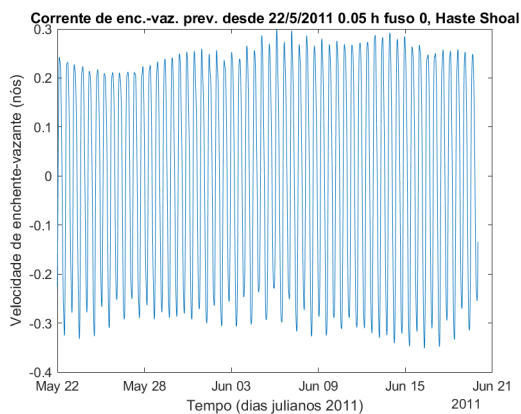
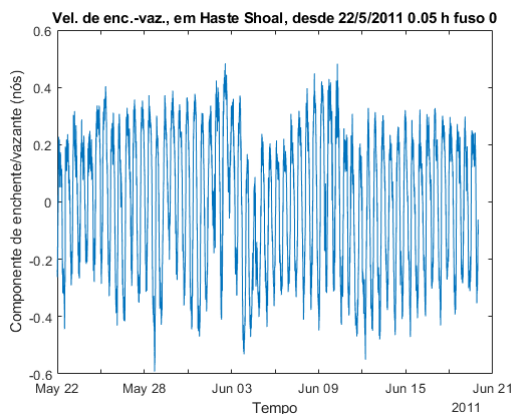
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



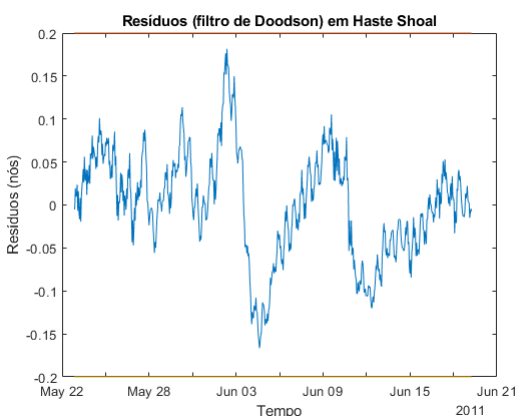
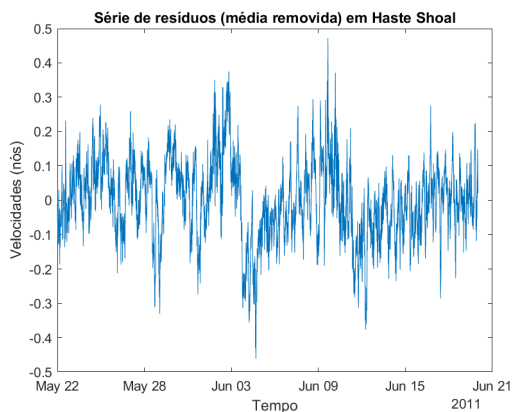
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



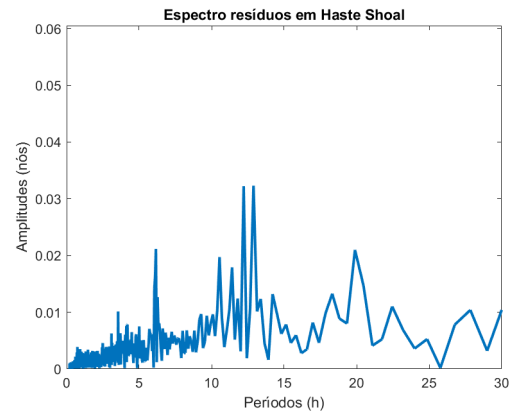
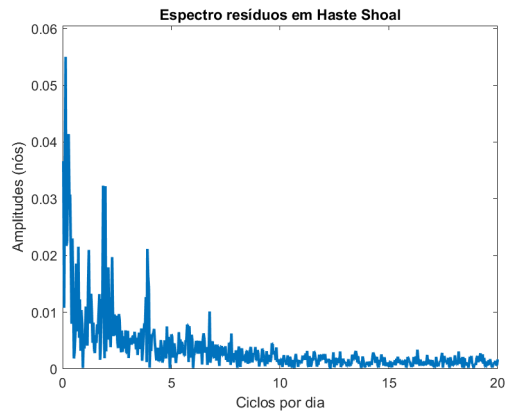
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



M.3 Método Boon, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

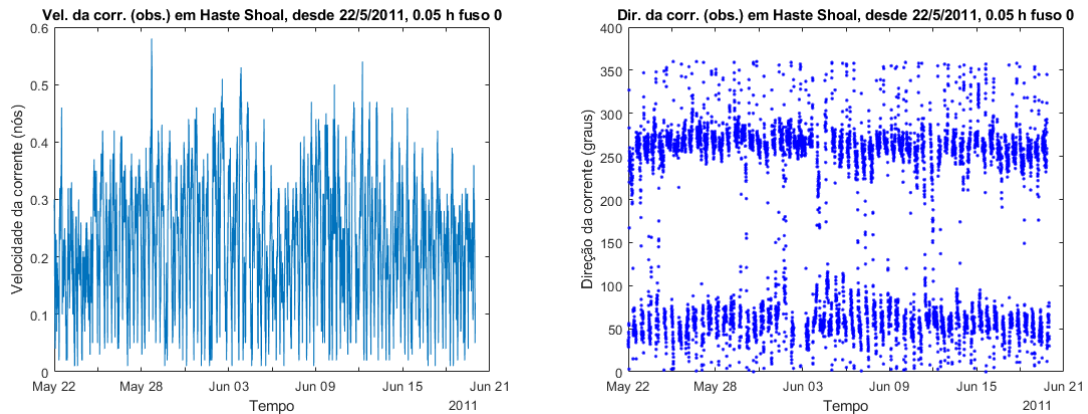
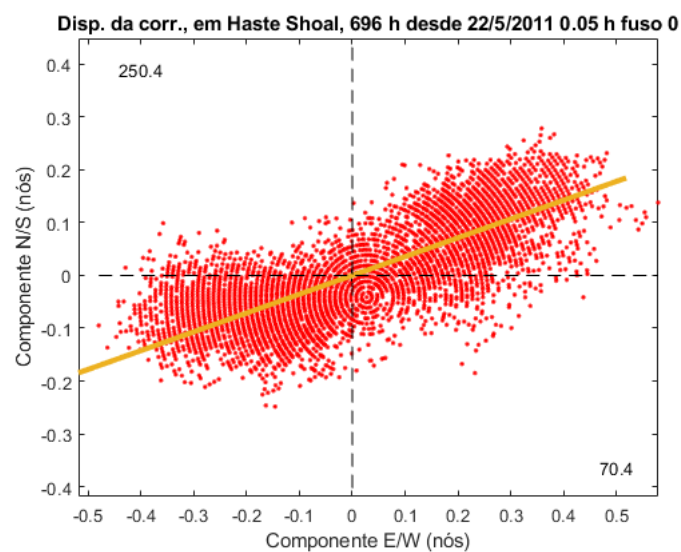
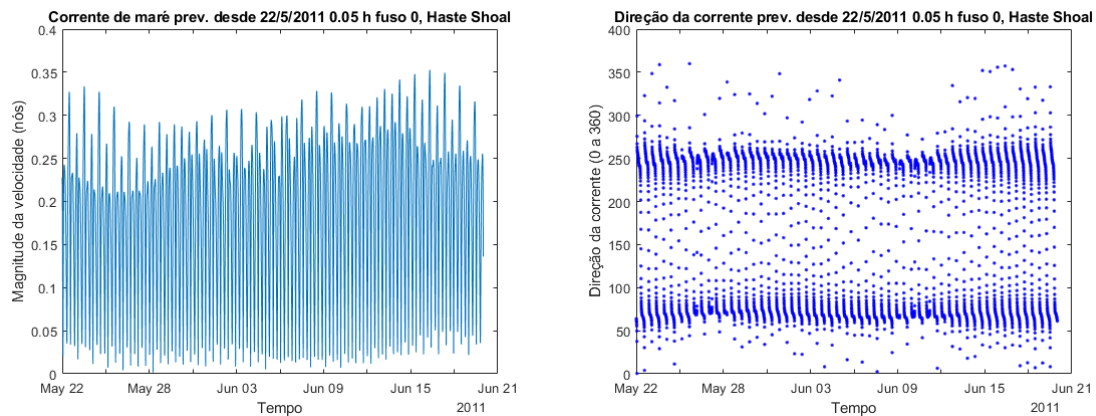


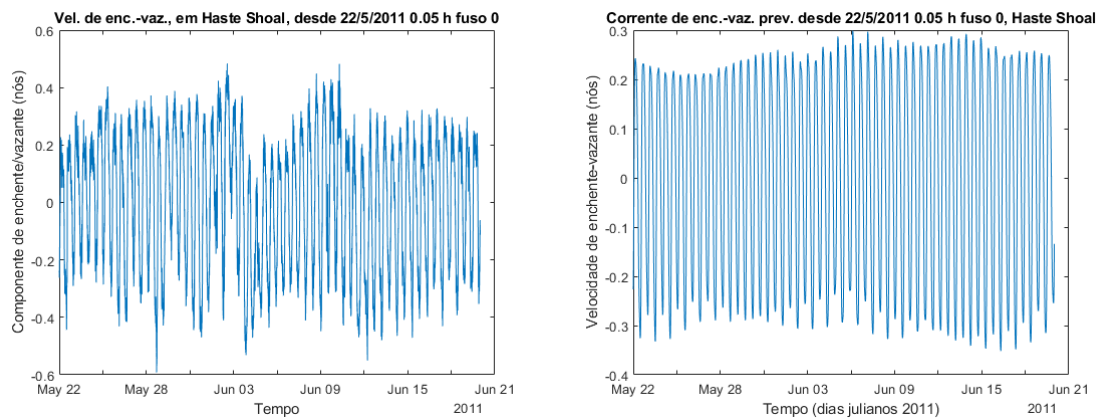
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



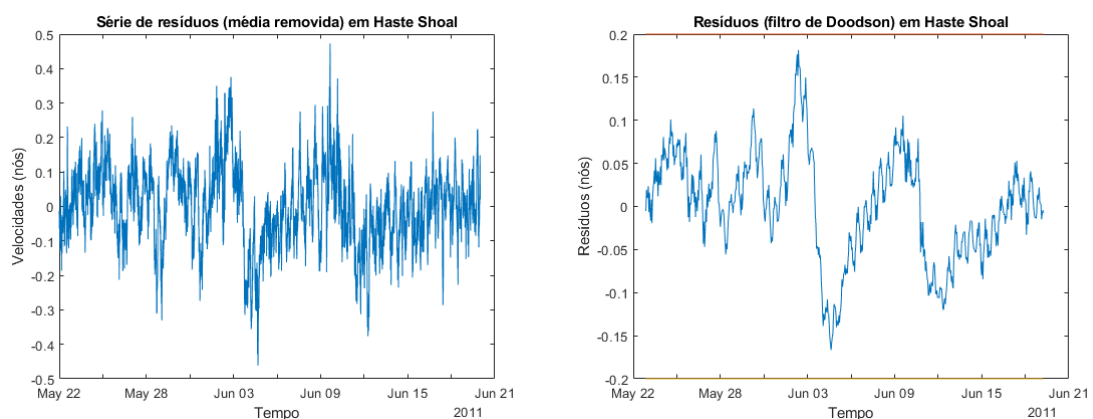
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



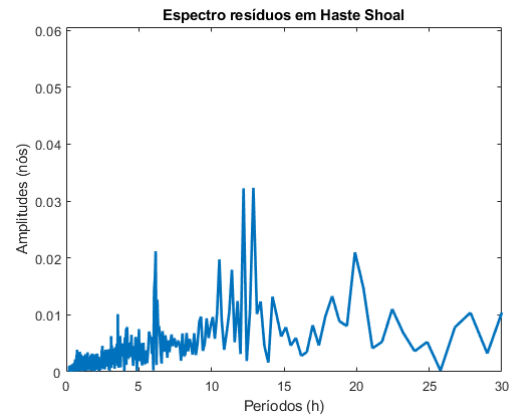
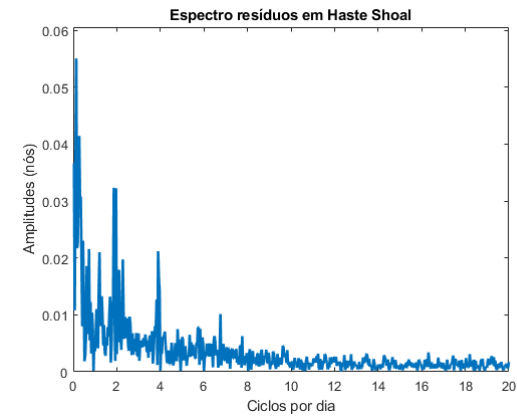
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



Apêndice N - Controlo de Resíduos de Correntes, em The Narrows, de 1 a 29JUN15, na Posição $\varphi = 47,3060^0N$ e $\lambda = 122,55^0W$, na Imersão 12,41 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”

N.1 Método Séries de Fourier, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

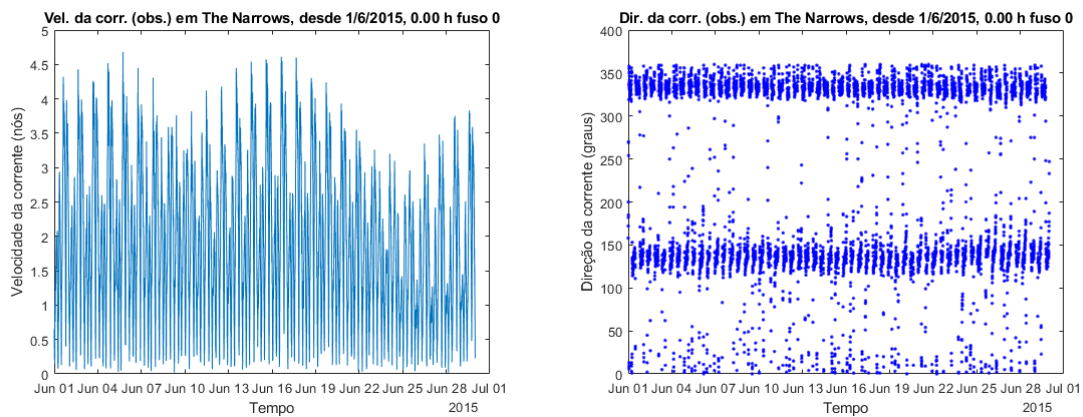
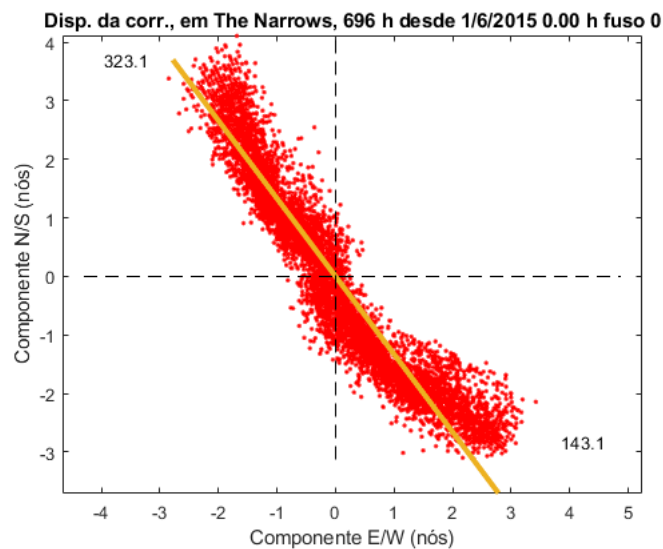
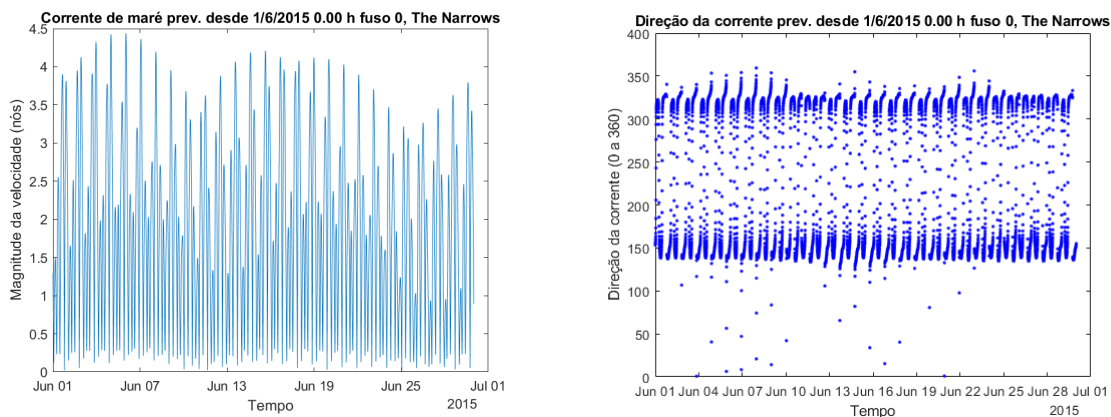


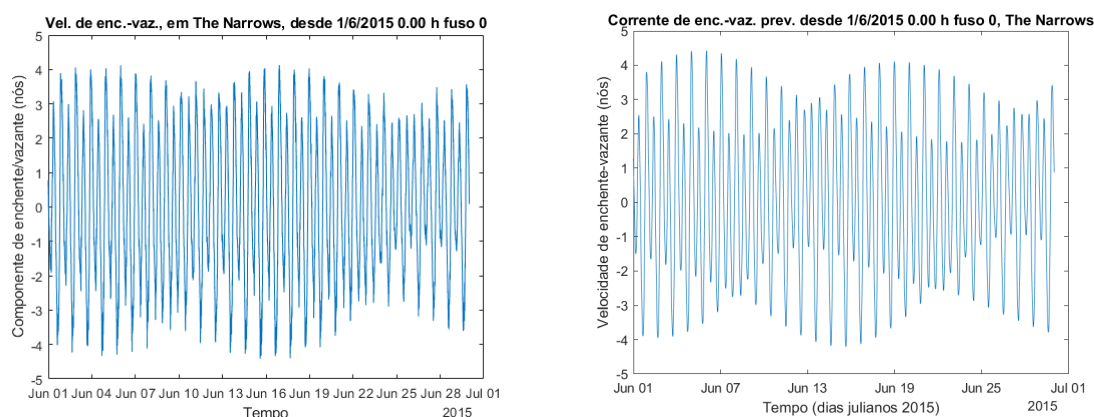
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



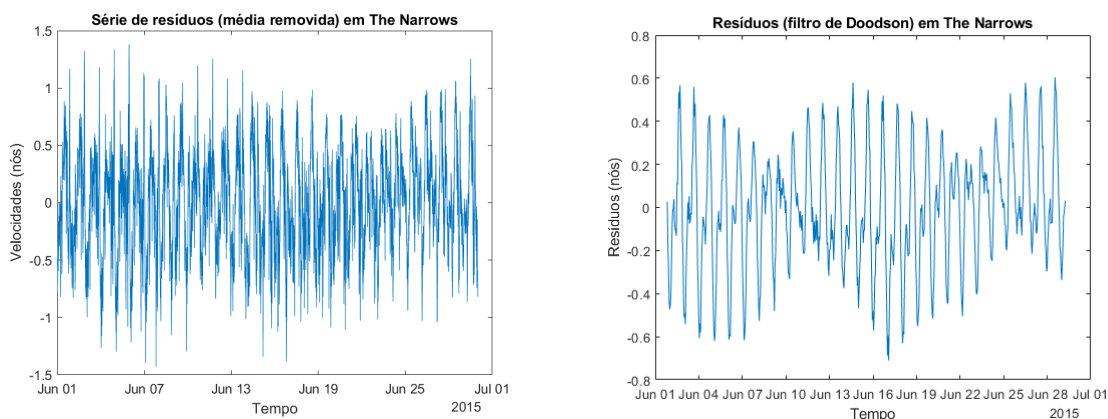
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



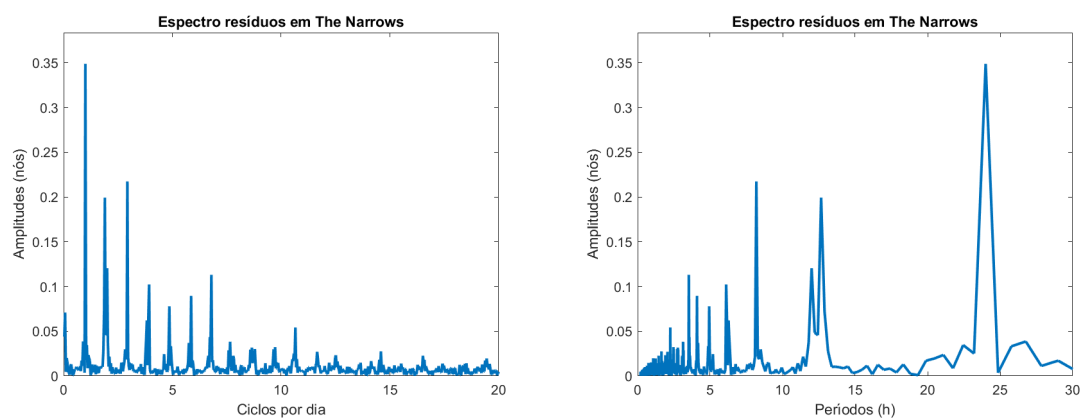
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



N.2 Método Boon e Kiley, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

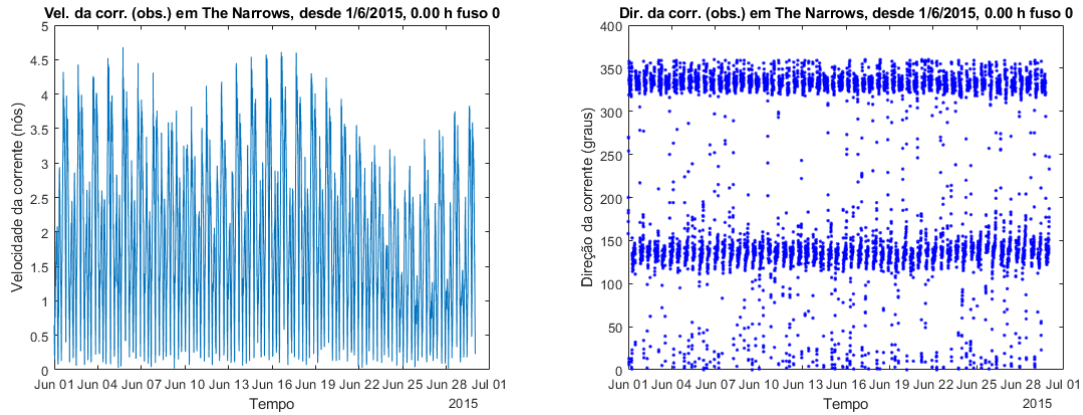
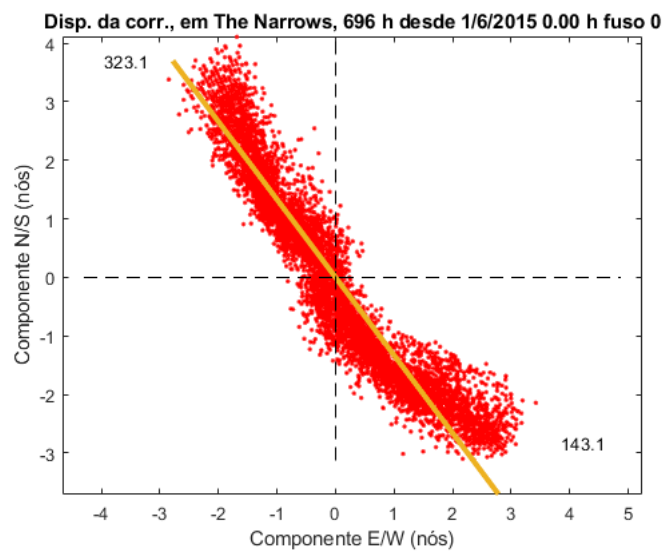
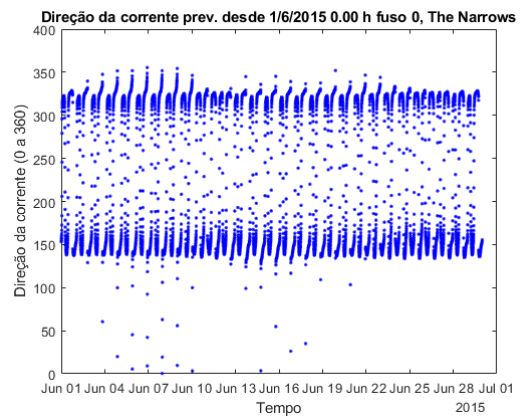
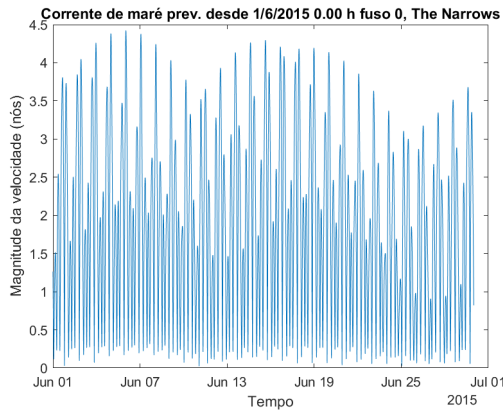


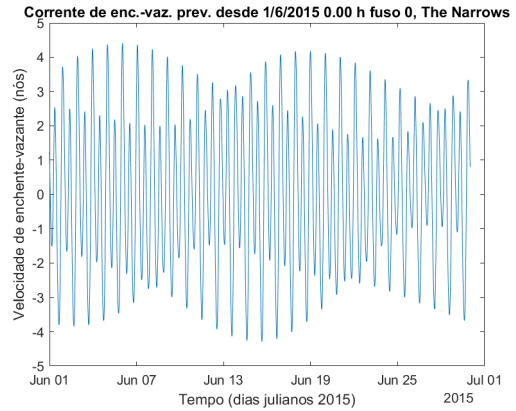
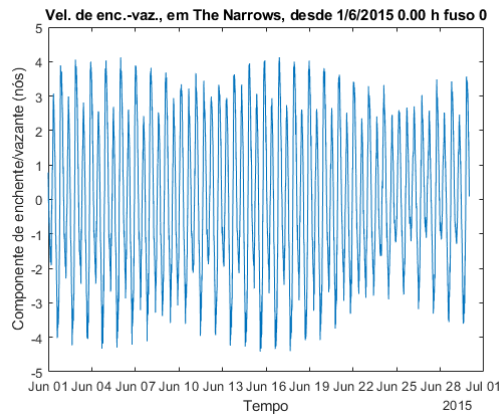
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



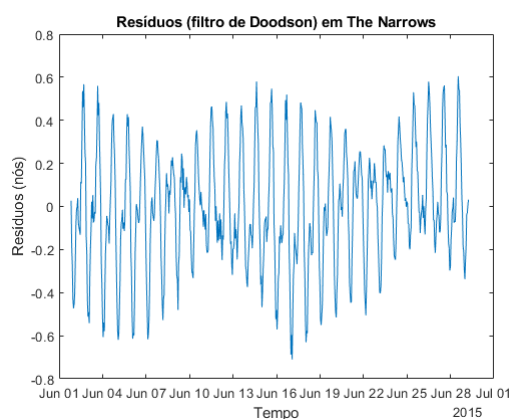
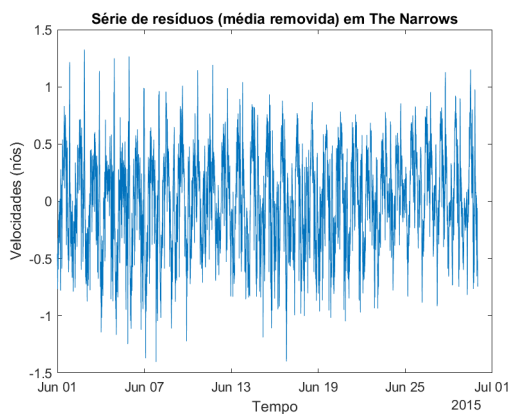
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



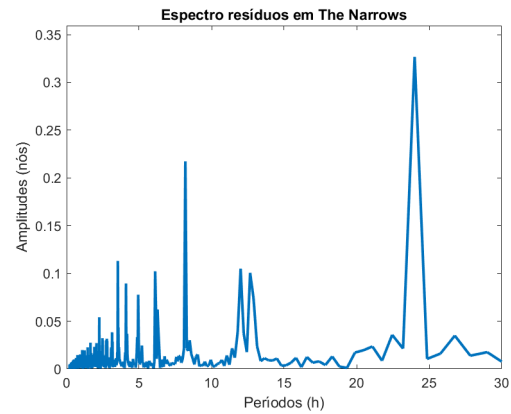
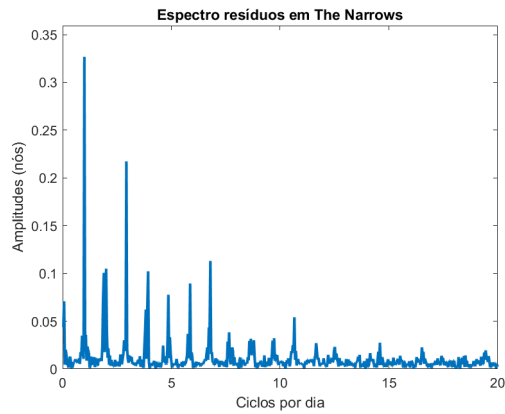
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



N.3 Método Boon, 29 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

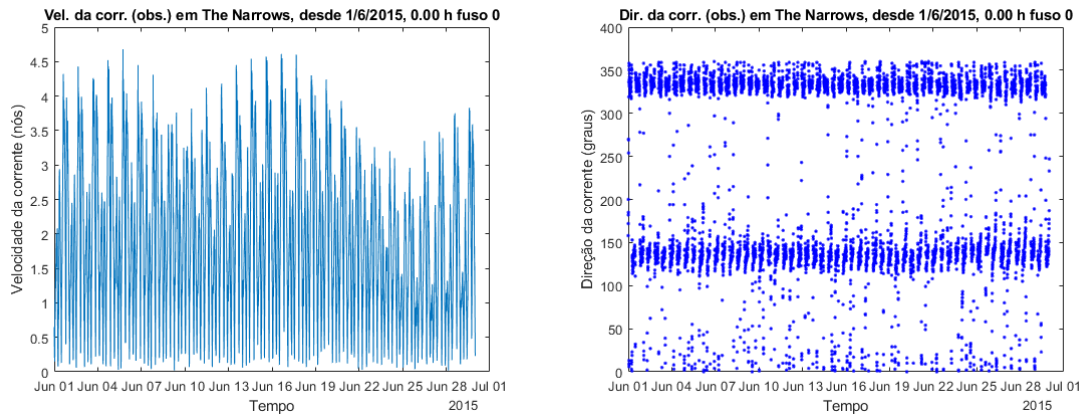
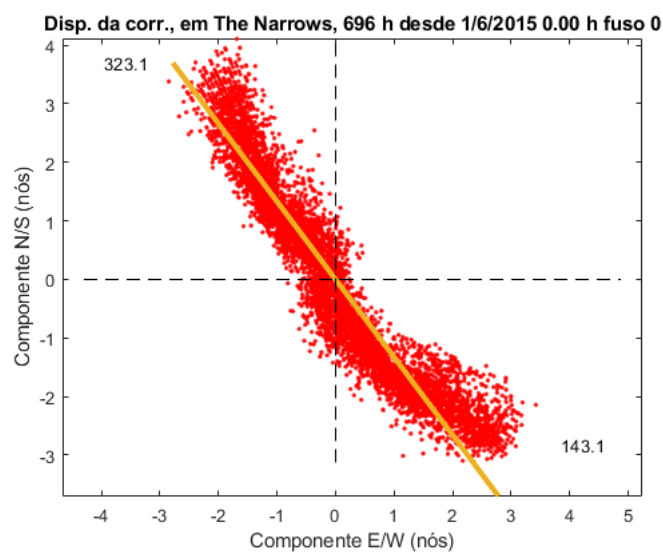
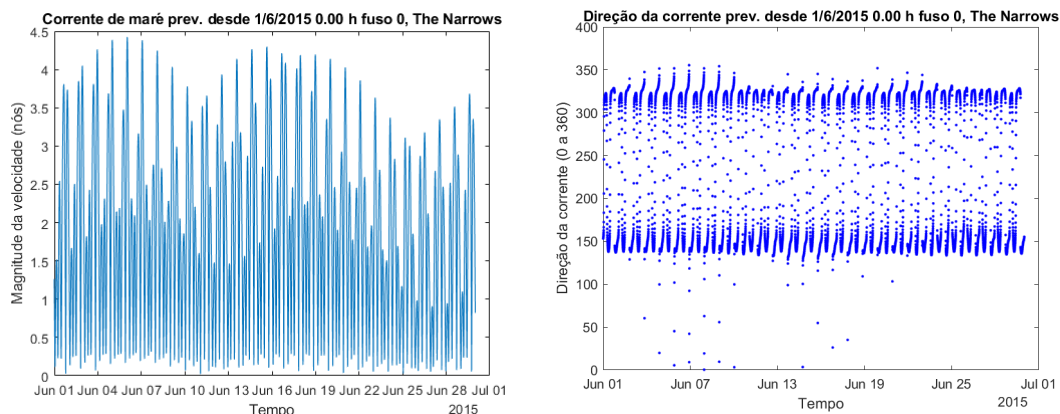


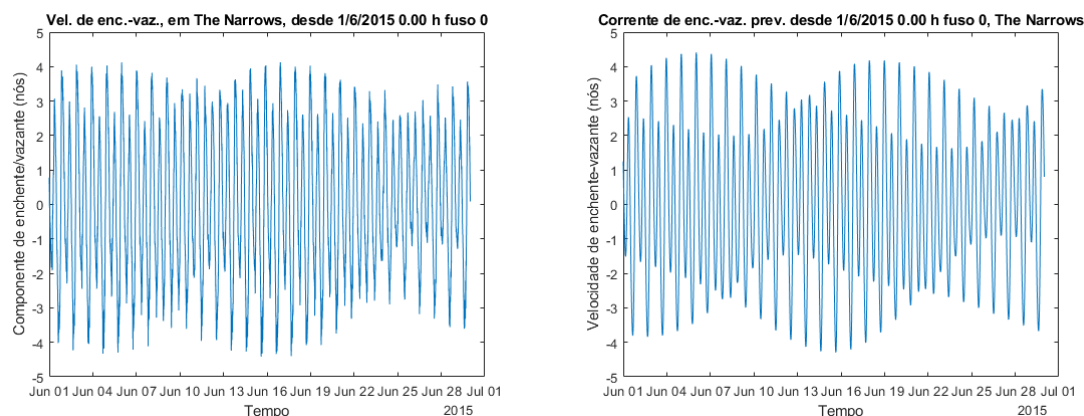
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



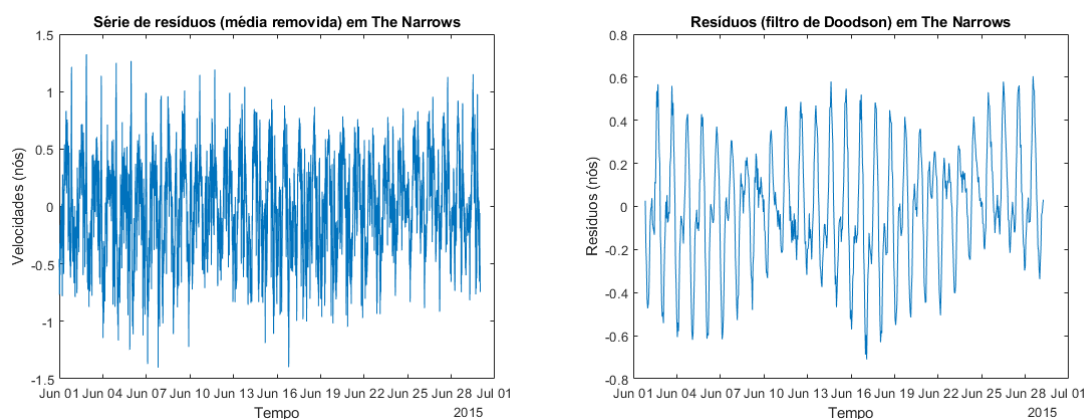
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



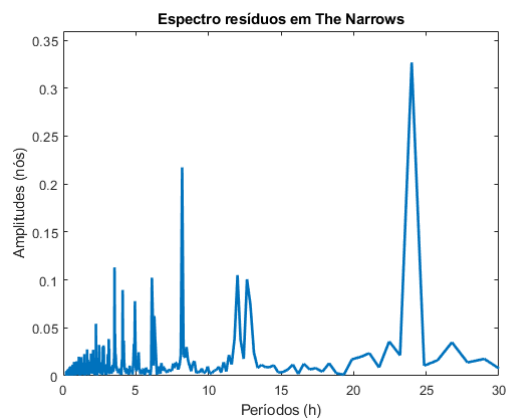
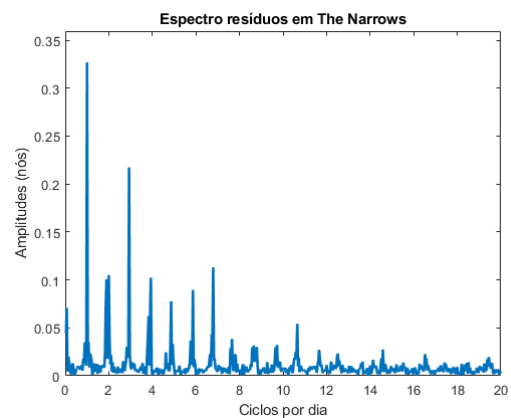
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



Apêndice O - Controlo de Resíduos de Correntes, em The Narrows, de 1JUN15 a 31AGO15, na Posição $\varphi = 47,3060^{\circ}N$ e $\lambda = 122,55^{\circ}W$, na Imersão 12,41 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”

O.1 Método Séries de Fourier, 92 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

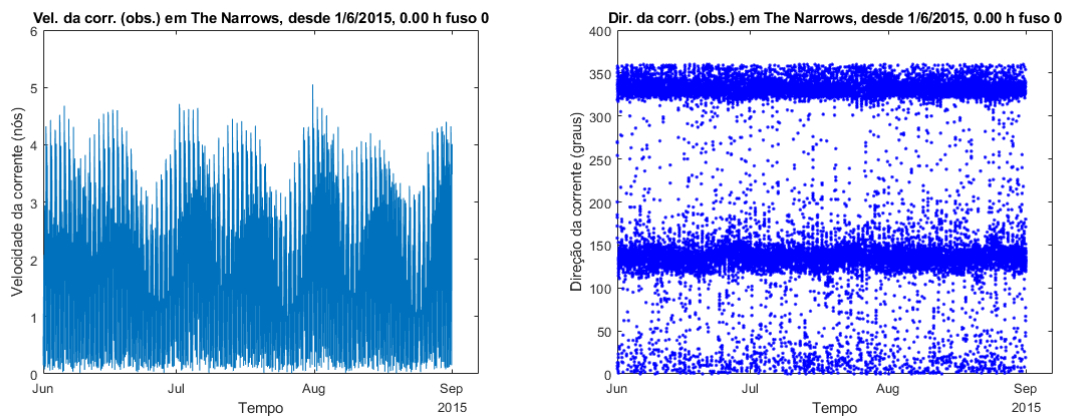
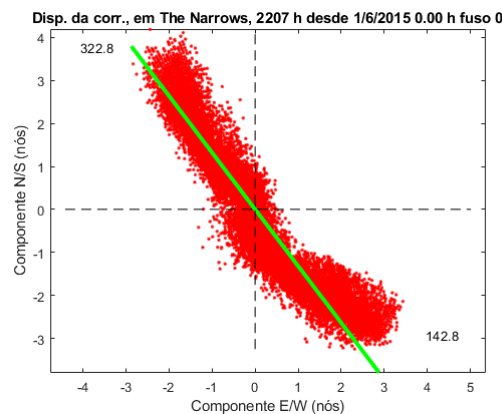
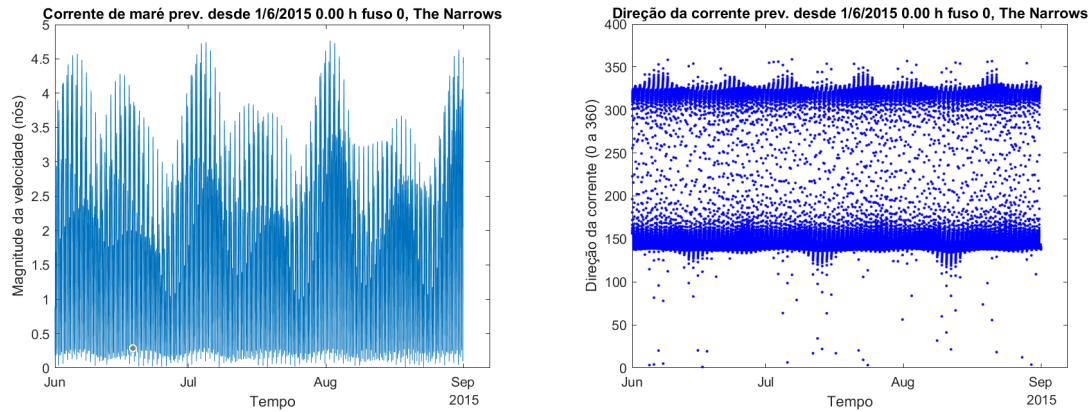


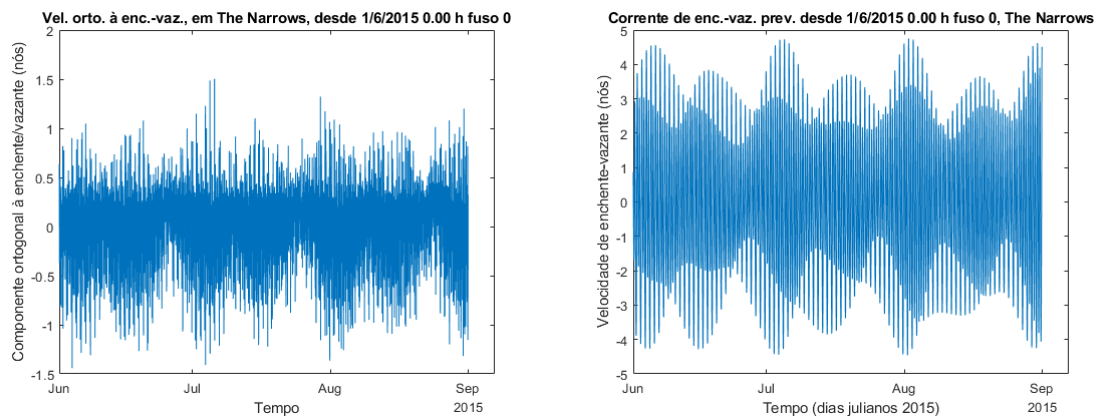
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



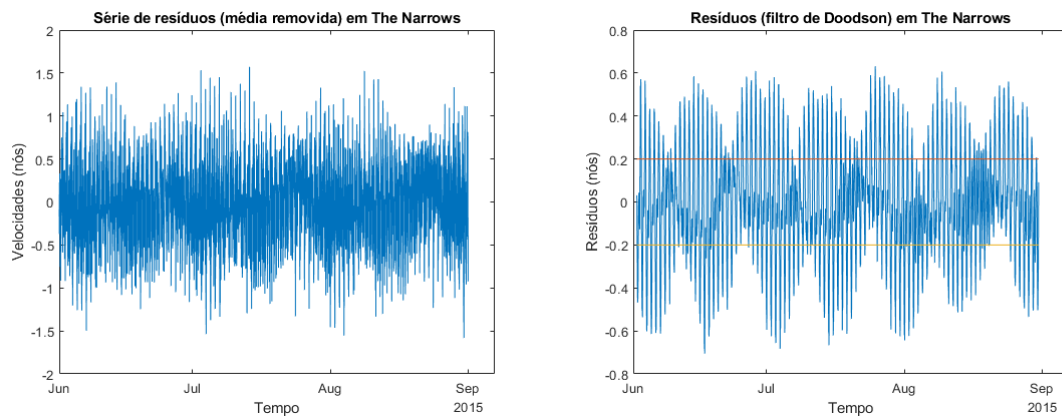
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



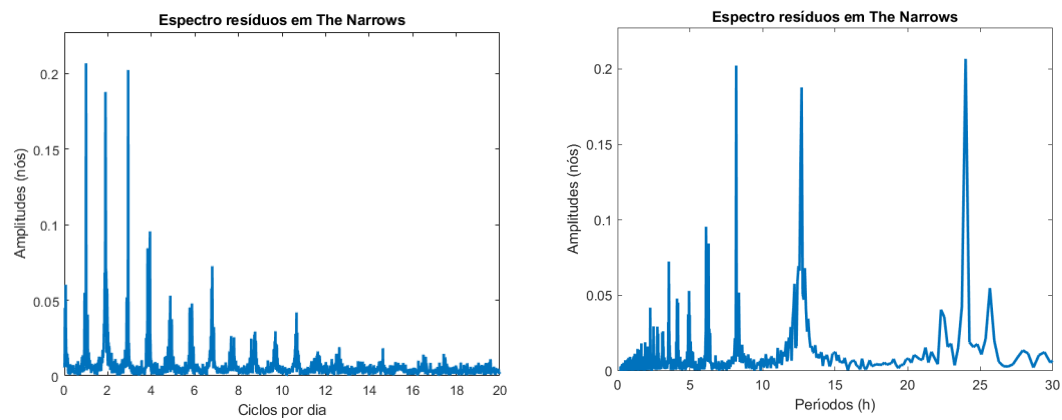
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



O.2 Método Boon e Kiley, 92 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

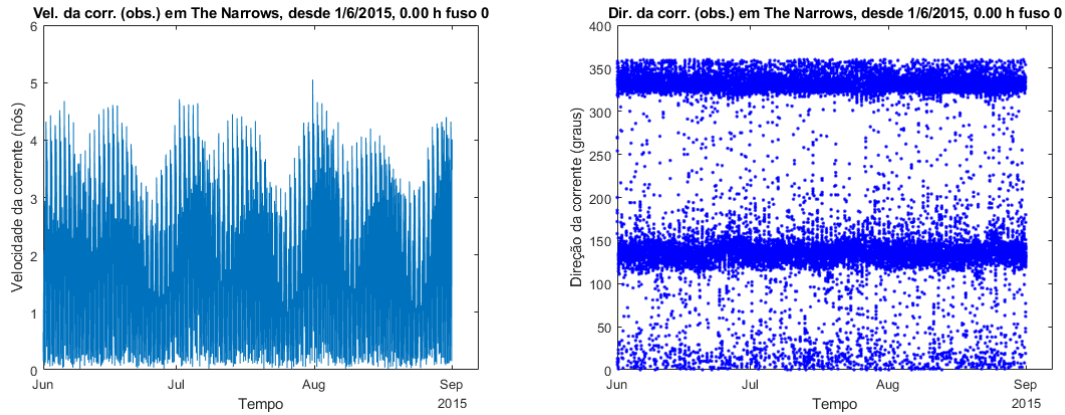
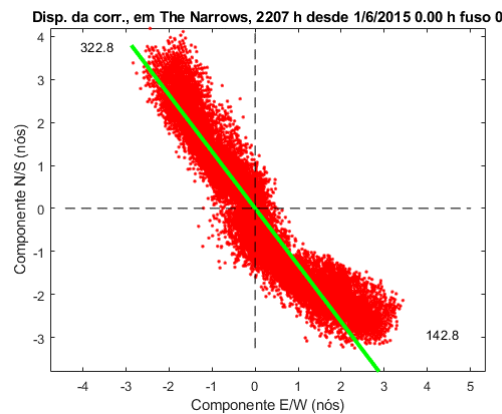
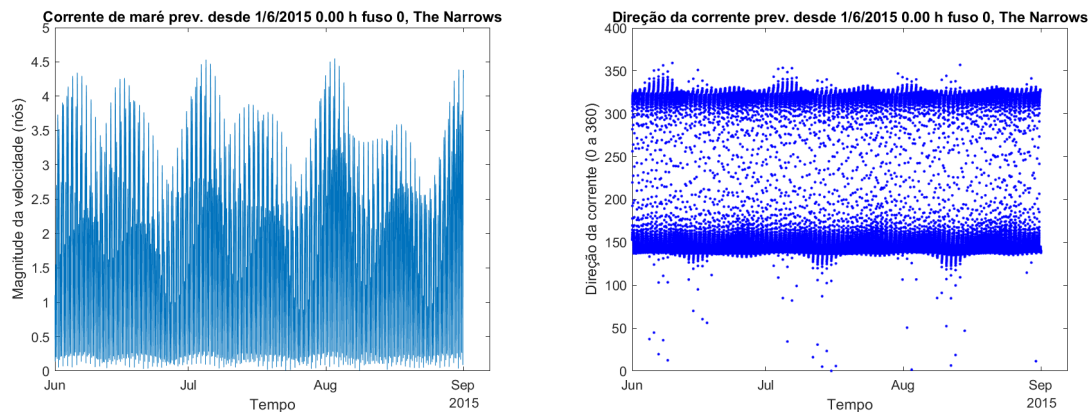


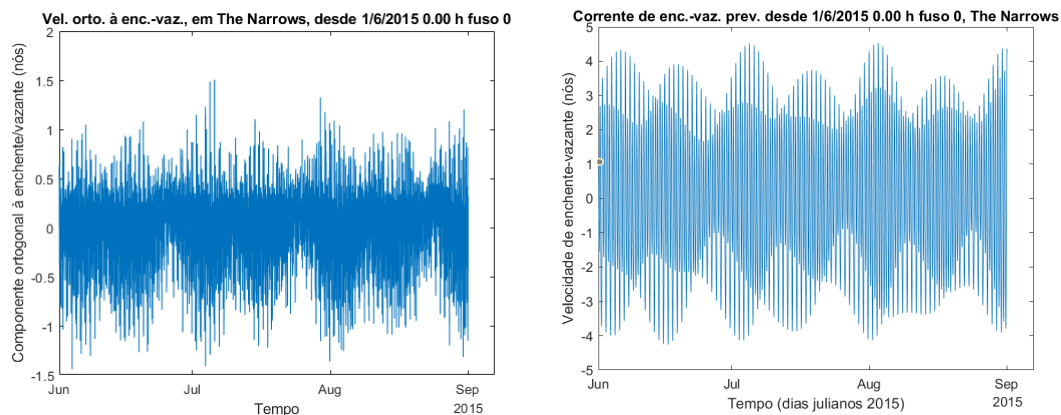
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



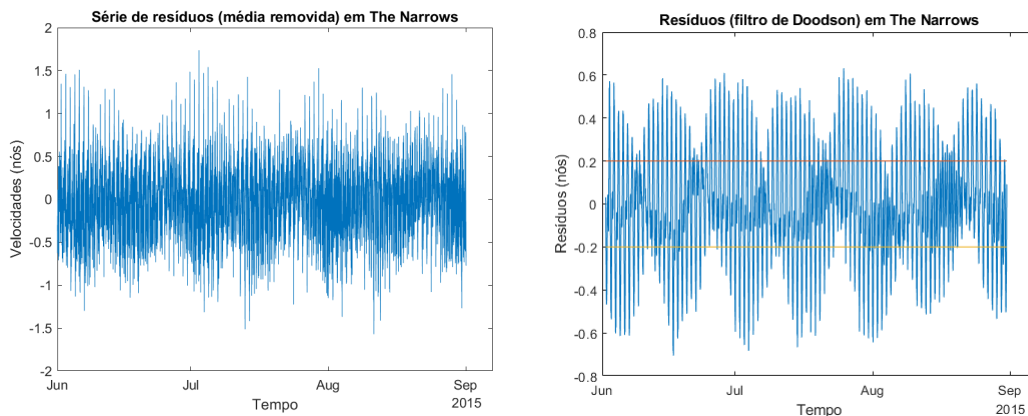
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



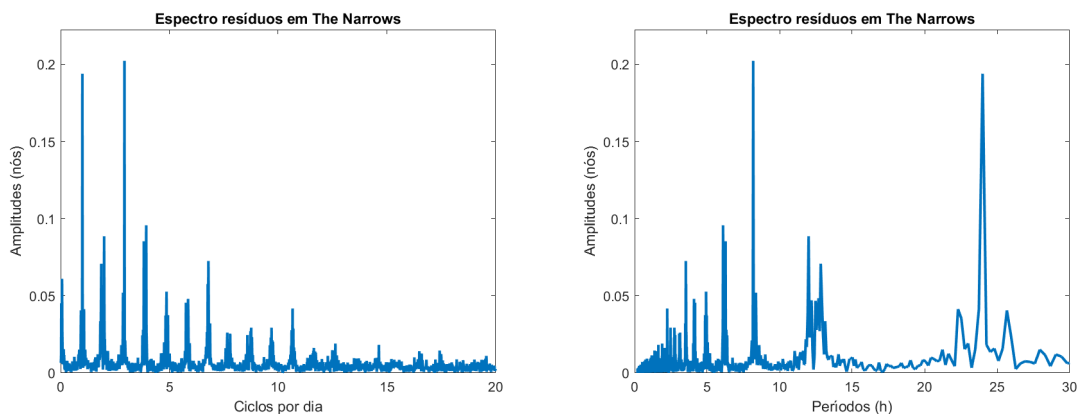
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



O.3 Método Boon, 92 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

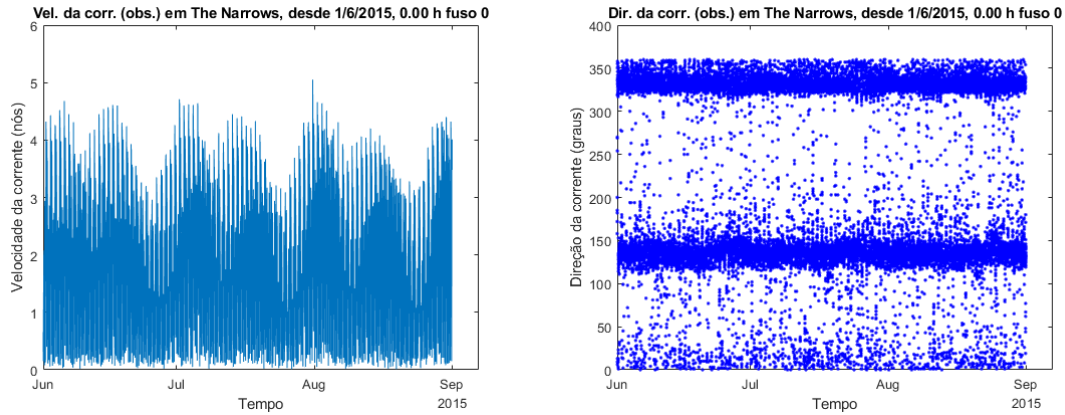
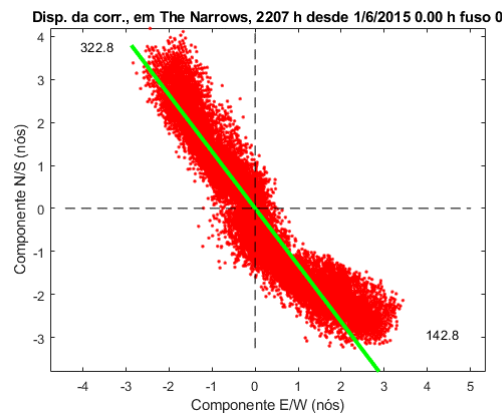
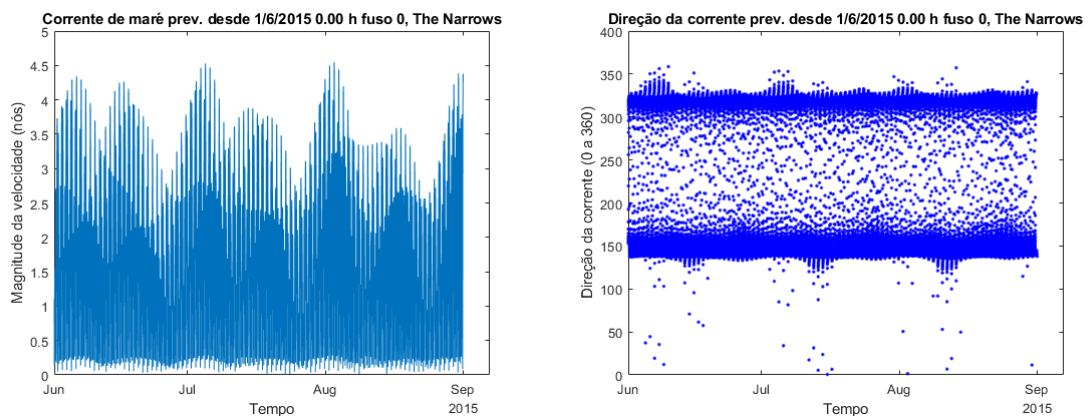


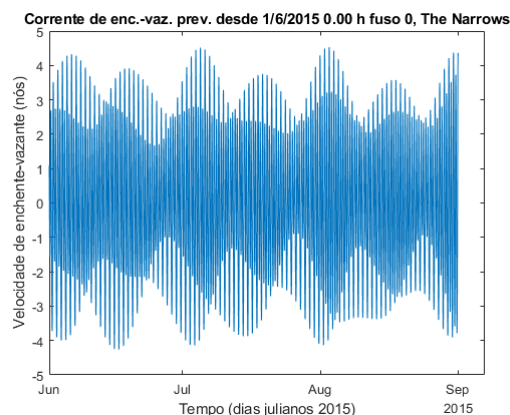
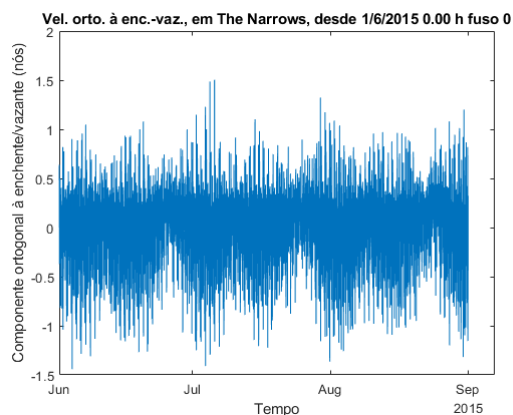
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



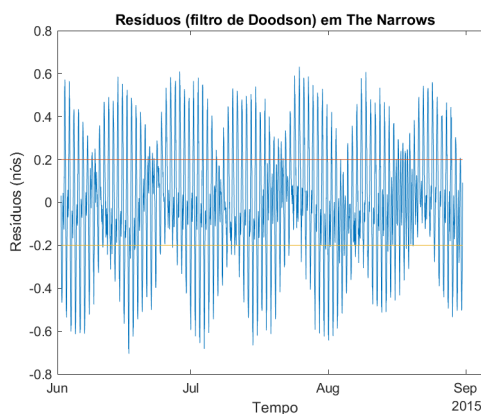
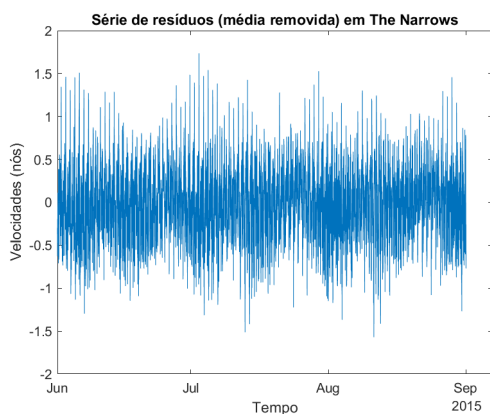
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



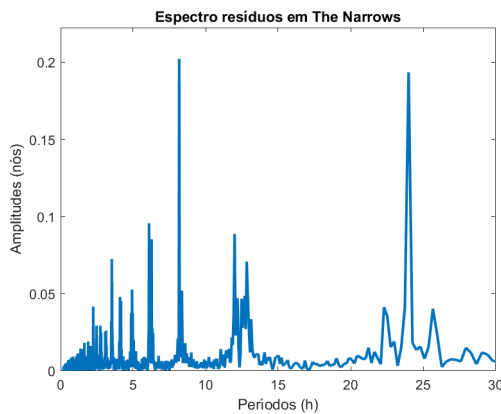
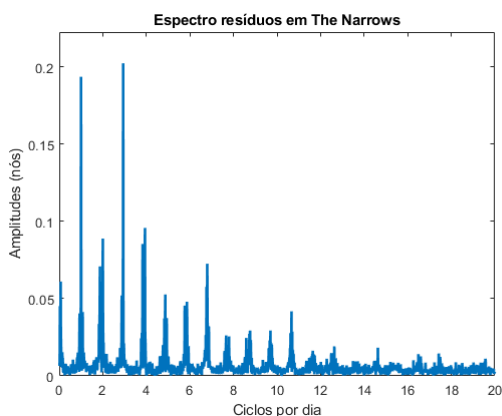
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



Apêndice P - Controlo de Resíduos de Correntes, em Trafaria, de 4MAI a 27JUN16, na Posição $\varphi = 38,6802^{\circ}N$ e $\lambda = 9,22027^{\circ}W$, na Imersão 2 m Abaixo do “Zero Hidrográfico”

P.1 Método Séries de Fourier, 54 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

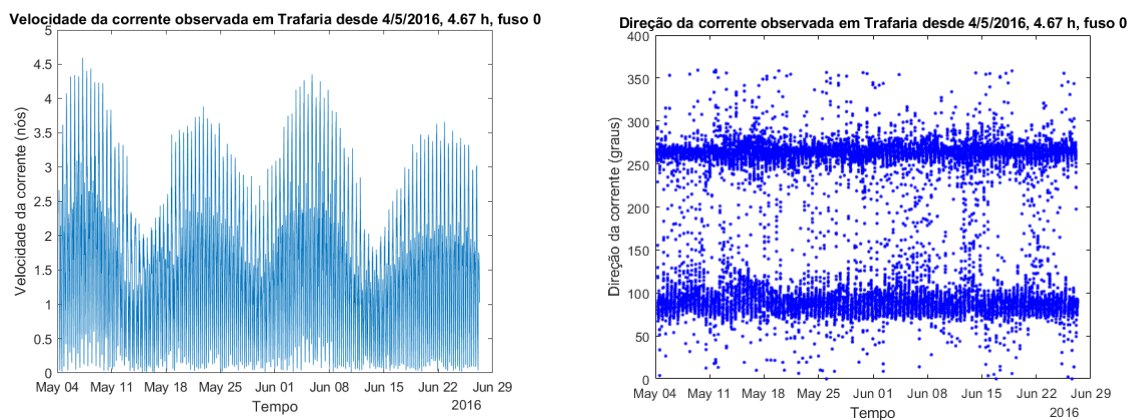
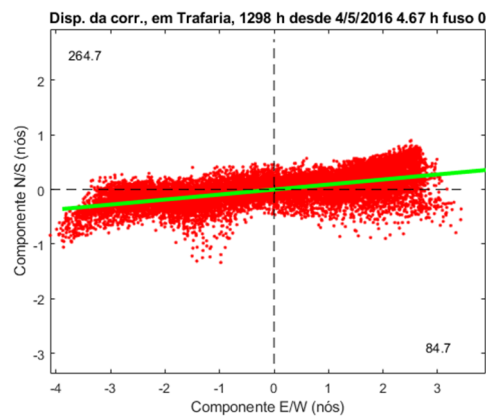
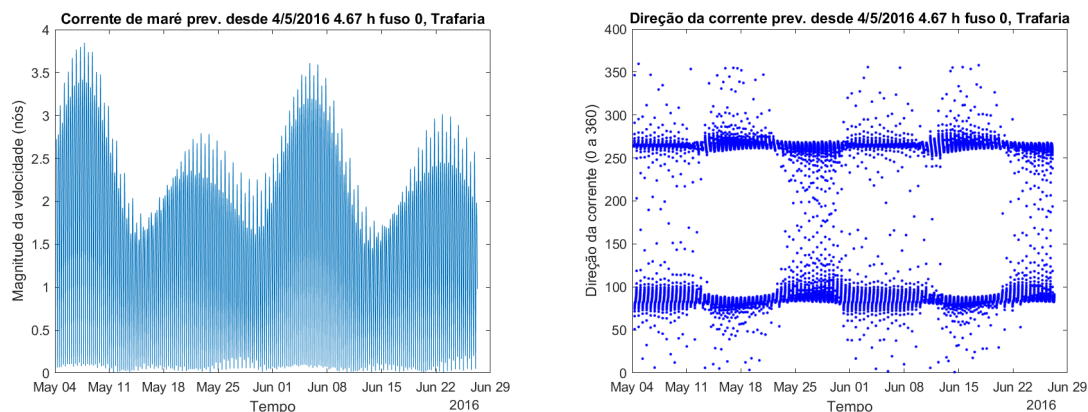


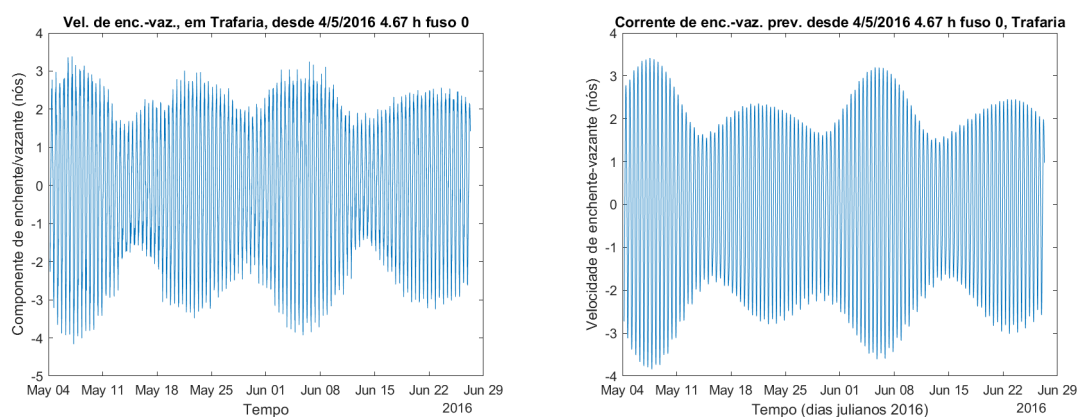
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



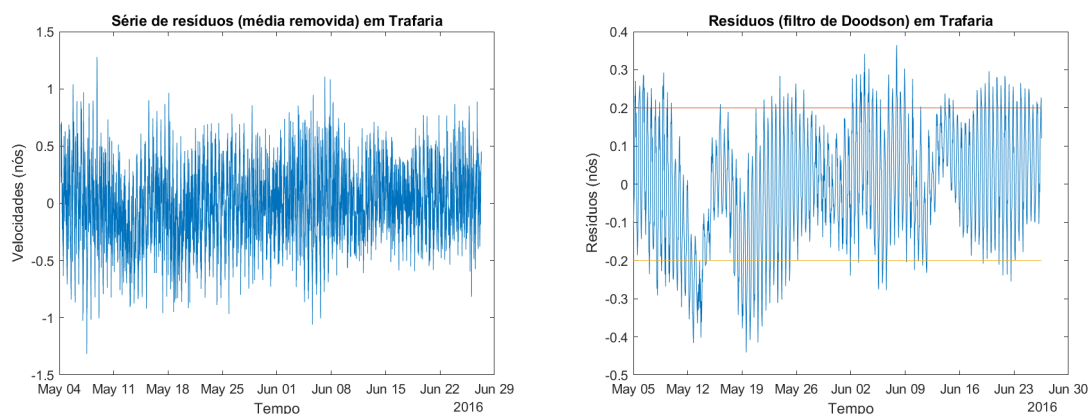
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



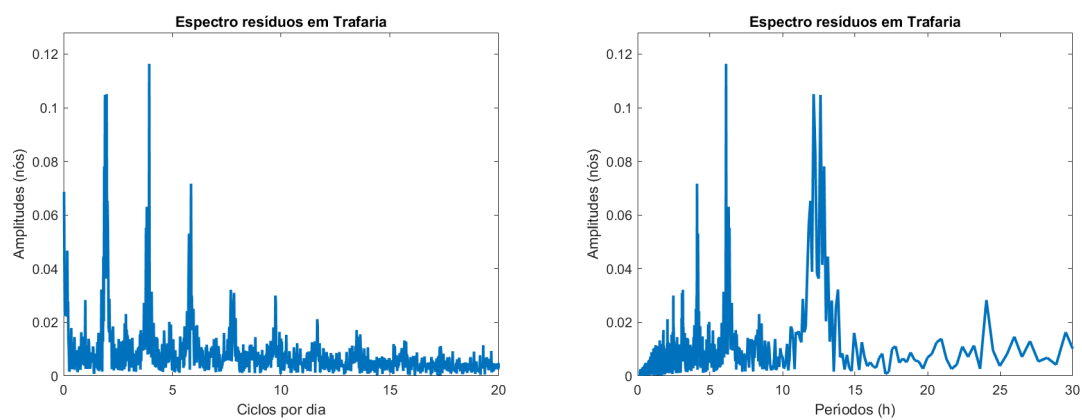
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



P.2 Método Boon e Kiley, 54 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

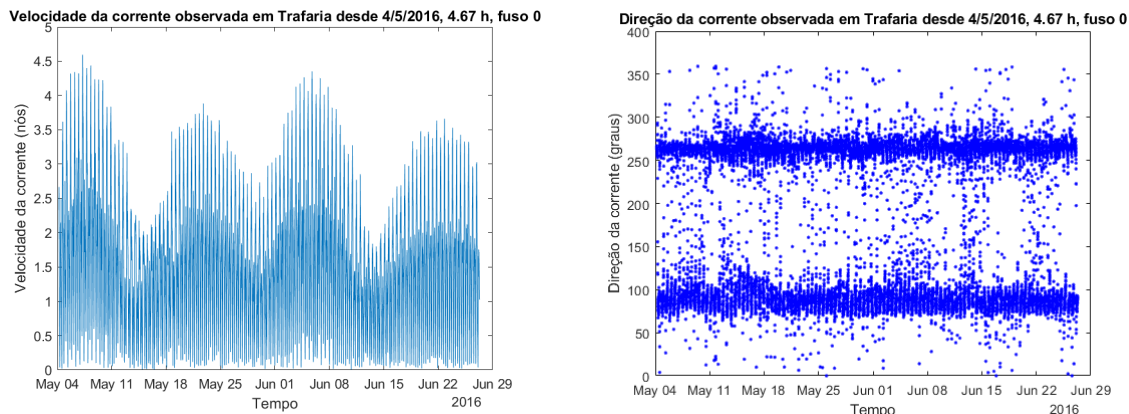
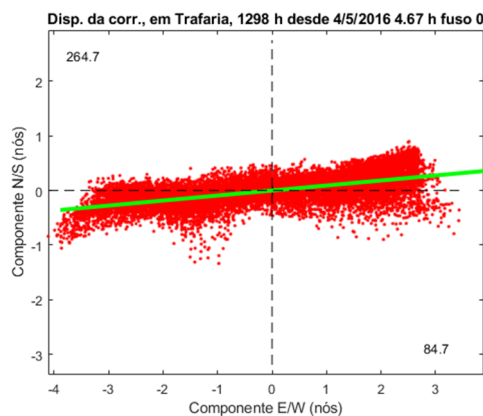
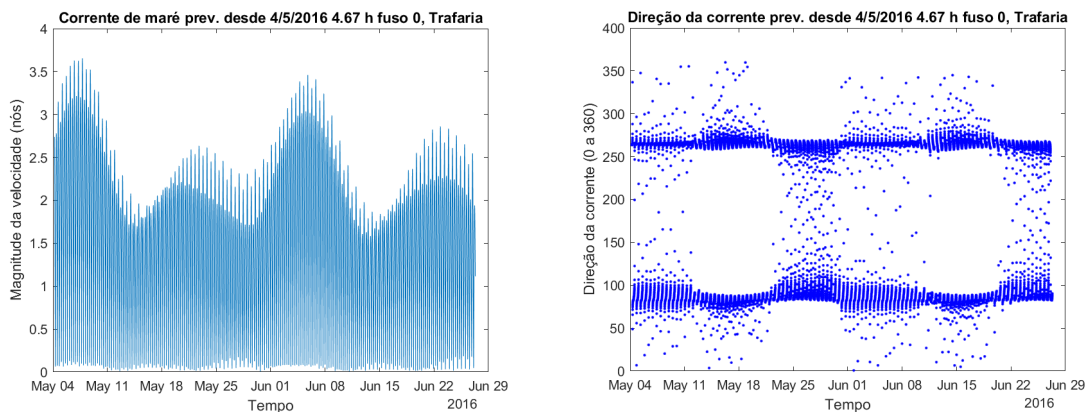


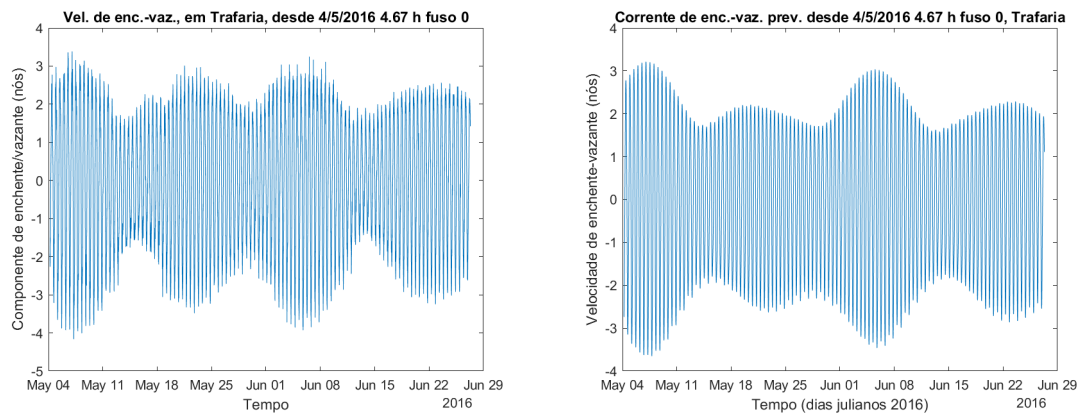
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



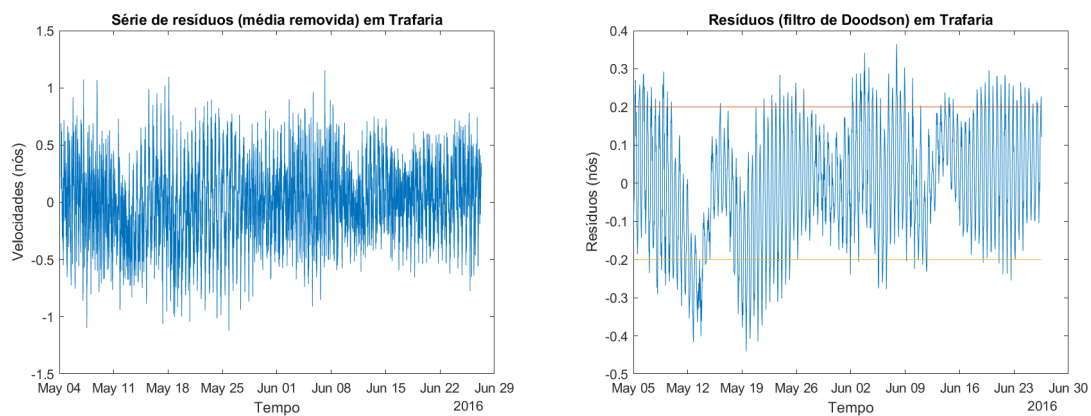
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



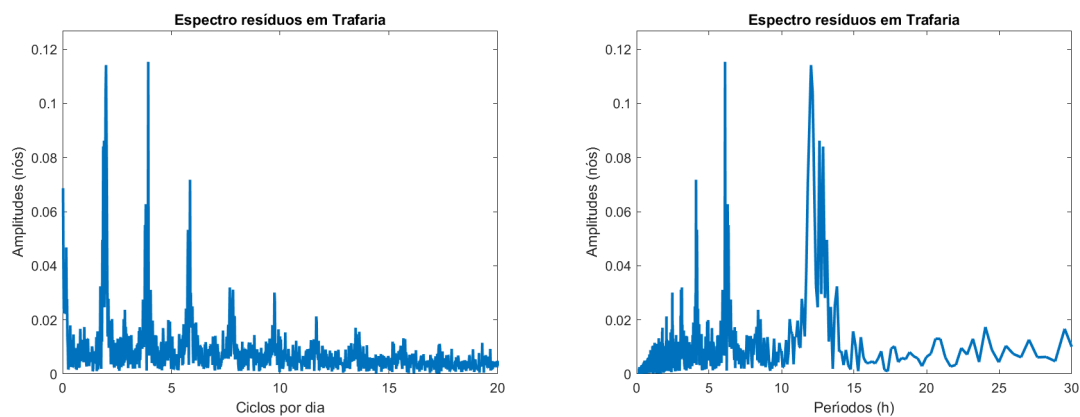
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



P.3 Método Boon, 54 dias

Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré observada:

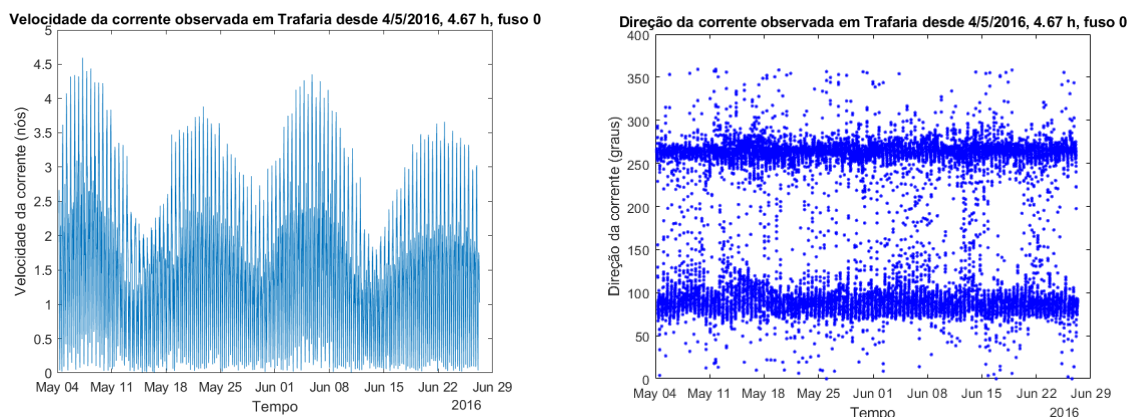
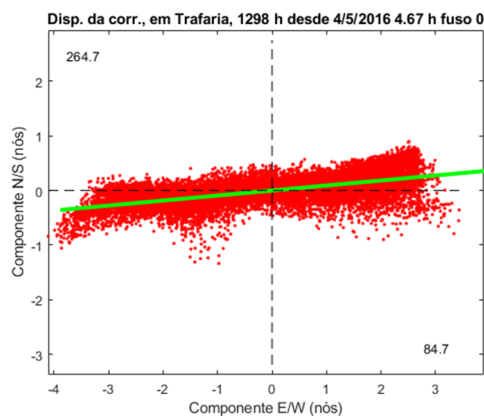
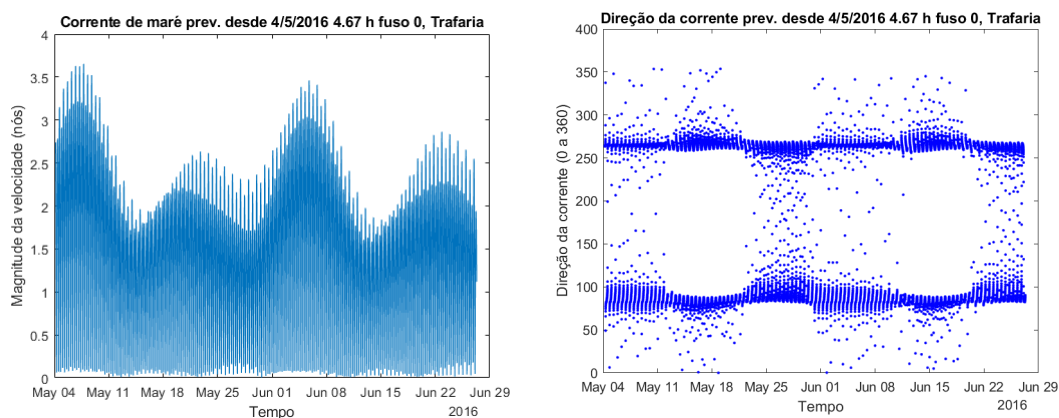


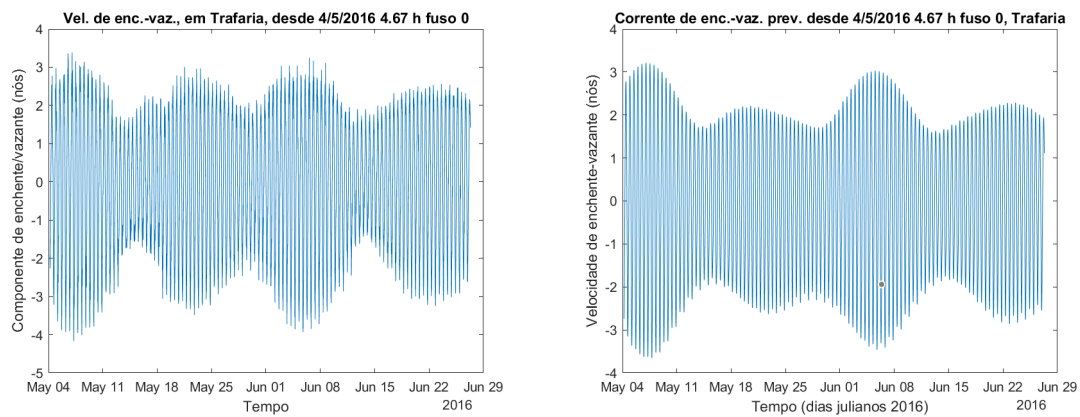
Diagrama de dispersão da corrente observada e eixo principal da corrente:



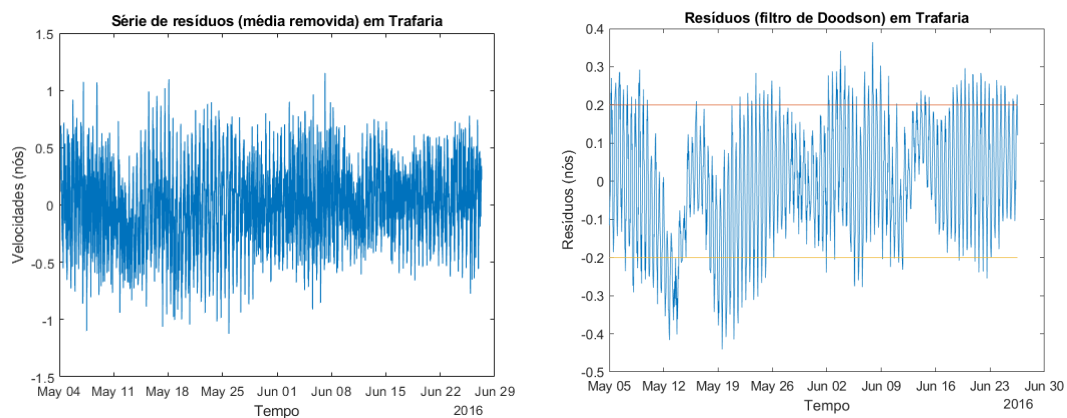
Velocidade (nós) (esq.) e direção (dir.) da corrente de maré prevista:



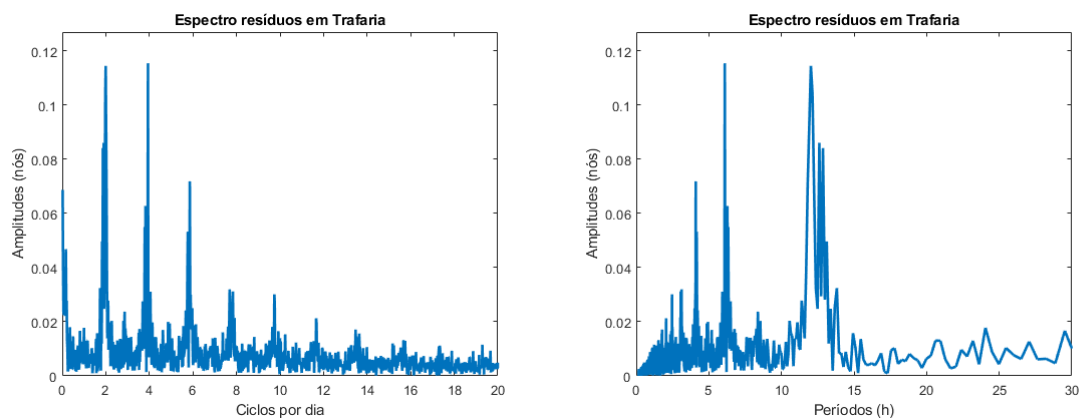
Velocidade (nós) da componente enchente-vazante observada (esq.) e prevista (dir.):



Corrente residual da componente enchente-vazante (observada – prevista) (esq.) e corrente residual (não maré), por filtro de Doodson (dir.):



Espectros de amplitude da corrente residual de enchente-vazante (observada – prevista), por ciclos/dia (esq.) e por períodos (h) (dir.):



Apêndice Q - Testes de Previsões para o Porto de Leixões, com as Constantes Harmónicas das Análises de 365 Dias

Leixões (13 a 29 de janeiro de 2021, 365 dias)													
Datas	IH (Oficial)		Boon (2004)				Boon e Kiley (1978)				Fourier		
	Hora:Min	Alt.(m)	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T dif. Alt.
13/jan/21	02:43	3,5	02:42	3,47	-1	-0,03	02:42	3,46	-1	-0,04	02:41	3,51	-2 0,01
Lua Nova	08:59	0,5	08:58	0,42	-1	-0,08	08:57	0,43	-2	-0,07	08:55	0,38	-4 -0,12
	15:11	3,3	15:11	3,24	0	-0,06	15:11	3,24	0	-0,06	15:09	3,3	-2 0,00
	21:12	0,6	21:10	0,55	-2	-0,05	21:10	0,56	-2	-0,04	21:10	0,5	-2 -0,10
14/jan/21	03:28	3,6	03:27	3,53	-1	-0,07	03:27	3,52	-1	-0,08	03:26	3,56	-2 -0,04
	09:44	0,5	09:42	0,41	-2	-0,09	09:42	0,42	-2	-0,08	09:41	0,37	-3 -0,13
	15:55	3,3	15:55	3,22	0	-0,08	15:55	3,22	0	-0,08	15:54	3,28	-1 -0,02
15/jan/21	21:54	0,6	21:52	0,57	-2	-0,03	21:52	0,57	-2	-0,03	21:53	0,52	-1 -0,08
	04:11	3,6	04:09	3,51	-2	-0,09	04:10	3,51	-1	-0,09	04:10	3,95	-1 0,35
	10:26	0,5	10:23	0,47	-3	-0,03	10:24	0,47	-2	-0,03	10:24	0,43	-2 -0,07
16/jan/21	16:37	3,2	16:36	3,16	-1	-0,04	16:36	3,16	-1	-0,04	16:37	3,21	0 0,01
	22:35	0,7	22:32	0,65	-3	-0,05	22:33	0,64	-2	-0,06	22:35	0,6	0 -0,10
	04:52	3,5	04:50	3,43	-2	-0,07	04:51	3,43	-1	-0,07	04:53	3,47	1 -0,03
17/jan/21	11:07	0,6	11:06	0,65	-1	0,05	11:05	0,59	-2	-0,01	11:07	0,55	0 -0,05
	17:17	3,1	17:16	3,13	-1	0,03	17:17	3,07	0	-0,03	17:19	3,1	2 0,00
	23:14	0,8	23:14	0,84	0	0,04	23:13	0,76	-1	-0,04	23:16	0,73	2 -0,07
18/jan/21	05:32	3,4	05:32	3,30	0	-0,10	05:32	3,3	0	-0,10	05:35	3,34	3 -0,06
	11:47	0,8	11:45	0,74	-2	-0,06	11:46	0,74	-1	-0,06	11:49	0,71	2 -0,09
	17:56	3,0	17:58	2,94	2	-0,06	17:58	2,95	2	-0,05	18:01	2,98	5 -0,02
19/jan/21	23:54	1,0	23:55	0,92	1	-0,08	23:55	0,91	1	-0,09	23:59	0,88	5 -0,12
	06:13	3,2	06:13	3,13	0	-0,07	06:13	3,14	0	-0,06	06:17	3,17	4 -0,03
	12:27	1,0	12:27	0,91	0	-0,09	12:27	0,92	0	-0,08	12:31	0,9	4 -0,10
20/jan/21	18:37	2,8	18:41	2,81	4	0,01	18:40	2,82	3	0,02	18:44	2,84	7 0,04
	00:35	1,1	00:38	1,10	3	0,00	00:37	1,09	2	-0,01	00:42	1,06	7 -0,04
	06:55	3,0	06:57	2,95	2	-0,05	06:57	2,96	2	-0,04	07:01	2,99	6 -0,01
21/jan/21	13:09	1,1	13:11	1,09	2	-0,01	13:06	1,09	-3	-0,01	13:14	1,08	5 -0,02
	19:22	2,7	19:26	2,69	4	-0,01	19:25	2,69	3	-0,01	19:28	2,66	6 -0,04
	01:22	1,3	01:26	1,26	4	-0,04	01:24	1,26	2	-0,04	01:28	1,23	6 -0,07
22/jan/21	07:42	2,8	07:45	2,78	3	-0,02	07:44	2,78	2	-0,02	07:47	2,8	5 0,00
	13:58	1,3	14:00	1,25	2	-0,05	13:59	1,26	1	-0,04	14:01	1,24	3 -0,06
	20:16	2,6	20:18	2,58	2	-0,02	20:17	2,58	1	-0,02	20:19	2,6	3 0,00
23/jan/21	02:18	1,4	02:22	1,40	4	0,00	02:21	1,4	3	0,00	02:23	1,38	5 -0,02
	08:39	2,7	08:40	2,63	1	-0,07	08:40	2,63	1	-0,07	08:41	2,65	2 -0,05
	14:57	1,4	14:57	1,37	0	-0,03	14:58	1,38	1	-0,02	14:57	1,37	0 -0,03
24/jan/21	21:22	2,5	21:20	2,52	-2	0,02	21:20	2,52	-2	0,02	21:19	2,53	-3 0,03
	03:29	1,5	03:32	1,48	3	-0,02	03:31	1,48	2	-0,02	03:30	1,47	1 -0,03
	09:47	2,6	09:45	2,54	-2	-0,06	09:47	2,54	0	-0,06	09:46	2,55	-1 -0,05
25/jan/21	16:07	1,4	16:04	1,42	-3	0,02	16:06	1,43	-1	0,03	16:04	1,42	-3 0,02
	22:34	2,5	22:29	2,53	-5	0,03	22:30	2,53	-4	0,03	22:29	2,54	-5 0,04
	04:46	1,5	04:48	1,47	2	-0,03	04:48	1,47	2	-0,03	04:47	1,46	1 -0,04
26/jan/21	10:59	2,6	10:57	2,53	-2	-0,07	10:59	2,53	0	-0,07	10:58	2,54	-1 -0,06
	17:16	1,4	17:12	1,40	-4	0,00	17:14	1,4	-2	0,00	17:12	1,39	-4 -0,01
	23:39	2,6	23:36	2,62	-3	0,02	23:36	2,62	-3	0,02	23:36	2,63	-3 0,03
27/jan/21	05:54	1,4	05:55	1,37	1	-0,03	05:55	1,37	1	-0,03	05:55	1,35	1 -0,05
	12:03	2,7	12:02	2,60	-1	-0,10	12:02	2,61	-1	-0,09	12:03	2,62	0 -0,08
	18:13	1,3	18:10	1,30	-3	0,00	18:11	1,3	-2	0,00	18:10	1,28	-3 -0,02
28/jan/21	00:32	2,8	00:31	2,76	-1	-0,04	00:30	2,76	-2	-0,04	00:31	2,78	-1 -0,02
	06:48	1,2	06:49	1,21	1	0,01	06:47	1,21	-1	0,01	06:48	1,18	0 -0,02
	12:55	2,8	12:55	2,72	0	-0,08	12:54	2,73	-1	-0,07	12:55	2,75	0 -0,05
29/jan/21	19:00	1,2	18:58	1,16	-2	-0,04	18:58	1,16	-2	-0,04	18:59	1,14	-1 -0,06
	01:16	3,0	01:16	2,94	0	-0,06	01:15	2,94	-1	-0,06	01:16	2,96	0 -0,04
	07:32	1,1	07:33	1,03	1	-0,07	07:31	1,03	-1	-0,07	07:33	1,0	1 -0,10
30/jan/21	13:39	2,9	13:39	2,87	0	-0,03	13:38	2,88	-1	-0,02	13:40	2,9	1 0,00
	19:41	1,0	19:40	1,00	-1	0,00	19:39	1,00	-2	0,00	19:41	0,98	0 -0,02
	01:55	3,1	01:56	3,12	1	0,02	01:56	3,12	1	0,02	01:57	3,14	2 0,04
31/jan/21	08:11	0,9	08:12	0,85	1	-0,05	08:11	0,85	0	-0,05	08:13	0,82	2 -0,08
	14:18	3,0	14:18	3,03	0	0,03	14:19	3,03	1	0,03	14:20	3,04	2 0,04
	20:18	0,9	20:18	0,85	0	-0,05	20:18	0,85	0	-0,05	20:19	0,83	1 -0,07
1/fev/21	02:33	3,3	02:34	3,30	1	0,00	02:34	3,29	1	-0,01	02:35	3,3	2 0,00
	08:49	0,7	08:49	0,68	0	-0,02	08:49	0,69	0	-0,01	08:51	0,68	2 -0,02
	14:56	3,2	14:57	3,17	1	-0,03	14:56	3,16	0	-0,04	14:58	3,16	2 -0,04
2/fev/21	20:55	0,7	20:55	0,71	0	0,01	20:56	0,71	1	0,01	20:57	0,72	2 0,02
	03:10	3,4	03:11	3,44	1	0,04	03:11	3,43	1	0,03	03:12	3,42	2 0,02
	09:26	0,6	09:26	0,56	0	-0,04	09:26	0,57	0	-0,03	09:28	0,57	2 -0,03
3/fev/21	15:34	3,3	15:34	3,27	0	-0,03	15:35	3,27	1	-0,03	15:36	3,24	2 -0,06
	21:32	0,6	21:33	0,62	1	0,02	21:33	0,62	1	0,02	21:35	0,65	3 0,05
			Médias:		-0,08	-0,03	Médias:		-0,21	-0,03	Médias:		1,02 -0,03
			Des. Pad.:		1,99	0,04	Des. Pad.:		1,58	0,03	Des. Pad.:		2,81 0,06

Apêndice R - Testes de Previsões para o Porto de Leixões, com as Constantes Harmónicas das Análises de 29 Dias

Leixões (13 a 29 de janeiro de 2021, 29 dias)															
	IH (Oficial)		Boon (2004)				Boon e Kiley (1978)				Fourier				
Datas	Hora:Min	Alt.(m)	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	
13/jan/21	02:43	3,5	02:43	3,50	0	0,00	02:53	3,45	10	-0,05	02:52	3,40	9	-0,10	
Lua Nova	08:59	0,5	08:58	0,54	-1	0,04	09:08	0,62	9	0,12	09:05	0,68	6	0,18	
14/jan/21	15:11	3,3	15:09	3,34	-2	0,04	15:18	3,28	7	-0,02	15:16	3,23	5	-0,07	
	21:12	0,6	21:12	0,62	0	0,02	21:22	0,64	10	0,04	21:18	0,69	6	0,09	
	03:28	3,6	03:27	3,53	-1	-0,07	03:39	3,50	11	-0,10	03:37	3,44	9	-0,16	
	09:44	0,5	09:42	0,53	-2	0,03	09:55	0,58	11	0,08	09:51	0,64	7	0,14	
	15:55	3,3	15:52	3,32	-3	0,02	16:04	3,27	9	-0,03	16:02	3,22	7	-0,08	
15/jan/21	21:54	0,6	21:54	0,65	0	0,05	22:07	0,66	13	0,06	22:02	0,72	8	0,12	
	04:11	3,6	04:09	3,51	-2	-0,09	04:23	3,50	12	-0,10	04:20	3,44	9	-0,16	
	10:26	0,5	10:24	0,56	-2	0,06	10:40	0,60	14	0,10	10:35	0,65	9	0,15	
	16:37	3,2	16:34	3,25	-3	0,05	16:48	3,22	11	0,02	16:46	3,17	9	-0,03	
	22:35	0,7	22:35	0,73	0	0,03	22:49	0,72	14	0,02	22:43	0,77	8	0,07	
16/jan/21	04:52	3,5	04:49	3,43	-3	-0,07	05:05	3,44	13	-0,06	05:02	3,39	10	-0,11	
	11:07	0,6	11:05	0,65	-2	0,05	11:22	0,66	15	0,06	11:16	0,70	9	0,10	
	17:17	3,1	17:15	3,13	-2	0,03	17:31	3,13	14	0,03	17:27	3,09	10	-0,01	
	23:14	0,8	23:13	0,84	-1	0,04	23:29	0,82	15	0,02	23:21	0,86	7	0,06	
	05:32	3,4	05:30	3,32	-2	-0,08	05:45	3,35	13	-0,05	05:41	3,31	9	-0,09	
17/jan/21	11:47	0,8	11:47	0,78	0	-0,02	12:03	0,76	16	-0,04	11:55	0,79	8	-0,01	
	17:56	3,0	17:57	2,99	1	-0,01	18:11	3,00	15	0,00	18:06	2,97	10	-0,03	
	23:54	1,0	23:54	0,98	0	-0,02	00:09	0,95	15	-0,05	00:00	0,97	6	-0,03	
	06:13	3,2	06:10	3,17	-3	-0,03	06:25	3,22	12	0,02	06:18	3,20	5	0,00	
	12:27	1,0	12:29	0,94	2	-0,06	12:44	0,89	17	-0,11	12:33	0,90	6	-0,10	
19/jan/21	18:37	2,8	18:39	2,83	1	0,03	18:52	2,87	15	0,07	18:45	2,85	8	0,05	
	00:35	1,1	00:35	1,13	0	0,03	00:46	1,08	11	-0,02	00:37	1,09	2	-0,01	
	06:55	3,0	06:53	3,01	-2	0,01	07:05	3,08	10	0,08	06:57	3,07	2	0,07	
	13:09	1,1	13:13	1,10	4	0,00	13:25	1,03	16	-0,07	13:14	1,03	5	-0,07	
	19:22	2,7	19:25	2,69	3	-0,01	19:34	2,73	12	0,03	19:27	2,72	5	0,02	
20/jan/21	01:22	1,3	01:21	1,28	-1	-0,02	01:28	1,22	6	-0,08	01:18	1,22	-4	-0,08	
	07:42	2,8	07:42	2,84	0	0,04	07:47	2,93	5	0,13	07:40	2,93	-2	0,13	
	Qua. Cres.	13:58	1,3	14:03	1,24	5	-0,06	14:08	1,17	10	-0,13	13:59	1,15	1	-0,15
	20:16	2,6	20:19	2,58	3	-0,02	20:20	2,62	4	0,02	20:15	2,62	-1	0,02	
	02:18	1,4	02:15	1,41	-3	0,01	02:14	1,35	-4	-0,05	02:06	1,33	-12	-0,07	
21/jan/21	08:39	2,7	08:39	2,69	0	-0,01	08:34	2,78	-5	0,08	08:29	2,80	-10	0,10	
	14:57	1,4	15:10	1,36	13	-0,04	14:56	1,28	-1	-0,12	14:50	1,25	-7	-0,15	
	21:22	2,5	21:23	2,52	1	0,02	21:12	2,55	-10	0,05	21:10	2,56	-12	0,06	
	03:29	1,5	03:23	1,48	-6	-0,02	03:08	1,44	-21	-0,06	03:02	1,41	-27	-0,09	
	09:47	2,6	09:47	2,60	0	0,00	09:28	2,66	-19	0,06	09:25	2,70	-22	0,10	
22/jan/21	16:07	1,4	16:07	1,41	0	0,01	15:50	1,36	-17	-0,04	15:43	1,31	-24	-0,09	
	22:34	2,5	22:32	2,55	-2	0,05	22:11	2,53	-23	0,03	22:08	2,55	-26	0,05	
	04:46	1,5	04:40	1,46	-6	-0,04	04:12	1,48	-34	-0,02	04:03	1,45	-43	-0,05	
	10:59	2,6	10:59	2,58	0	-0,02	10:31	2,59	-28	-0,01	10:26	2,64	-33	0,04	
	17:16	1,4	17:13	1,39	-3	-0,01	16:49	1,38	-27	-0,02	16:41	1,33	-35	-0,07	
24/jan/21	23:39	2,6	23:36	2,65	-3	0,05	23:14	2,58	-25	-0,02	23:10	2,61	-29	0,01	
	05:54	1,4	05:49	1,36	-5	-0,04	05:22	1,45	-32	0,05	05:11	1,41	-43	0,01	
	12:03	2,7	12:03	2,64	0	-0,06	11:37	2,59	-26	-0,11	11:33	2,64	-30	-0,06	
	18:13	1,3	18:09	1,30	-4	0,00	17:48	1,34	-25	0,04	17:42	1,29	-31	-0,01	
	00:32	2,8	00:29	2,80	-3	0,00	00:14	2,70	-18	-0,10	00:14	2,73	-18	-0,07	
25/jan/21	06:48	1,2	06:45	1,21	-3	0,01	06:26	1,34	-22	0,14	06:20	1,31	-28	0,11	
	12:55	2,8	12:55	2,75	0	-0,05	12:37	2,64	-18	-0,16	12:37	2,70	-18	-0,10	
	19:00	1,2	18:56	1,18	-4	-0,02	18:42	1,25	-18	0,05	18:39	1,19	-21	-0,01	
	01:16	3,0	01:14	2,98	-2	-0,02	01:06	2,86	-10	-0,14	01:06	2,90	-10	-0,10	
	07:32	1,1	07:30	1,04	-2	-0,06	07:21	1,19	-11	0,09	07:17	1,15	-15	0,05	
26/jan/21	13:39	2,9	13:39	2,87	0	-0,03	13:29	2,75	-10	-0,15	13:29	2,81	-10	-0,09	
	19:41	1,0	19:38	1,04	-3	0,04	19:30	1,12	-1	0,12	19:28	1,06	-13	0,06	
	01:55	3,1	01:55	3,16	0	0,06	01:52	3,04	-3	-0,06	01:52	3,09	-3	-0,01	
	08:11	0,9	08:10	0,87	-1	-0,03	08:08	1,02	-3	0,12	08:04	0,97	-7	0,07	
	14:18	3,0	14:18	3,00	0	0,00	14:15	2,88	-3	-0,12	14:14	2,94	-4	-0,06	
28/jan/21	20:18	0,9	20:16	0,89	-2	-0,01	20:14	0,97	-4	0,07	20:12	0,92	-6	0,02	
	02:33	3,3	02:33	3,33	0	0,03	02:34	3,22	1	-0,08	02:35	3,26	2	-0,04	
	08:49	0,7	08:49	0,73	0	0,03	08:51	0,86	2	0,16	08:48	0,81	-1	0,11	
	Lua Cheia	14:56	3,2	14:56	3,12	0	-0,08	14:57	3,01	1	-0,19	14:58	3,06	2	-0,14
	20:55	0,7	20:54	0,75	-1	0,05	20:57	0,82	2	0,12	20:55	0,79	0	0,09	
29/jan/21	03:10	3,4	03:10	3,46	0	0,06	03:16	3,38	6	-0,02	03:16	3,41	6	0,01	
	09:26	0,6	09:26	0,62	0	0,02	09:32	0,71	6	0,11	09:30	0,68	4	0,08	
	15:34	3,3	15:33	3,22	-1	-0,08	15:38	3,14	4	-0,16	15:40	3,16	6	-0,14	
	21:32	0,6	21:32	0,65	0	0,05	21:38	0,69	6	0,09	21:38	0,68	6	0,08	
						Médias:	-0,80	-0,002			-0,38	-0,004			-4,91
					Des. Pad.:	2,66	0,041			14,54	0,086			14,71	0,087

Apêndice S - Testes de Previsões para o Porto de Boston, com as Constantes Harmônicas das Análises de 369 Dias

Boston (13 a 29 de janeiro de 2021, 369 dias)														
	NOAA (Oficial)		Boon (2004)				Boon e Kiley (1978)				Fourier			
Datas	Hora:Min	Alt.(m)	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.
13/jan/21	03:46	2,89	03:46	2,96	0	0,07	03:46	2,96	0	0,07	03:50	2,98	4	0,09
Lua Nova	09:40	0,00	09:41	-0,03	1	-0,03	09:40	-0,03	0	-0,03	09:43	-0,06	3	-0,06
	15:54	3,40	15:55	3,46	1	0,06	15:55	3,46	1	0,06	15:58	3,51	4	0,11
	22:22	-0,36	22:21	-0,41	-1	-0,05	22:21	-0,41	-1	-0,05	22:24	-0,46	2	-0,10
14/jan/21	04:38	2,91	04:37	2,97	-1	0,06	04:37	2,97	-1	0,06	04:41	3,00	3	0,09
	10:31	0,00	10:31	-0,01	0	-0,01	10:31	-0,01	0	-0,01	10:33	-0,04	2	-0,04
	16:45	3,36	16:45	3,42	0	0,06	16:45	3,42	0	0,06	16:48	3,46	3	0,10
15/jan/21	23:11	-0,32	23:10	-0,36	-1	-0,04	23:10	-0,35	-1	-0,03	23:13	-0,41	2	-0,09
	05:27	2,90	05:26	2,95	-1	0,05	05:26	2,95	-1	0,05	05:29	2,98	2	0,08
	11:20	0,04	11:20	0,03	0	-0,01	11:20	0,03	0	-0,01	11:22	0,01	2	-0,03
16/jan/21	17:35	3,27	17:33	3,33	-2	0,06	17:33	3,33	-2	0,06	17:36	3,36	1	0,09
	23:58	-0,24	23:59	-0,26	1	-0,02	23:59	-0,26	1	-0,02	23:58	-0,30	0	-0,06
	06:14	2,87	06:12	2,91	-2	0,04	06:13	2,92	-1	0,05	06:16	2,93	2	0,06
17/jan/21	12:09	0,10	12:08	0,09	-1	-0,01	12:08	0,09	-1	-0,01	12:11	0,08	2	-0,02
	18:23	3,16	18:21	3,2	-2	0,04	18:21	3,21	-2	0,05	18:21	3,21	-2	0,05
	00:43	-0,12	00:42	-0,15	-1	-0,03	00:44	-0,14	1	-0,02	00:46	-0,15	3	-0,03
18/jan/21	07:00	2,82	06:58	2,86	-2	0,04	06:59	2,87	-1	0,05	07:02	2,87	2	0,05
	12:57	0,18	12:57	0,16	0	-0,02	12:57	0,16	0	-0,02	13:00	0,17	3	-0,01
	19:10	3,01	19:09	3,05	-1	0,04	19:09	3,05	-1	0,04	19:12	3,03	2	0,02
19/jan/21	01:28	0,02	01:27	0	-1	-0,02	01:27	0	-1	-0,02	01:30	0	2	-0,02
	07:45	2,77	07:44	2,8	-1	0,03	07:44	2,81	-1	0,04	07:48	2,8	3	0,03
	13:46	0,27	13:47	0,24	1	-0,03	13:47	0,24	1	-0,03	13:50	0,26	4	-0,01
20/jan/21	19:58	2,85	19:58	2,88	0	0,03	19:57	2,88	-1	0,03	20:01	2,84	3	-0,01
	02:14	0,16	02:13	0,14	-1	-0,02	02:13	0,14	-1	-0,02	02:15	0,16	1	0,00
	08:32	2,72	08:30	2,75	-2	0,03	08:30	2,75	-2	0,03	08:34	2,73	2	0,01
21/jan/21	14:38	0,36	14:37	0,32	-1	-0,04	14:37	0,32	-1	-0,04	14:41	0,35	3	-0,01
	20:49	2,69	20:47	2,70	-2	0,01	20:47	2,70	-2	0,01	20:51	2,66	2	-0,03
	03:01	0,30	02:59	0,27	-2	-0,03	02:59	0,27	-2	-0,03	03:02	0,30	1	0,00
22/jan/21	09:20	2,68	09:18	2,70	-2	0,02	09:18	2,70	-2	0,02	09:21	2,68	1	0,00
	15:31	0,42	15:30	0,38	-1	-0,04	15:29	0,38	-2	-0,04	15:33	0,41	2	-0,01
	21:42	2,55	21:40	2,55	-2	0,00	21:39	2,55	-3	0,00	21:43	2,51	1	-0,04
23/jan/21	03:50	0,42	03:48	0,38	-2	-0,04	03:48	0,38	-2	-0,04	03:51	0,41	1	-0,01
	10:09	2,66	10:07	2,66	-2	0,00	10:08	2,66	-1	0,00	10:11	2,64	2	-0,02
	16:26	0,46	16:25	0,42	-1	-0,04	16:24	0,42	-2	-0,04	16:28	0,45	2	-0,01
24/jan/21	22:37	2,44	22:34	2,43	-3	-0,01	22:34	2,43	-3	-0,01	22:39	2,39	2	-0,05
	04:40	0,50	04:38	0,47	-2	-0,03	04:39	0,47	-1	-0,03	04:42	0,50	2	0,00
	11:00	2,65	10:59	2,64	-1	-0,01	11:00	2,65	0	0,00	11:03	2,62	3	-0,03
25/jan/21	17:22	0,46	17:21	0,42	-1	-0,04	17:21	0,43	-1	-0,03	17:25	0,45	3	-0,01
	23:33	2,38	23:31	2,35	-2	-0,03	23:31	2,35	-2	-0,03	23:36	2,34	3	-0,04
	05:32	0,55	05:30	0,52	-2	-0,03	05:31	0,52	-1	-0,03	05:34	0,54	2	-0,01
26/jan/21	11:52	2,68	11:52	2,66	0	-0,02	11:52	2,66	0	-0,02	11:56	2,64	4	-0,04
	18:18	0,42	18:18	0,39	0	-0,03	18:18	0,39	0	-0,03	18:21	0,40	3	-0,02
	00:31	2,37	00:29	2,34	-2	-0,03	00:29	2,33	-2	-0,04	00:33	2,33	2	-0,04
27/jan/21	06:24	0,56	06:23	0,53	-1	-0,03	06:23	0,53	-1	-0,03	06:26	0,54	2	-0,02
	12:45	2,74	12:44	2,71	-1	-0,03	12:44	2,71	-1	-0,03	12:47	2,70	2	-0,04
	19:12	0,34	19:12	0,32	0	-0,02	19:12	0,32	0	-0,02	19:14	0,32	2	-0,02
28/jan/21	01:25	2,40	01:23	2,36	-2	-0,04	01:23	2,36	-2	-0,04	01:23	2,36	-2	-0,04
	07:15	0,51	07:14	0,50	-1	-0,01	07:14	0,5	-1	-0,01	07:16	0,49	1	-0,02
	13:34	2,83	13:33	2,79	-1	-0,04	13:34	2,79	0	-0,04	13:36	2,79	2	-0,04
29/jan/21	20:01	0,23	20:02	0,22	1	-0,01	20:01	0,22	0	-0,01	20:03	0,21	2	-0,02
	02:14	2,47	02:13	2,43	-1	-0,04	02:13	2,43	-1	-0,04	02:14	2,46	0	-0,01
	08:03	0,43	08:02	0,44	-1	0,01	08:02	0,44	-1	0,01	08:04	0,42	1	-0,01
30/jan/21	14:20	2,94	14:20	2,89	0	-0,05	14:20	2,90	0	-0,04	14:21	2,91	1	-0,03
	20:46	0,10	20:47	0,11	1	0,01	20:46	0,11	0	0,01	20:47	0,10	1	0,00
	02:59	2,56	02:59	2,52	0	-0,04	02:59	2,52	0	-0,04	02:59	2,55	0	-0,01
31/jan/21	08:49	0,33	08:48	0,35	-1	0,02	08:48	0,36	-1	0,03	08:49	0,33	0	0,00
	15:03	3,05	15:03	3,01	0	-0,04	15:03	3,01	0	-0,04	15:03	3,03	0	-0,02
	21:29	-0,02	21:29	0	0	0,02	21:28	0	-1	0,02	21:28	-0,02	-1	0,00
1/fev/21	03:41	2,65	03:41	2,63	0	-0,02	03:41	2,63	0	-0,02	03:40	2,66	-1	0,01
	09:32	0,22	09:32	0,26	0	0,04	09:32	0,26	0	0,04	09:32	0,26	0	0,04
	15:45	3,15	15:45	3,12	0	-0,03	15:45	3,12	0	-0,03	15:44	3,15	-1	0,00
2/fev/21	22:10	-0,13	22:10	-0,1	0	0,03	22:09	-0,11	-1	0,02	22:08	-0,12	-2	0,01
	04:22	2,74	04:21	2,74	-1	0,00	04:22	2,74	0	0,00	04:19	2,77	-3	0,03
	10:16	0,12	10:15	0,15	-1	0,03	10:15	0,16	-1	0,04	10:13	0,13	-3	0,01
3/fev/21	16:27	3,23	16:27	3,21	0	-0,02	16:27	3,21	0	-0,02	16:25	3,24	-2	0,01
	22:52	-0,22	22:51	-0,19	-1	0,03	22:51	-0,19	-1	0,03	22:50	-0,21	-2	0,01
	Médias: -0,82 0,00						Médias: -0,80 0,00				Médias: 1,38 0,00			
Des. Pad.: 0,95 0,03						Des. Pad.: 0,91 0,03				Des. Pad.: 1,71 0,04				

Apêndice T - Testes de Previsões para o Porto de Boston, com as Constantes Harmônicas das Análises de 29 Dias

Boston (13 a 29 de janeiro de 2021, 29 dias)														
Datas	NOAA (Oficial)		Boon (2004)				Boon e Kiley (1978)				Fourier			
	Hora:Min	Alt. (m)	Hora:Min	Alt. (m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt. (m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt. (m)	dif.T	dif. Alt.
13/jan/21	03:46	2,89	03:50	2,96	4	0,07	03:45	2,90	-1	0,01	03:48	2,92	2	0,03
Lua Nova	09:40	0,00	09:43	0,00	3	0,00	09:39	-0,06	-1	-0,06	09:41	-0,07	1	-0,07
	15:54	3,40	16:01	3,52	7	0,12	16:00	3,61	6	0,21	16:03	3,67	9	0,27
	22:22	-0,36	22:23	-0,4	1	-0,04	22:26	-0,38	4	-0,02	22:31	-0,42	9	-0,06
14/jan/21	04:38	2,91	04:40	3,01	2	0,10	04:39	2,95	1	0,04	04:44	2,95	6	0,04
	10:31	0,00	10:33	-0,02	2	-0,02	10:32	-0,06	1	-0,06	10:36	-0,06	2	-0,06
	16:45	3,36	16:50	3,50	5	0,14	16:53	3,59	8	0,23	16:57	3,363	12	0,00
15/jan/21	23:11	-0,32	23:12	-0,39	1	-0,07	23:18	-0,39	7	-0,07	23:24	-0,42	13	-0,10
	05:27	2,90	05:28	3,03	1	0,13	05:32	2,98	5	0,08	05:38	2,98	11	0,08
	11:20	0,04	11:22	-0,38	2	-0,42	11:25	-0,04	5	-0,08	11:29	-0,04	9	-0,08
16/jan/21	17:35	3,27	17:38	3,43	3	0,16	17:44	3,53	9	0,26	17:48	3,56	13	0,29
	23:58	-0,24	23:59	-0,01	1	0,23	00:08	-0,36	10	-0,12	00:14	-0,39	16	-0,15
	06:14	2,87	06:14	3,01	0	0,14	06:20	3,00	6	0,13	06:26	2,98	12	0,11
17/jan/21	12:09	0,10	12:10	-0,32	1	-0,42	12:15	0,00	6	-0,10	12:19	0,01	10	-0,09
	18:23	3,16	18:25	3,31	2	0,15	18:30	3,41	7	0,25	18:35	3,44	12	0,28
	00:43	-0,12	00:42	-0,22	-1	-0,10	00:49	-0,28	6	-0,16	00:52	-0,29	9	-0,17
18/jan/21	07:00	2,82	06:59	2,96	0	0,14	07:04	2,97	4	0,15	07:11	2,95	11	0,13
	12:57	0,18	12:58	0,11	1	-0,07	13:02	0,08	5	-0,10	13:05	0,1	8	-0,08
	19:10	3,01	19:11	3,14	1	0,13	19:14	3,24	4	0,23	19:20	3,25	10	0,24
19/jan/21	01:28	0,02	01:28	-0,07	0	-0,09	01:34	-0,14	6	-0,16	01:39	-0,14	11	-0,16
	07:45	2,77	07:45	2,9	0	0,13	07:48	2,9	3	0,13	07:56	2,88	17	0,11
	13:46	0,27	13:47	0,21	1	-0,06	13:50	0,21	4	-0,06	13:53	0,23	7	-0,04
20/jan/21	19:58	2,85	19:59	2,95	1	0,10	20:00	3,02	2	0,17	20:05	3,03	7	0,18
	02:14	0,16	02:13	0,09	-1	-0,07	02:18	0,03	4	-0,13	02:23	0,04	9	-0,12
	08:32	2,72	08:31	2,82	-1	0,10	08:36	2,82	4	0,10	08:43	2,8	11	0,08
21/jan/21	14:38	0,36	14:37	0,32	-1	-0,04	14:41	0,34	3	-0,02	14:44	0,37	6	0,01
	20:49	2,69	20:48	2,76	-1	0,07	20:49	2,8	0	0,11	20:54	2,79	5	0,10
	03:01	0,30	03:01	0,26	0	-0,04	03:06	0,2	5	-0,10	03:10	0,22	9	-0,08
22/jan/21	09:20	2,68	09:19	2,74	-1	0,06	09:27	2,75	7	0,07	09:31	2,72	11	0,04
	15:31	0,42	15:29	0,41	-2	-0,01	15:36	0,46	5	0,04	15:38	0,49	7	0,07
	21:42	2,55	21:40	2,58	-2	0,03	21:43	2,59	1	0,04	21:44	2,58	2	0,03
23/jan/21	03:50	0,42	03:50	0,42	0	0,00	03:55	0,36	5	-0,06	03:57	0,39	7	-0,03
	10:09	2,66	10:08	2,68	-1	0,02	10:16	2,69	7	0,03	10:17	2,67	8	0,01
	16:26	0,46	16:22	0,48	-4	0,02	16:29	0,53	3	0,07	16:28	0,57	2	0,11
24/jan/21	22:37	2,44	22:35	2,44	-2	0,00	22:34	2,43	-3	-0,01	22:32	2,4	-5	-0,04
	04:40	0,50	04:40	0,55	0	0,05	04:42	0,5	2	0,00	04:41	0,53	1	0,03
	11:00	2,65	11:00	2,64	0	-0,01	11:03	2,66	3	0,01	10:59	2,63	-1	-0,02
25/jan/21	17:22	0,46	17:18	0,5	-4	0,04	17:19	0,58	-3	0,12	17:17	0,62	-5	0,16
	23:33	2,38	23:32	2,35	-1	-0,03	23:24	2,3	-9	-0,08	23:19	2,26	-14	-0,12
	05:32	0,55	05:31	0,63	-1	0,08	05:27	0,6	-5	0,05	05:23	0,64	-9	0,09
26/jan/21	11:52	2,68	11:52	2,65	0	-0,03	11:50	2,65	-2	-0,03	11:43	2,61	-9	-0,07
	18:18	0,42	18:13	0,47	-5	0,05	18:13	0,59	-5	0,17	18:09	0,63	-9	0,21
	00:31	2,37	00:30	2,33	-1	-0,04	00:21	2,22	-10	-0,15	00:13	2,16	-18	-0,21
27/jan/21	06:24	0,56	06:22	0,65	-2	0,09	06:16	0,66	-8	0,10	06:09	0,7	-15	0,14
	12:45	2,74	12:42	2,7	-3	-0,04	12:41	2,67	-4	-0,07	12:33	2,64	-12	-0,10
	19:12	0,34	19:06	0,4	-6	0,06	19:10	0,54	-2	0,20	19:04	0,59	-8	0,25
28/jan/21	01:25	2,40	01:22	2,36	-3	-0,04	01:19	2,21	-6	-0,19	01:11	2,15	-14	-0,25
	07:15	0,51	07:12	0,61	-3	0,10	07:09	0,66	-6	0,15	07:00	0,7	-15	0,19
	13:34	2,83	13:30	2,8	-4	-0,03	13:33	2,76	-1	-0,07	13:24	2,72	-10	-0,11
29/jan/21	20:01	0,23	19:55	0,29	-6	0,06	20:02	0,43	1	0,20	19:55	0,48	-6	0,25
	02:14	2,47	02:10	2,43	-4	-0,04	02:09	2,27	-5	-0,20	02:01	2,21	-13	-0,26
	08:03	0,43	08:00	0,53	-3	0,10	07:59	0,59	-4	0,16	07:50	0,64	-13	0,21
30/jan/21	14:20	2,94	14:16	2,92	-4	-0,02	14:18	2,88	-2	-0,06	14:09	2,86	-11	-0,08
	20:46	0,10	20:41	0,15	-5	0,05	20:45	0,29	-1	0,19	20:38	0,34	-8	0,24
	02:59	2,56	02:54	2,54	-5	-0,02	02:51	2,38	-8	-0,18	02:43	2,32	-16	-0,24
31/jan/21	08:49	0,33	08:47	0,42	-2	0,09	08:43	0,48	-6	0,15	08:35	0,52	-14	0,19
	15:03	3,05	15:00	3,06	-3	0,01	14:59	3,03	-4	-0,02	14:51	3,02	-12	-0,03
	21:29	-0,02	21:24	0,01	-5	0,03	21:25	0,15	-4	0,17	21:19	0,19	-10	0,21
1/fev/21	03:41	2,65	03:36	2,67	-5	0,02	03:30	2,5	-11	-0,15	03:22	2,45	-19	-0,20
	09:32	0,22	09:31	0,3	-1	0,08	09:25	0,36	-7	0,14	09:17	0,39	-15	0,17
	15:45	3,15	15:42	3,19	-3	0,04	15:39	3,16	-6	0,01	15:32	3,17	-13	0,02
2/fev/21	22:10	-0,13	22:07	-0,12	-3	0,01	22:07	0,01	-3	0,14	22:03	0,03	-7	0,16
	04:22	2,74	04:17	2,8	-5	0,06	04:12	2,64	-10	-0,10	04:05	2,61	-17	-0,13
	10:16	0,12	10:15	0,17	-1	0,05	10:09	0,24	-7	0,12	10:03	0,25	-13	0,13
3/fev/21	16:27	3,23	16:25	3,3	-2	0,07	16:22	3,28	-5	0,05	16:16	3,31	-11	0,08
	22:52	-0,22	22:51	-0,23	-1	-0,01	22:52	-0,12	0	0,10	22:49	-0,13	-3	0,09
			Médias:		-1,04	0,02								
			Des. Pad.:	2,65	0,10		Des. Pad.:	5,35	0,12		Des. Pad.:	10,60	0,14	

Apêndice U - Testes de Previsões para Fort Independence, as Constantes Harmônicas das Análises de 29 Dias

Fort Independence (13 a 29 janeiro de 2021, 29 dias)															
	NOAA (Oficial)		Boon (2004)				Boon e Kiley (1978)				Fourier				
Data	Hora:Min	Vel. (nós)	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V	
13/jan/21	02:00	0,49	01:59	0,47	-1	-0,02	01:59	0,47	-1	-0,02	02:06	0,45	6	-0,04	
Lua Nova	05:24	0	04:46	0	-38		04:46	0	-38		04:49	0	-35		
14/jan/21	07:54	-0,49	07:52	-0,56	-2	-0,07	07:52	-0,56	-2	-0,07	07:53	-0,53	-1	-0,04	
	10:00	0	10:25	0	25		10:25	0	25		10:25	0	25		
	13:54	0,53	14:14	0,49	20	-0,04	14:14	0,49	20	-0,04	14:18	0,47	24	-0,06	
	17:36	0	17:05	0	-31		17:05	0	-31		17:06	0	-30		
	20:24	-0,56	20:17	-0,63	-7	-0,07	20:17	-0,63	-7	-0,07	20:19	-0,61	-5	-0,05	
	22:42	0	23:05	0	23		23:05	0	23		23:08	0	26		
	02:48	0,51	02:50	0,49	2	-0,02	02:50	0,49	2	-0,02	02:56	0,47	8	-0,04	
	06:12	0	05:39	0	-33		05:39	0	-33		05:41	0	-31		
	08:48	-0,48	08:43	-0,47	-5	0,01	08:43	-0,57	-5	-0,09	08:45	-0,54	-3	-0,06	
	10:54	0	11:17	0	23		11:17	0	23		11:18	0	24		
15/jan/21	14:42	0,49	15:04	0,49	22	0,00	15:04	0,49	22	0,00	15:08	0,47	26	-0,02	
	18:24	0	17:55	0	-29		17:55	0	-29		17:56	0	-28		
	21:12	-0,54	21:07	-0,63	-5	-0,09	21:07	-0,63	-5	-0,09	21:08	-0,61	-4	-0,07	
	23:24	0	23:55	0	31		23:55	0	31		23:57	0	33		
	03:30	0,51	03:39	0,49	9	-0,02	03:39	0,49	9	-0,02	03:44	0,47	14	-0,04	
	07:00	0	06:29	0	-31		06:29	0	-31		06:31	0	-29		
	09:36	-0,47	09:34	-0,57	-2	-0,10	09:34	-0,57	-2	-0,10	09:34	-0,54	-2	-0,07	
	11:42	0	12:07	0	25		12:07	0	25		12:07	0	25		
	15:42	0,47	15:51	0,48	9	0,01	15:51	0,48	9	0,01	15:54	0,46	12	-0,01	
	19:12	0	18:44	0	-28		18:44	0	-28		18:45	0	-27		
16/jan/21	22:00	-0,51	21:56	-0,62	-4	-0,11	21:56	-0,62	-4	-0,11	21:57	-0,6	-3	-0,09	
	00:12	0	00:42	0	30		00:42	0	30		00:43	0	31		
	04:18	0,5	04:27	0,48	9	-0,02	04:27	0,48	9	-0,02	04:30	0,46	12	-0,04	
	07:48	0	07:18	0	-30		07:18	0	-30		07:18	0	-30		
	10:24	-0,44	10:22	-0,56	-2	-0,12	10:22	-0,6	-2	-0,16	10:22	-0,53	-2	-0,09	
	12:30	0	12:56	0	26		12:56	0	26		12:55	0	25		
	16:42	0,46	16:37	0,46	-5	0,00	16:37	0,46	-5	0,00	16:37	0,44	-5	-0,02	
	20:06	0	19:32	0	-34		19:32	0	-34		19:32	0	-34		
	22:54	-0,48	22:46	-0,6	-8	-0,12	22:46	-0,6	-8	-0,12	22:46	-0,58	-8	-0,10	
	01:00	0	01:27	0	27		01:27	0	27		01:26	0	26		
17/jan/21	05:06	0,48	05:14	0,46	8	-0,02	05:14	0,46	8	-0,02	05:15	0,45	9	-0,03	
	08:36	0	08:05	0	-31		08:05	0	-31		08:05	0	-31		
	11:12	-0,41	11:10	-0,54	-2	-0,13	11:10	-0,54	-2	-0,13	11:09	-0,52	-3	-0,11	
	13:18	0	13:44	0	26		13:44	0	26		13:42	0	24		
	17:30	0,45	17:24	0,43	-6	-0,02	17:24	0,43	-6	-0,02	17:21	0,41	-9	-0,04	
	20:54	0	20:19	0	-35		20:19	0	-35		20:18	0	-36		
	23:42	-0,45	23:34	-0,56	-8	-0,11	23:34	-0,56	-8	-0,11	23:33	-0,55	-9	-0,10	
	01:54	0	02:10	0	16		02:10	0	16		02:09	0	15		
	05:42	0,46	05:55	0,43	13	-0,03	05:55	0,43	13	-0,03	05:52	0,42	10	-0,04	
	09:18	0	08:52	0	-26		08:52	0	-26		08:50	0	-28		
18/jan/21	12:00	-0,38	11:59	-0,51	-1	-0,13	11:59	-0,57	-1	-0,19	11:58	-0,56	-2	-0,18	
	14:06	0	14:30	0	24		14:30	0	24		14:27	0	21		
	18:12	0,44	18:10	0,39	-2	-0,05	18:10	0,39	-2	-0,05	18:03	0,38	-9	-0,06	
	21:48	0	21:07	0	-41		21:07	0	-41		21:04	0	-44		
	00:30	-0,41	00:21	-0,52	-9	-0,11	00:21	-0,52	-9	-0,11	00:20	-0,51	-10	-0,10	
	02:42	0	02:54	0	12		02:54	0	12		02:51	0	9		
	06:24	0,44	06:37	0,4	13	-0,04	06:37	0,4	13	-0,04	06:28	0,39	4	-0,05	
	10:06	0	09:39	0	-27		09:39	0	-27		09:36	0	-30		
	12:54	-0,34	12:49	-0,48	-5	-0,14	12:49	-0,48	-5	-0,14	12:47	-0,47	-7	-0,13	
	14:54	0	15:17	0	23		15:17	0	23		15:13	0	19		
19/jan/21	19:00	0,42	18:56	0,35	-4	-0,07	18:56	0,35	-4	-0,07	18:40	0,34	-20	-0,08	
	22:36	0	21:55	0	-41		21:55	0	-41		21:51	0	-45		
	01:24	-0,37	01:09	-0,48	-15	-0,11	01:09	-0,48	-15	-0,11	01:05	-0,47	-19	-0,10	
	03:30	0	03:38	0	8		03:38	0	8		03:33	0	3		
	07:24	0,42	07:21	0,37	-3	-0,05	07:21	0,37	-3	-0,05	07:07	0,36	-17	-0,06	
	10:54	0	10:27	0	-27		10:27	0	-27		10:22	0	-32		
	Qua. Cres.	13:42	-0,31	13:39	-0,45	-3	-0,14	13:39	-0,45	-3	-0,14	13:36	-0,45	-6	-0,14
		15:42	0	16:05	0	23		16:05	0	23		16:00	0	18	
		20:00	0,39	19:42	0,31	-18	-0,08	19:42	0,31	-18	-0,08	19:22	0,31	-38	-0,08
		23:24	0	22:45	0	-39		22:45	0	-39		22:39	0	-45	

Apêndice U. Testes de Previsões para Fort Independece, as Constantes
Harmônicas das Análises de 29 Dias

21/jan/21	02:12	-0,33	01:59	-0,43	-13	-0,10	01:59	-0,43	-13	-0,10	01:55	-0,43	-17	-0,10
	04:12	0	04:23	0	11		04:23	0	11		04:17	0	5	
	08:12	0,41	08:09	0,34	-3	-0,07	08:09	0,34	-3	-0,07	07:45	0,34	-27	-0,07
	11:42	0	11:16	0	-26		11:16	0	-26		11:09	0	-33	
	14:36	-0,28	14:30	-0,43	-6	-0,15	14:30	-0,43	-6	-0,15	14:25	-0,43	-11	-0,15
22/jan/21	16:30	0	16:55	0	25		16:55	0	25		16:49	0	19	
	20:54	0,36	20:37	0,28	-17	-0,08	20:37	0,28	-17	-0,08	20:10	0,29	-44	-0,07
	00:18	0	23:37	0	-41		23:37	0	-41		23:29	0	-49	
	03:06	-0,28	02:51	-0,4	-15	-0,12	02:51	-0,4	-15	-0,12	02:46	-0,4	-20	-0,12
	05:00	0	05:10	0	10		05:10	0	10		05:03	0	3	
23/jan/21	09:00	0,41	09:00	0,31	0	-0,10	09:00	0,31	0	-0,10	08:25	0,32	-35	-0,09
	12:36	0	12:06	0	-30		12:06	0	-30		11:58	0	-38	
	15:30	-0,28	15:21	-0,42	-9	-0,14	15:21	-0,42	-9	-0,14	15:15	-0,42	-15	-0,14
	17:30	0	17:48	0	18		17:48	0	18		17:40	0	10	
	21:54	0,34	21:42	0,27	-12	-0,07	21:42	0,27	-12	-0,07	21:05	0,27	-49	-0,07
24/jan/21	01:18	0	00:30	0	-48		00:30	0	-48		00:22	0	-56	
	04:00	-0,25	03:44	-0,38	-16	-0,13	03:44	-0,38	-16	-0,13	03:38	-0,38	-22	-0,13
	05:48	0	05:59	0	11		05:59	0	11		05:51	0	3	
	09:48	0,41	09:55	0,3	-7	-0,11	09:55	0,3	-7	-0,11	09:15	0,31	-33	-0,10
	13:30	0	12:57	0	-33		12:57	0	-33		12:48	0	-42	
25/jan/21	16:24	-0,28	16:12	-0,41	-12	-0,13	16:12	-0,41	-12	-0,13	16:06	-0,42	-18	-0,14
	18:30	0	18:42	0	12		18:42	0	12		18:33	0	3	
	22:42	0,34	22:46	0,27	4	-0,07	22:46	0,27	4	-0,07	22:11	0,26	-31	-0,08
	02:18	0	01:25	0	-53		01:25	0	-53		01:15	0	-63	
	04:54	-0,24	04:37	-0,37	-17	-0,13	04:37	-0,37	-17	-0,13	04:30	-0,37	-24	-0,13
26/jan/21	06:36	0	06:50	0	14		06:50	0	14		06:43	0	7	
	10:36	0,41	10:50	0,3	14	-0,11	10:50	0,3	14	-0,11	10:11	0,31	-25	-0,10
	14:24	0	13:48	0	-36		13:48	0	-36		13:39	0	-45	
	17:18	-0,31	17:03	-0,43	-15	-0,12	17:03	-0,43	-15	-0,12	16:58	-0,43	-20	-0,12
	19:30	0	19:36	0	6		19:36	0	6		19:27	0	-3	
27/jan/21	23:36	0,36	23:44	0,28	8	-0,08	23:44	0,28	8	-0,08	23:19	0,27	-17	-0,09
	03:06	0	02:18	0	-48		02:18	0	-48		02:09	0	-57	
	05:42	-0,25	05:28	-0,38	-14	-0,13	05:28	-0,38	-14	-0,13	05:21	-0,38	-21	-0,13
	07:30	0	07:43	0	13		07:43	0	13		07:35	0	5	
	11:24	0,42	11:41	0,31	17	-0,11	11:41	0,31	17	-0,11	11:09	0,32	-15	-0,10
28/jan/21	15:06	0	14:39	0	-27		14:39	0	-27		14:31	0	-35	
	18:06	-0,35	17:55	-0,45	-11	-0,10	17:55	-0,45	-11	-0,10	17:50	-0,45	-16	-0,10
	20:18	0	20:28	0	10		20:28	0	10		20:21	0	3	
	00:24	0,4	00:34	0,3	10	-0,10	00:34	0,3	10	-0,10	00:04	0,3	-20	-0,10
	03:54	0	03:10	0	-44		03:10	0	-44		03:02	0	-52	
29/jan/21	06:30	-0,29	06:17	-0,4	-13	-0,11	06:17	-0,4	-13	-0,11	06:12	-0,4	-18	-0,11
	08:18	0	08:35	0	17		08:35	0	17		08:29	0	11	
	12:12	0,42	12:29	0,33	17	-0,09	12:29	0,33	17	-0,09	12:06	0,34	-6	-0,08
	15:48	0	15:28	0	-20		15:28	0	-20		15:21	0	-27	
	19:48	-0,4	18:45	-0,47	-63	-0,07	18:45	-0,47	-63	-0,07	18:41	-0,48	-67	-0,08
30/jan/21	20:54	0	21:19	0	25		21:19	0	25		21:13	0	19	
	01:00	0,45	01:19	0,33	19	-0,12	01:19	0,33	19	-0,12	00:49	0,33	-11	-0,12
	04:36	0	03:59	0	-37		03:59	0	-37		03:53	0	-43	
	07:12	-0,33	07:06	-0,42	-6	-0,09	07:06	-0,42	-6	-0,09	07:02	-0,43	-10	-0,10
	09:06	0	09:26	0	20		09:26	0	20		09:22	0	16	
31/jan/21	13:00	0,43	13:13	0,36	13	-0,07	13:13	0,36	13	-0,07	12:57	0,37	-3	-0,06
	16:30	0	16:15	0	-15		16:15	0	-15		16:10	0	-20	
	19:30	-0,43	19:33	-0,5	3	-0,07	19:33	-0,5	3	-0,07	19:30	-0,51	0	-0,08
	21:36	0	22:06	0	30		22:06	0	30		22:03	0	27	
	01:30	0,48	01:52	0,36	22	-0,12	01:52	0,36	22	-0,12	01:40	0,36	10	-0,12
32/jan/21	05:12	0	04:46	0	-26		04:46	0	-26		04:42	0	-30	
	07:54	-0,37	07:54	-0,46	0	-0,09	07:54	-0,46	0	-0,09	07:52	-0,46	-2	-0,09
	09:54	0	10:16	0	22		10:16	0	22		10:13	0	19	
	13:42	0,44	13:51	0,39	9	-0,05	13:51	0,39	9	-0,05	13:42	0,4	0	-0,04
	17:12	0	17:00	0	-12		17:00	0	-12		16:58	0	-14	
33/jan/21	20:12	-0,46	20:18	-0,53	6	-0,07	20:18	-0,53	6	-0,07	20:17	-0,54	5	-0,08
	22:18	0	22:52	0	34		22:52	0	34		22:52	0	34	
	02:06	0,51	02:25	0,4	19	-0,11	02:25	0,4	19	-0,11	02:22	0,4	16	-0,11
	05:48	0	05:31	0	-17		05:31	0	-17		05:30	0	-18	
	08:36	-0,4	08:42	-0,49	6	-0,09	08:42	-0,49	6	-0,09	08:41	-0,49	5	-0,09
34/jan/21	10:36	0	11:04	0	28		11:04	0	28		11:04	0	28	
	14:18	0,46	14:29	0,42	11	-0,04	14:29	0,42	11	-0,04	14:26	0,42	8	-0,04
	17:54	0	17:45	0	-9		17:45	0	-9		17:45	0	-9	
	20:54	-0,47	21:03	-0,56	9	-0,09	21:03	-0,56	9	-0,09	21:03	-0,57	9	-0,10
	23:06	0	23:37	0	31		23:37	0	31		23:39	0	33	
				Médias:	-3,32	-0,08					Médias:	-9,10	-0,08	
				Des. Pad.:	21,73	0,04					Des. Pad.:	23,43	0,04	

Apêndice V - Testes de Previsões para Haste Shoal, com as Constantes Harmônicas das Análises de 29 Dias

The Narrows (13 a 29 janeiro de 2021, 29 dias)														
	NOAA (Oficial)		Boon (2004)				Boon e Kiley (1978)				Fourier			
Data	Hora:Min	Vel. (nós)	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V
13/jan/21	00:42	0,31	23:43	0,26	-59	-0,05	23:43	0,26	-59	-0,05	23:17	0,29	-85	-0,02
Lua Nova	04:42	0	03:57	0	-45		03:57	0	-45		03:53	0	-49	
	07:48	-0,31	07:25	-0,31	-23	0,00	07:25	-0,31	-23	0,00	07:21	-0,31	-27	0,00
	09:42	0	09:31	0	-11		09:31	0	-11		09:28	0	-14	
	11:48	0,28	11:30	0,26	-18	-0,02	11:30	0,26	-18	-0,02	11:25	0,27	-23	-0,01
	16:24	0	16:12	0	-12		16:12	0	-12		16:07	0	-17	
	20:06	-0,43	19:46	-0,35	-20	0,08	19:46	-0,35	-20	0,08	19:42	-0,35	-24	0,08
	22:24	0	22:03	0	-21		22:03	0	-21		22:00	0	-24	
	02:00	0,31	01:51	0,25	-9	-0,06	01:51	0,25	-9	-0,06	00:29	0,24	-91	-0,07
	05:30	0	04:47	0	-43		04:47	0	-43		04:44	0	-46	
	08:30	-0,3	08:11	-0,3	-19	0,00	08:11	-0,3	-19	0,00	08:06	-0,3	-24	0,00
	10:30	0	10:20	0	-10		10:20	0	-10		10:17	0	-13	
14/jan/21	12:30	0,26	13:57	0,25	87	-0,01	13:57	0,25	87	-0,01	12:26	0,25	-4	-0,01
	17:12	0	16:59	0	-13		16:59	0	-13		16:54	0	-18	
	20:48	-0,41	20:32	-0,34	-16	0,07	20:32	-0,34	-16	0,07	20:28	-0,35	-20	0,06
	23:12	0	22:54	0	-18		22:54	0	-18		22:52	0	-20	
	02:42	0,3	02:33	0,26	-9	-0,04	02:33	0,26	-9	-0,04	02:30	0,26	-12	-0,04
	06:18	0	05:39	0	-39		05:39	0	-39		05:35	0	-43	
	09:12	-0,28	08:52	-0,29	-20	-0,01	08:52	-0,29	-20	-0,01	08:48	-0,29	-24	-0,01
	11:18	0	11:12	0	-6		11:12	0	-6		11:09	0	-9	
	13:24	0,25	14:37	0,25	73	0,00	14:37	0,25	73	0,00	14:33	0,26	-69	0,01
	17:54	0	17:48	0	-6		17:48	0	-6		17:44	0	-10	
	21:36	-0,37	21:18	-0,33	-18	0,04	21:18	-0,33	-18	0,04	21:13	-0,33	-23	0,04
15/jan/21	23:54	0	23:49	0	-5		23:49	0	-5		23:48	0	-6	
	02:42	0,29	03:04	0,26	22	-0,03	03:04	0,26	22	-0,03	03:03	0,26	21	-0,03
	07:00	0	06:30	0	-30		06:30	0	-30		06:28	0	-32	
	10:00	-0,26	09:45	-0,26	-15	0,00	09:45	-0,26	-15	0,00	09:41	-0,26	-19	0,00
	12:12	0	12:06	0	-6		12:06	0	-6		12:04	0	-8	
	14:12	0,24	14:49	0,25	37	0,01	14:49	0,25	37	0,01	14:49	0,26	37	0,02
	18:42	0	18:36	0	-6		18:36	0	-6		18:34	0	-8	
	22:24	-0,32	22:22	-0,31	-2	0,01	22:22	-0,31	-2	0,01	22:20	-0,31	-4	0,01
	00:42	0	00:44	0	2		00:44	0	2		00:43	0	1	
	03:00	0,29	03:32	0,24	32	-0,05	03:32	0,24	32	-0,05	03:35	0,25	35	-0,04
	07:42	0	07:20	0	-22		07:20	0	-22		07:20	0	-22	
	10:54	-0,25	10:55	-0,25	1	0,00	10:55	-0,25	1	0,00	10:55	-0,26	1	-0,01
	13:00	0	12:56	0	-4		12:56	0	-4		12:57	0	-3	
	14:54	0,23	15:08	0,25	14	0,02	15:08	0,25	14	0,02	15:11	0,25	17	0,02
	19:18	0	19:24	0	6		19:24	0	6		19:25	0	7	
	23:18	-0,28	23:22	-0,31	4	-0,03	23:22	-0,31	4	-0,03	23:53	-0,31	35	-0,03
	01:24	0	01:30	0	6		01:30	0	6		01:32	0	8	
	03:36	0,3	03:36	0,23	0	-0,07	03:36	0,23	0	-0,07	03:42	0,23	6	-0,07
	08:24	0	08:10	0	-14		08:10	0	-14		08:12	0	-12	
	11:54	-0,25	11:50	-0,26	-4	-0,01	11:50	-0,26	-4	-0,01	11:52	-0,27	2	-0,02
	13:48	0	13:43	0	-5		13:43	0	-5		13:45	0	-3	
	15:36	0,21	15:36	0,24	0	0,03	15:36	0,24	0	0,03	15:40	0,24	4	0,03
	20:00	0	20:14	0	14		20:14	0	14		20:17	0	17	
	00:00	-0,26	00:09	-0,32	9	-0,06	00:09	-0,32	9	-0,06	00:11	-0,32	11	-0,06
	02:06	0	02:16	0	10		02:16	0	10		02:18	0	12	
	04:12	0,3	04:19	0,22	7	-0,08	04:19	0,22	7	-0,08	04:29	0,22	17	-0,08
	09:12	0	09:03	0	-9		09:03	0	-9		09:08	0	-4	
	12:36	-0,25	12:34	-0,27	-2	-0,02	12:34	-0,27	-2	-0,02	12:37	-0,33	1	-0,08
	14:42	0	14:29	0	-13		14:29	0	-13		14:33	0	-9	
	16:18	0,18	16:24	0,23	6	0,05	16:24	0,23	6	0,05	16:28	0,22	10	0,04
	20:48	0	21:10	0	22		21:10	0	22		21:16	0	28	
19/jan/21	00:36	-0,25	00:48	-0,31	12	-0,06	00:48	-0,31	12	-0,06	00:52	-0,32	16	-0,07
	02:48	0	03:03	0	15		03:03	0	15		03:06	0	18	
	05:06	0,29	05:30	0,21	24	-0,08	05:30	0,21	24	-0,08	06:29	0,21	-23	-0,08
	10:06	0	09:57	0	-9		09:57	0	-9		10:04	0	-2	
	13:24	-0,25	13:10	-0,26	-14	-0,01	13:10	-0,26	-14	-0,01	13:16	-0,27	-8	-0,02
	15:36	0	15:19	0	-17		15:19	0	-17		15:23	0	-13	
	17:18	0,15	17:23	0,22	5	0,07	17:23	0,22	5	0,07	17:32	0,21	14	0,06
	21:48	0	22:08	0	20		22:08	0	20		22:15	0	27	
Qua. Cres.														

Apêndice V. Testes de Previsões para Haste Shoal, com as Constantes
Harmônicas das Análises de 29 Dias

21/jan/21	01:18	-0,23	01:28	-0,3	10	-0,07	01:28	-0,3	10	-0,07	01:34	-0,31	16	-0,08
	03:42	0	03:53	0	11		03:53	0	11		03:57	0	15	
	06:06	0,28	06:12	0,2	6	-0,08	06:12	0,2	6	-0,08	06:59	0,21	53	-0,07
	11:00	0	10:44	0	-16		10:44	0	-16		10:52	0	-8	
	14:12	-0,25	13:44	-0,25	-28	0,00	13:44	-0,25	-28	0,00	13:56	-0,26	-16	-0,01
	16:36	0	16:11	0	-25		16:11	0	-25		16:17	0	-19	
	18:30	0,14	18:16	0,22	-14	0,08	18:16	0,22	-14	0,08	18:27	0,21	-3	0,07
22/jan/21	23:00	0	22:58	0	-2		22:58	0	-2		23:06	0	6	
	02:24	-0,21	02:20	-0,27	-4	-0,06	02:20	-0,27	-4	-0,06	02:29	-0,28	5	-0,07
	04:36	0	04:44	0	8		04:44	0	8		04:49	0	13	
	07:42	0,27	06:41	0,21	-61	-0,06	06:41	0,21	-61	-0,06	08:15	0,2	33	-0,07
	11:42	0	11:25	0	-17		11:25	0	-17		11:33	0	-9	
	15:24	-0,27	14:48	-0,25	-36	0,02	14:48	-0,25	-36	0,02	14:59	-0,26	-25	0,01
	17:42	0	17:04	0	-38		17:04	0	-38		17:10	0	-32	
23/jan/21	21:30	0,2	19:04	0,22	-146	0,02	19:04	0,22	-146	0,02	19:18	0,21	-132	0,01
	00:06	0	23:43	0	-23		23:43	0	-23		23:51	0	-15	
	03:36	-0,21	03:29	-0,26	-7	-0,05	03:29	-0,26	-7	-0,05	03:35	-0,27	-1	-0,06
	05:36	0	05:33	0	-3		05:33	0	-3		05:38	0	2	
	09:18	0,28	07:28	0,21	-110	-0,07	07:28	0,21	-110	-0,07	07:42	0,2	-96	-0,08
	12:18	0	12:04	0	-14		12:04	0	-14		12:12	0	-6	
	16:12	-0,31	15:52	-0,26	-20	0,05	15:52	-0,26	-20	0,05	15:58	-0,27	14	0,04
24/jan/21	18:36	0	17:55	0	-41		17:55	0	-41		18:01	0	-35	
	22:12	0,26	20:13	0,22	-119	-0,04	20:13	0,22	-119	-0,04	21:42	0,22	-30	-0,04
	01:12	0	00:28	0	44		00:28	0	44		00:37	0	-35	
	04:36	-0,22	04:20	-0,26	-16	-0,04	04:20	-0,26	-16	-0,04	04:26	-0,27	-10	-0,05
	06:30	0	06:21	0	-9		06:21	0	-9		06:26	0	-4	
	09:54	0,29	08:35	0,22	-79	-0,07	08:35	0,22	-79	-0,07	09:52	0,22	-2	-0,07
	12:54	0	12:45	0	-9		12:45	0	-9		12:54	0	0	
25/jan/21	17:00	-0,36	16:40	-0,28	-20	0,08	16:40	-0,28	-20	0,08	16:46	-0,29	-14	0,07
	19:30	0	18:46	0	-44		18:46	0	-44		18:52	0	-38	
	22:54	0,31	21:45	0,24	-69	-0,07	21:45	0,24	-69	-0,07	22:05	0,24	-49	-0,07
	02:18	0	01:20	0	-58		01:20	0	-58		01:28	0	-50	
	05:30	-0,23	05:01	-0,26	-29	-0,03	05:01	-0,26	-29	-0,03	05:07	-0,27	-23	-0,04
	07:24	0	07:09	0	-15		07:09	0	-15		07:13	0	-11	
	10:18	0,3	09:33	0,24	-45	-0,06	09:33	0,24	-45	-0,06	09:51	0,24	-27	-0,06
26/jan/21	13:30	0	13:34	0	4		13:34	0	4		13:42	0	12	
	17:42	-0,39	17:22	-0,29	-20	0,10	17:22	-0,29	-20	0,10	17:29	-0,3	-13	0,09
	20:12	0	19:38	0	-34		19:38	0	-34		19:42	0	-30	
	23:24	0,34	21:59	0,25	-85	-0,09	21:59	0,25	-85	-0,09	22:18	0,24	-66	-0,10
	03:12	0	02:17	0	-55		02:17	0	-55		02:24	0	-48	
	06:18	-0,24	05:42	-0,26	-36	-0,02	05:42	-0,26	-36	-0,02	05:48	-0,26	-30	-0,02
	08:12	0	07:56	0	-16		07:56	0	-16		07:59	0	-13	
27/jan/21	10:36	0,31	10:06	0,26	-30	-0,05	10:06	0,26	-30	-0,05	10:10	0,26	-26	-0,05
	14:12	0	14:26	0	14		14:26	0	14		14:32	0	20	
	18:18	-0,41	18:04	-0,3	-14	0,11	18:04	-0,3	-14	0,11	18:13	-0,31	-5	0,10
	20:54	0	20:27	0	-27		20:27	0	-27		20:30	0	-24	
	23:54	0,35	22:28	0,26	-86	-0,09	22:28	0,26	-86	-0,09	22:31	0,25	-83	-0,10
	03:48	0	03:08	0	-40		03:08	0	-40		03:13	0	-35	
	06:54	-0,25	06:31	-0,26	-23	-0,01	06:31	-0,26	-23	-0,01	06:36	-0,26	-18	-0,01
28/jan/21	08:54	0	08:42	0	-12		08:42	0	-12		08:44	0	-10	
	11:06	0,33	10:39	0,28	-27	-0,05	10:39	0,28	-27	-0,05	10:40	0,27	-26	-0,06
	14:54	0	15:14	0	20		15:14	0	20		15:18	0	24	
	18:48	-0,41	18:48	-0,31	0	0,10	18:48	-0,31	0	0,10	18:54	-0,31	6	0,10
	21:30	0	21:15	0	-15		21:15	0	-15		21:16	0	-14	
	00:00	0,35	23:10	0,26	-50	-0,09	23:10	0,26	-50	-0,09	23:10	0,25	-50	-0,10
	04:18	0	03:53	0	-25		03:53	0	-25		03:57	0	-21	
29/jan/21	07:30	-0,26	07:20	-0,26	-10	0,00	07:20	-0,26	-10	0,00	07:24	-0,26	-6	0,00
	09:30	0	09:27	0	-3		09:27	0	-3		09:28	0	-2	
	11:42	0,35	11:21	0,28	-21	-0,07	11:21	0,28	-21	-0,07	11:19	0,27	-23	-0,08
	15:36	0	15:58	0	22		15:58	0	22		16:00	0	24	
	19:12	-0,39	19:35	-0,32	23	0,07	19:35	-0,32	23	0,07	19:38	-0,32	26	0,07
	22:06	0	22:01	0	-5		22:01	0	-5		22:02	0	-4	
	00:18	0,35	00:01	0,25	-17	-0,10	00:01	0,25	-17	-0,10	23:52	0,24	-26	-0,11
Lua Cheia	04:48	0	04:36	0	-12		04:36	0	-12		04:38	0	-10	
	07:48	-0,27	07:49	-0,27	1	0,00	07:49	-0,27	1	0,00	07:51	-0,26	3	0,01
	10:12	0	10:14	0	2		10:14	0	2		10:13	0	1	
	12:24	0,36	12:16	0,27	-8	-0,09	12:16	0,27	-8	-0,09	12:13	0,27	-11	-0,09
	16:18	0	16:42	0	24		16:42	0	24		16:42	0	24	
	19:30	-0,37	20:12	-0,33	42	0,04	20:12	-0,33	42	0,04	20:13	-0,32	43	0,05
	22:42	0	22:51	0	9		22:51	0	9		22:51	0	9	
				Médias:	-13,12	-0,01					Médias:	-11,02	-0,02	
				Des. Pad.:	31,02	0,05					Desv. Pad.:	27,82	0,05	

Apêndice W - Testes de Previsões para The Narrows, com as Constantes Harmônicas das Análises de 29 Dias

The Narrows (13 a 29 janeiro de 2021, 29 dias)															
	NOAA (Oficial)		Boon (2004)				Boon e Kiley (1978)				Fourier				
Data	Hora:Min	Vel. (nós)	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V	Hora:Min	Vel. (nós)	dif. T	dif. V	
13/jan/21	00:06	0	23:50	0	-16		23:50	0	-16		23:46	0	-20		
Lua Nova	04:12	-3,98	04:04	-4,3	-8	-0,32	04:04	-4,3	-8	-0,32	04:04	-4,23	-8	-0,25	
14/jan/21	07:24	0	07:22	0	-2		07:22	0	-2		07:25	0	1		
	09:48	4,1	10:18	4,23	30	0,13	10:18	4,23	30	0,13	10:20	4,09	32	-0,01	
	14:48	0	14:38	0	-10		14:38	0	-10		14:46	0	-2		
	18:00	-2,44	17:14	-2,04	-46	0,40	17:14	-2,04	-46	0,40	17:18	-1,85	-42	0,59	
	20:18	0	19:44	0	-34		19:44	0	-34		19:43	0	-35		
	22:12	2,19	22:00	2,32	-12	0,13	22:00	2,32	-12	0,13	21:58	2,21	-14	0,02	
	01:06	0	00:40	0	-26		00:40	0	-26		00:37	0	-29		
	05:00	-3,95	04:51	-4,09	-9	-0,14	04:51	-4,09	-9	-0,14	04:51	-4,02	-9	-0,07	
	08:06	0	08:05	0	-1		08:05	0	-1		08:07	0	1		
	10:36	4,07	11:01	4,31	25	0,24	11:01	4,31	25	0,24	11:02	4,17	26	0,10	
15/jan/21	15:30	0	15:17	0	-13		15:17	0	-13		15:22	0	-8		
	18:42	-2,56	18:04	-2,29	-38	0,27	18:04	-2,29	-38	0,27	18:07	-2,12	-35	0,44	
	21:06	0	20:41	0	-25		20:41	0	-25		20:39	0	-27		
	23:00	2,17	22:51	2,18	-9	0,01	22:51	2,18	-9	0,01	22:49	2,1	-11	-0,07	
	02:00	0	01:31	0	-29		01:31	0	-29		01:28	0	-32		
	05:42	-3,86	05:37	-3,76	-5	0,10	05:37	-3,76	-5	0,10	05:37	-3,7	-5	0,16	
	08:54	0	08:46	0	-8		08:46	0	-8		08:47	0	-7		
	11:18	3,87	11:43	4,29	25	0,42	11:43	4,29	25	0,42	11:43	4,17	25	0,30	
	16:06	0	15:54	0	-12		15:54	0	-12		15:56	0	-10		
	19:18	-2,57	18:51	-2,5	-27	0,07	18:51	-2,5	-27	0,07	18:52	-2,36	-26	0,21	
16/jan/21	21:54	0	21:35	0	-19		21:35	0	-19		21:33	0	-21		
	23:48	2,1	23:42	2,02	-6	-0,08	23:42	2,02	-6	-0,08	23:40	1,98	-8	-0,12	
	02:48	0	02:22	0	-26		02:22	0	-26		02:19	0	-29		
	06:24	-3,69	06:22	-3,34	-2	0,35	06:22	-3,34	-2	0,35	06:22	-3,3	-2	0,39	
	09:36	0	09:25	0	-11		09:25	0	-11		09:25	0	-11		
	12:06	3,82	12:26	4,19	20	0,37	12:26	4,19	20	0,37	12:24	4,09	18	0,27	
	16:48	0	16:29	0	-19		16:29	0	-19		16:29	0	-19		
	19:48	-2,51	19:35	-2,65	-13	-0,14	19:35	-2,65	-13	-0,14	19:34	-2,55	-14	-0,04	
	22:42	0	22:31	0	-11		22:31	0	-11		22:27	0	-15		
	00:36	2	00:36	1,88	0	-0,12	00:36	1,88	0	-0,12	00:33	1,87	-3	-0,13	
17/jan/21	03:36	0	03:14	0	-22		03:14	0	-22		03:11	0	-25		
	07:00	-3,39	07:06	-2,85	6	0,54	07:06	-2,85	6	0,54	07:04	-2,83	4	0,56	
	10:12	0	10:04	0	-8		10:04	0	-8		10:03	0	-9		
	12:54	3,6	13:08	4,01	14	0,41	13:08	4,01	14	0,41	13:05	3,94	11	0,34	
	17:24	0	17:03	0	-21		17:03	0	-21		17:00	0	-24		
	20:24	-2,46	20:19	-2,75	-5	-0,29	20:19	-2,75	-5	-0,29	20:15	-2,68	-9	-0,22	
	23:30	0	23:26	0	-4		23:26	0	-4		23:22	0	-8		
	01:24	1,87	01:27	1,78	3	-0,09	01:27	1,78	3	-0,09	01:24	1,82	0	-0,05	
	04:30	0	04:09	0	-21		04:09	0	-21		04:06	0	-24		
	07:42	-2,94	07:51	-2,31	9	0,63	07:51	-2,31	9	0,63	07:47	-2,31	5	0,63	
18/jan/21	10:54	0	10:44	0	-10		10:44	0	-10		10:41	0	-13		
	13:36	3,28	13:49	3,76	13	0,48	13:49	3,76	13	0,48	13:46	3,73	10	0,45	
	17:54	0	17:36	0	-18		17:36	0	-18		17:30	0	-24		
	21:00	-2,47	21:05	-2,81	5	-0,34	21:05	-2,81	5	-0,34	20:59	-2,78	-1	-0,31	
	00:24	0	00:20	0	-4		00:20	0	-4		00:15	0	-9		
	02:18	1,75	02:19	1,71	1	-0,04	02:19	1,71	1	-0,04	02:15	1,79	-3	0,04	
	05:24	0	05:11	0	-13		05:11	0	-13		05:07	0	-17		
	08:24	-2,38	08:39	-1,75	15	0,63	08:39	-1,75	15	0,63	08:31	-1,77	7	0,61	
	11:30	0	11:24	0	-6		11:24	0	-6		11:19	0	-11		
	14:18	2,87	14:29	3,46	11	0,59	14:29	3,46	11	0,59	14:25	3,47	7	0,60	
19/jan/21	18:30	0	18:08	0	-22		18:08	0	-22		18:00	0	-30		
	21:36	-2,54	21:56	-2,86	20	-0,32	21:56	-2,86	20	-0,32	21:47	-2,87	11	-0,33	
	01:18	0	01:13	0	-5		01:13	0	-5		01:06	0	-12		
	03:12	1,7	03:13	1,69	1	-0,01	03:13	1,69	1	-0,01	03:09	1,79	-3	0,09	
	06:36	0	06:22	0	-14		06:22	0	-14		06:16	0	-20		
	09:12	-1,75	09:39	-1,24	27	0,51	09:39	-1,24	27	0,51	09:27	-1,27	15	0,48	
	Qua. Cres.	12:12	0	12:06	0	-6		12:06	0	-6		11:59	0	-13	
	15:06	2,4	15:12	3,11	6	0,71	15:12	3,11	6	0,71	15:09	3,16	3	0,76	
	19:00	0	18:41	0	-19		18:41	0	-19		18:32	0	-28		
	22:18	-2,67	22:46	-2,95	28	-0,28	22:46	-2,95	28	-0,28	22:35	-2,97	17	-0,30	

*Apêndice W. Testes de Previsões para The Narrows, com as Constantes
Harmônicas das Análises de 29 Dias*

21/jan/21	02:12	0	02:04	0	-8		02:04	0	-8		01:57	0	-15	
	04:12	1,74	04:11	1,74	-1	0,00	04:11	1,74	-1	0,00	04:05	1,86	-7	0,12
	08:00	0	07:47	0	-13		07:47	0	-13		07:36	0	-24	
	10:06	-1,16	10:50	-0,89	44	0,27	10:50	-0,89	44	0,27	10:38	-0,89	32	0,27
	12:54	0	12:51	0	-3		12:51	0	-3		12:43	0	-11	
	16:00	1,93	16:00	2,77	0	0,84	16:00	2,77	0	0,84	15:56	2,85	-4	0,92
	19:30	0	19:16	0	-14		19:16	0	-14		19:06	0	-24	
	23:06	-2,79	23:32	-3,05	26	-0,26	23:32	-3,05	26	-0,26	23:22	-3,11	16	-0,32
	03:00	0	02:54	0	-6		02:54	0	-6		02:47	0	-13	
	05:12	1,91	05:10	1,89	-2	-0,02	05:10	1,89	-2	-0,02	05:03	2,01	-9	0,10
22/jan/21	09:24	0	09:34	0	10		09:34	0	10		09:17	0	-7	
	11:06	-0,73	11:55	-0,71	49	0,02	11:55	-0,71	49	0,02	11:44	-0,69	38	0,04
	14:12	0	13:44	0	-28		13:44	0	-28		13:33	0	-39	
	16:54	1,52	16:49	2,45	-5	0,93	16:49	2,45	-5	0,93	16:44	2,55	-10	1,03
	20:12	0	19:54	0	-18		19:54	0	-18		19:44	0	-28	
	23:54	-2,89	00:16	-3,15	22	-0,26	00:16	-3,15	22	-0,26	00:05	-3,23	11	-0,34
	03:48	0	03:43	0	-5		03:43	0	-5		03:35	0	-13	
	06:12	2,18	06:08	2,14	-4	-0,04	06:08	2,14	-4	-0,04	05:59	2,24	-13	0,06
	10:42	0	10:58	0	16		10:58	0	16		10:47	0	5	
	12:12	-0,52	12:57	-0,66	45	-0,14	12:57	-0,66	45	-0,14	12:47	-0,63	35	-0,11
23/jan/21	15:48	0	14:47	0	-61		14:47	0	-61		14:34	0	-64	
	17:54	1,28	17:39	2,2	-15	0,92	17:39	2,2	-15	0,92	17:34	2,3	-20	1,02
	20:54	0	20:36	0	-18		20:36	0	-18		20:26	0	-28	
	00:48	-2,45	01:02	-3,26	14	-0,81	01:02	-3,26	14	-0,81	00:53	-3,35	5	-0,90
	04:36	0	04:29	0	-7		04:29	0	-7		04:23	0	-13	
	07:06	2,5	07:06	2,46	0	-0,04	07:06	2,46	0	-0,04	06:57	2,54	-9	0,04
	11:42	0	11:57	0	15		11:57	0	15		11:50	0	8	
	15:24	-0,8	14:00	-0,76	-84	0,04	14:00	-0,76	-84	0,04	13:51	-0,7	-93	0,10
	17:00	0	15:54	0	-66		15:54	0	-66		15:42	0	-78	
	18:54	1,23	18:31	2,01	-23	0,78	18:31	2,01	-23	0,78	18:25	2,1	-29	0,87
24/jan/21	21:18	0	21:20	0	2		21:20	0	2		21:12	0	-6	
	01:42	-3,02	01:49	-3,37	7	-0,35	01:49	-3,37	7	-0,35	01:41	-3,47	-1	-0,45
	05:18	0	05:12	0	-6		05:12	0	-6		05:08	0	-10	
	07:48	2,83	08:00	2,85	12	0,02	08:00	2,85	12	0,02	07:54	2,91	6	0,08
	12:36	0	12:43	0	7		12:43	0	7		12:40	0	4	
	16:06	-1,18	14:58	-0,98	-68	0,20	14:58	-0,98	-68	0,20	14:51	-0,91	-65	0,27
	18:00	0	16:59	0	-61		16:59	0	-61		16:50	0	-70	
	19:48	1,36	19:25	1,92	-23	0,56	19:25	1,92	-23	0,56	19:20	1,98	-28	0,62
	22:36	0	22:06	0	-30		22:06	0	-30		22:01	0	-35	
	02:36	-3,14	02:34	-3,48	-2	-0,34	02:34	-3,48	-2	-0,34	02:28	-3,59	-8	-0,45
25/jan/21	06:00	0	05:55	0	-5		05:55	0	-5		05:52	0	-8	
	08:30	3,16	08:47	3,27	17	0,11	08:47	3,27	17	0,11	08:45	3,33	15	0,17
	13:12	0	13:22	0	10		13:22	0	10		13:22	0	10	
	16:42	-1,53	15:46	-1,25	-56	0,28	15:46	-1,25	-56	0,28	15:42	-1,2	-60	0,33
	18:48	0	17:59	0	-49		17:59	0	-49		17:53	0	-55	
	20:36	1,58	20:19	1,93	-17	0,35	20:19	1,93	-17	0,35	20:16	1,97	-20	0,39
	23:24	0	22:52	0	-32		22:52	0	-32		22:49	0	-35	
	03:30	-3,33	03:16	-3,58	-14	-0,25	03:16	-3,58	-14	-0,25	03:13	-3,68	-17	-0,35
	06:42	0	06:35	0	-7		06:35	0	-7		06:35	0	7	
	09:06	3,49	09:28	3,68	22	0,19	09:28	3,68	22	0,19	09:29	3,72	23	0,23
26/jan/21	13:54	0	13:56	0	2		13:56	0	2		13:58	0	4	
	17:06	-1,83	16:29	-1,57	-37	0,26	16:29	-1,57	-37	0,26	16:28	-1,52	-38	0,31
	19:30	0	18:55	0	-35		18:55	0	-35		18:52	0	-38	
	21:18	1,83	21:10	2	-8	0,17	21:10	2	-8	0,17	21:09	2,04	-9	0,21
	00:12	0	23:39	0	-33		23:39	0	-33		23:38	0	-34	
	04:12	-3,58	03:57	-3,63	-15	-0,05	03:57	-3,63	-15	-0,05	03:56	-3,73	-16	-0,15
	07:24	0	07:15	0	-9		07:15	0	-9		07:17	0	-7	
	09:48	3,81	10:09	4,01	21	0,20	10:09	4,01	21	0,20	10:10	4,04	22	0,23
	14:30	0	14:26	0	-4		14:26	0	-4		14:30	0	0	
	17:30	-2,1	17:11	-1,89	-19	0,21	17:11	-1,89	-19	0,21	17:13	-1,85	-17	0,25
27/jan/21	20:06	0	19:47	0	-19		19:47	0	-19		19:47	0	-19	
	22:00	2,08	21:59	2,1	-1	0,02	21:59	2,1	-1	0,02	21:59	2,12	-1	0,04
	00:48	0	00:28	0	-20		00:28	0	-20		00:29	0	-19	
	04:54	-3,84	04:37	-3,6	-17	0,24	04:37	-3,6	-17	0,24	04:39	-3,67	-15	0,17
	08:00	0	07:53	0	-7		07:53	0	-7		07:57	0	-3	
	10:30	4,1	10:49	4,24	19	0,14	10:49	4,24	19	0,14	10:52	4,24	22	0,14
	15:06	0	14:56	0	-10		14:56	0	-10		15:01	0	-5	
	18:00	-2,35	17:53	-2,22	-7	0,13	17:53	-2,22	-7	0,13	17:57	-2,19	-3	0,16
	20:48	0	20:36	0	-12		20:36	0	-12		20:38	0	-10	
	22:48	2,29	22:48	2,17	0	-0,12	22:48	2,17	0	-0,12	22:49	2,19	1	-0,10
28/jan/21			Médias:		-7,73	0,14			-7,73	0,14			-11,14	0,15
			Des. Pad.:		21,70	0,34			21,70	0,14			21,56	0,37
29/jan/21														

Apêndice X - Testes de Previsões para The Narrows, com as Constantes Harmônicas das Análises de 92 Dias

The Narrows, 92 dias (13 a 29 de janeiro de 2021, 92 dias)															
NOAA (Oficial)			Boon (2004)				Boon e Kiley (1978)				Fourier				
Datas	Hora:Min	Alt.(m)	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	Hora:Min	Alt.(m)	dif.T	dif. Alt.	
13/jan/21	00:06	0	00:04	0	-2		00:04	0	-2		00:11	0	5		
Lua Nova	04:12	-3,98	04:14	-4,43	2	-0,45	04:14	-4,43	2	-0,32	04:21	-4,51	9	-0,53	
14/jan/21	07:24	0	07:35	0	11		07:35	0	11		07:39	0	15		
	09:48	4,1	10:32	4	44	-0,10	10:32	4	44	0,13	10:39	4,08	51	-0,02	
	14:48	0	14:48	0	0		14:48	0	0		14:56	0	8		
	18:00	-2,44	17:20	-1,91	-40	0,53	17:20	-1,91	-40	0,40	17:28	-1,98	-32	0,46	
	20:18	0	19:41	0	-37		19:41	0	-37		19:48	0	-30		
	22:12	2,19	22:01	2,54	-11	0,35	22:01	2,54	-11	0,13	22:04	2,48	-8	0,29	
	01:06	0	00:54	0	-12		00:54	0	-12		00:58	0	-8		
	05:00	-3,95	05:02	-4,34	2	-0,39	05:02	-4,34	2	-0,14	05:06	-4,38	6	-0,43	
	08:06	0	08:19	0	13		08:19	0	13		08:22	0	12		
	10:36	4,07	11:15	4,08	39	0,01	11:15	4,08	39	0,24	11:20	4,08	44	0,01	
15/jan/21	15:30	0	15:28	0	-2		15:28	0	-2		15:36	0	6		
	18:42	-2,56	18:06	-2,11	-36	0,45	18:06	-2,11	-36	0,27	18:12	-2,09	-30	0,47	
	21:06	0	20:34	0	-32		20:34	0	-32		20:37	0	-29		
	23:00	2,17	22:50	2,45	-10	0,28	22:50	2,45	-10	0,01	22:50	2,37	-10	0,20	
	02:00	0	01:43	0	-17		01:43	0	-17		01:44	0	-16		
	05:42	-3,86	05:46	-4,1	4	-0,24	05:46	-4,1	4	0,10	05:49	-4,1	7	-0,24	
	08:54	0	09:01	0	7		09:01	0	7		09:03	0	9		
	11:18	3,87	11:54	4,05	36	0,18	11:54	4,05	36	0,42	11:56	3,98	38	0,11	
	16:06	0	16:06	0	0		16:06	0	0		16:12	0	6		
	19:18	-2,57	18:49	-2,24	-29	0,33	18:49	-2,24	-29	0,07	18:52	-2,14	-26	0,43	
16/jan/21	21:54	0	21:26	0	-28		21:26	0	-28		21:26	0	-28		
	23:48	2,1	23:38	2,33	-10	0,23	23:39	2,33	-9	-0,08	23:36	2,2	-12	0,10	
	02:48	0	02:31	0	-17		02:31	0	-17		02:28	0	-20		
	06:24	-3,69	06:28	-3,72	4	-0,03	06:28	-3,72	4	0,35	06:28	-3,68	4	0,01	
	09:36	0	09:42	0	6		09:42	0	6		09:42	0	6		
	12:06	3,82	12:33	3,95	27	0,13	12:32	3,95	26	0,37	12:32	3,83	26	0,01	
	16:48	0	16:40	0	-8		16:40	0	-8		16:44	0	-4		
	19:48	-2,51	19:30	-2,31	-18	0,20	19:31	-2,31	-17	-0,14	19:30	-2,14	-18	0,37	
	22:42	0	22:19	0	-23		22:19	0	-23		22:16	0	-26		
	00:36	2	00:28	2,16	-8	0,16	00:28	2,16	-8	-0,12	00:23	2,03	-13	0,03	
17/jan/21	03:36	0	03:19	0	-17		03:19	0	-17		03:12	0	-24		
	07:00	-3,39	07:09	-3,23	9	0,16	07:09	-3,23	9	0,54	07:05	-3,17	5	0,22	
	10:12	0	10:21	0	9		10:21	0	9		10:19	0	7		
	12:54	3,6	13:12	3,77	18	0,17	13:12	3,77	18	0,41	13:09	3,63	15	0,03	
	17:24	0	17:12	0	-12		17:12	0	-12		17:13	0	11		
	20:24	-2,46	20:14	-2,35	-10	0,11	20:14	-2,35	-10	-0,29	20:10	-2,11	-14	0,35	
	23:30	0	23:12	0	-18		23:12	0	-18		23:08	0	-22		
	01:24	1,87	01:17	2,01	-7	0,14	01:17	2,01	-7	-0,09	01:11	1,88	-13	0,01	
	04:30	0	04:08	0	-22		04:08	0	-22		03:56	0	-34		
	07:42	-2,94	07:52	-2,67	10	0,27	07:52	-2,67	10	0,63	07:44	-2,58	2	0,36	
18/jan/21	10:54	0	11:01	0	7		11:01	0	7		10:56	0	2		
	13:36	3,28	13:50	3,54	14	0,26	13:50	3,54	14	0,48	13:45	3,4	9	0,12	
	17:54	0	17:42	0	-12		17:42	0	-12		17:39	0	-15		
	21:00	-2,47	21:00	-2,37	0	0,10	21:00	-2,37	0	-0,34	20:53	-2,08	-7	0,39	
	00:24	0	00:06	0	-18		00:06	0	-18		00:00	0	-24		
	02:18	1,75	02:08	1,87	-10	0,12	02:08	1,87	-10	-0,04	02:00	1,74	-18	-0,01	
	05:24	0	05:00	0	-24		05:00	0	-24		04:43	0	-41		
	08:24	-2,38	08:38	-2,08	14	0,30	08:38	-2,08	14	0,63	08:22	-1,98	-2	0,40	
	11:30	0	11:39	0	9		11:39	0	9		11:32	0	2		
	14:18	2,87	14:29	3,27	11	0,40	14:29	3,28	11	0,59	14:22	3,15	4	0,28	
20/jan/21	18:30	0	18:13	0	-17		18:13	0	-17		18:05	0	-25		
	21:36	-2,54	21:48	-2,4	12	0,14	21:48	-2,4	12	-0,32	21:38	-2,1	2	0,44	
	01:18	0	01:00	0	-18		01:00	0	-18		00:53	0	-25		
	03:12	1,7	03:00	1,75	-12	0,05	03:00	1,75	-12	-0,01	02:49	1,63	-23	-0,07	
	06:36	0	05:59	0	-37		05:59	0	-37		05:38	0	-58		
	09:12	-1,75	09:31	-1,52	19	0,23	09:31	-1,52	19	0,51	09:08	-1,41	-4	0,34	
	Qua. Cres.	12:12	0	12:19	0	7		12:19	0	7		12:08	0	-4	
	15:06	2,4	15:11	2,98	5	0,58	15:11	2,98	5	0,71	15:03	2,88	-3	0,48	
	19:00	0	18:44	0	-16		18:44	0	-16		18:33	0	-27		
	22:18	-2,67	22:36	-2,47	18	0,20	22:36	-2,46	18	-0,28	22:27	-2,18	9	0,49	

Apêndice X. Testes de Previsões para The Narrows, com as Constantes
Harmônicas das Análises de 92 Dias

21/jan/21	02:12	0	01:53	0	-19		01:54	0	-19		01:46	0	-26		
	04:12	1,74	03:53	1,69	-19	-0,05	03:53	1,69	-19	0,00	03:40	1,58	-32	-0,16	
	08:00	0	07:14	0	-46		07:14	0	-46		06:46	0	-74		
	10:06	-1,16	10:33	-1,07	27	0,09	10:33	-1,06	27	0,27	10:14	-0,94	8	0,22	
	12:54	0	13:02	0	8		13:02	0	8		12:47	0	-7		
22/jan/21	16:00	1,93	15:56	2,66	-4	0,73	15:56	2,66	-4	0,84	15:48	2,6	-12	0,67	
	19:30	0	19:19	0	-11		19:19	0	-11		19:05	0	-25		
	23:06	-2,79	23:25	-2,57	19	0,22	23:25	-2,57	19	-0,26	23:16	-2,34	10	0,45	
	03:00	0	02:47	0	-13		02:47	0	-13		02:39	0	-21		
	05:12	1,91	04:49	1,7	-23	-0,21	04:49	1,7	-23	-0,02	04:36	1,61	-36	-0,30	
23/jan/21	09:24	0	08:54	0	-30		08:54	0	-30		08:24	0	-60		
	11:06	-0,73	11:40	-0,77	34	-0,04	11:40	-0,76	34	0,02	11:25	-2,34	19	-1,61	
	14:12	0	13:51	0	-21		13:51	0	-21		13:32	0	-40		
	16:54	1,52	16:42	2,36	-12	0,84	16:42	2,37	-12	0,93	16:34	2,34	-20	0,82	
	20:12	0	19:57	0	-15		19:57	0	-15		19:43	0	-29		
24/jan/21	23:54	-2,89	00:17	-2,73	23	0,16	00:17	-2,73	23	-0,26	00:07	-2,56	13	0,33	
	03:48	0	03:39	0	-9		03:39	0	-9		03:31	0	-17		
	06:12	2,18	05:52	1,82	-20	-0,36	05:52	1,82	-20	-0,04	05:37	1,76	-35	-0,42	
	10:42	0	10:39	0	-3		10:39	0	-3		10:22	0	-20		
	12:12	-0,52	12:47	-0,64	35	-0,12	12:47	-0,64	35	-0,14	12:31	-0,57	19	-0,05	
25/jan/21	15:48	0	14:49	0	-59		14:49	0	-59		14:31	0	-77		
	17:54	1,28	17:33	2,13	-21	0,85	17:33	2,13	-21	0,92	17:25	2,15	-29	0,87	
	20:54	0	20:40	0	-14		20:40	0	-14		20:29	0	-25		
	00:48	-2,45	01:02	-2,9	14	-0,45	01:02	-2,9	14	-0,81	00:50	-2,81	2	-0,36	
	04:36	0	04:29	0	-7		04:29	0	-7		04:22	0	-14		
26/jan/21	07:06	2,5	07:00	2,1	-6	-0,40	07:00	2,1	-6	-0,04	06:42	02:06	-24	-2,41	
	11:42	0	11:51	0	9		11:51	0	9		11:35	0	-7		
	15:24	-0,8	13:53	-0,67	-91	0,13	13:53	-0,67	-91	0,04	13:53	-0,63	-91	0,17	
	17:00	0	15:53	0	-67		15:53	0	-67		15:40	0	-80		
	18:54	1,23	18:27	2	-27	0,77	18:27	2	-27	0,78	18:20	2,06	-34	0,83	
27/jan/21	21:18	0	21:27	0	9		21:27	0	9		21:19	0	1		
	01:42	-3,02	01:50	-3,1	8	-0,08	01:50	-3,1	8	-0,35	01:39	-3,09	-3	-0,07	
	05:18	0	05:17	0	-1		05:17	0	-1		05:10	0	-8		
	07:48	2,83	08:00	2,49	12	-0,34	08:00	2,49	12	0,02	07:47	2,52	-1	-0,31	
	12:36	0	12:43	0	7		12:43	0	7		12:26	0	-10		
28/jan/21	16:06	-1,18	14:53	-0,84	-73	0,34	14:53	-0,84	-73	0,20	14:37	-0,84	-89	0,34	
	18:00	0	16:58	0	-62		16:57	0	-62		16:48	0	-72		
	19:48	1,36	19:22	1,99	-26	0,63	19:22	1,99	-26	0,56	19:18	2,1	-30	0,74	
	22:36	0	22:14	0	-22		22:14	0	-22		22:10	0	-26		
	02:36	-3,14	02:36	-3,33	0	-0,19	02:36	-3,33	0	-0,34	02:27	-3,4	-9	-0,26	
29/jan/21	06:00	0	06:03	0	3		06:03	0	3		05:56	0	-4		
	08:30	3,16	08:48	2,93	18	-0,23	08:48	2,93	18	0,11	08:40	3,05	10	-0,11	
	13:12	0	13:24	0	12		13:24	0	12		13:08	0	-4		
	16:42	-1,53	15:44	-1,09	-58	0,44	15:44	-1,09	-58	0,28	15:31	-1,16	-71	0,37	
	18:48	0	17:56	0	-52		17:56	0	-52		17:49	0	-59		
30/jan/21	20:36	1,58	20:15	2,08	-21	0,50	20:15	2,08	-21	0,35	20:13	2,26	-23	0,68	
	23:24	0	23:02	0	-22		23:02	0	-22		22:59	0	-25		
	03:30	-3,33	03:20	-3,55	-10	-0,22	03:20	-3,55	-10	-0,25	03:13	-3,71	-17	-0,38	
	06:42	0	06:45	0	3		06:45	0	3		06:40	0	-2		
	09:06	3,49	09:32	3,37	26	-0,12	09:32	3,37	26	0,19	09:25	3,57	19	0,08	
31/jan/21	13:54	0	14:00	0	6		14:00	0	6		13:46	0	-8		
	17:06	-1,83	16:28	-1,4	-38	0,43	16:29	-1,4	-37	0,26	16:17	-1,52	-49	0,31	
	19:30	0	18:50	0	-40		18:50	0	-40		18:43	0	-47		
	21:18	1,83	21:07	2,22	-11	0,39	21:07	2,22	-11	0,17	21:05	2,47	-13	0,64	
	00:12	0	00:50	0	38		00:50	0	38		23:48	0	-24		
1/fev/21	04:12	-3,58	04:04	-3,75	-8	-0,17	04:04	-3,75	-8	-0,05	03:59	-3,98	-13	-0,40	
	07:24	0	07:26	0	2		07:26	0	2		07:22	0	-2		
	09:48	3,81	10:13	3,75	25	-0,06	10:13	3,75	25	0,20	10:07	4,01	19	0,20	
	14:30	0	14:33	0	3		14:33	0	3		14:21	0	-9		
	17:30	-2,1	17:10	-1,72	-20	0,38	17:10	-1,72	-20	0,21	17:01	-1,89	-29	0,21	
2/fev/21	20:06	0	19:39	0	-27		19:39	0	-27		19:33	0	-33		
	22:00	2,08	21:56	2,38	-4	0,30	21:56	2,38	-4	0,02	21:54	2,66	-6	0,58	
	00:48	0	00:38	0	-10		00:38	0	-10		00:37	0	-11		
	04:54	-3,84	04:47	-3,87	-7	-0,03	04:47	-3,87	-7	0,24	04:42	-4,16	-12	-0,32	
	08:00	0	08:06	0	6		08:06	0	6		08:02	0	2		
3/fev/21	10:30	4,1	10:53	4,05	23	-0,05	10:53	4,05	23	0,14	10:49	4,34	19	0,24	
	15:06	0	15:04	0	-2		15:04	0	-2		14:55	0	-11		
	18:00	-2,35	17:49	-2,04	-11	0,31	17:49	-2,04	-11	0,13	17:42	-2,24	-18	0,11	
	20:48	0	20:27	0	-21		20:27	0	-21		20:21	0	-27		
	22:48	2,29	22:44	2,51	-4	0,22	22:45	2,51	-3	-0,12	22:42	2,79	-6	0,50	
					Médias:	-7,20	0,14						Médias:	-13,92	0,11
					Des. Pad.:	22,98	0,31						Des. Pad.:	24,56	0,51

Apêndice Y - Tabela com as Previsões de Correntes de Maré da Trafaria para 2022

Janeiro						Fevereiro					
Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)
02:08		00:42	-1,67	02:27	2,24	00:28	2,95	00:00		00:00	
04:44	-2,92	04:35		05:43		03:35		02:04	-1,39	03:14	2,36
08:15		08:04	1,44	08:35	-2,74	06:11	-3,34	06:27		06:31	
11:23	2,65	10:58		11:41		09:46		09:59	1,40	09:37	-2,70
14:37		13:10	-1,68	14:49	2,18	12:56	3,02	12:32		12:29	
17:10	-2,94	17:13		18:06		16:04		14:34	-1,35	15:38	2,19
20:37		20:45	1,49	20:55	-2,48	18:34	-3,18	18:50		18:56	
23:46	2,77	23:32		23:47		22:01		22:18	1,52	22:02	-2,47
02:59		01:39	-1,57	03:00	2,19	01:13	3,07	00:56		03:59	2,09
05:37	-3,21	05:47		06:16		04:21		03:07	-1,53	07:20	
09:07		09:17	1,50	09:18	-2,64	06:57	-3,46	07:22		10:29	-2,40
12:16	2,86	11:59		12:15		10:31		10:45	1,64	13:17	
15:29		14:08	-1,58	15:24	2,10	13:40	3,06	13:25		16:26	1,90
18:02	-3,13	18:18		18:42		16:48		15:36	-1,53	19:52	
21:26		21:46	1,60	21:41	-2,37	19:18	-3,22	19:37		22:56	-2,21
						22:44		22:59	1,75		
00:37	2,94	00:29		00:24						01:41	
03:49		02:39	-1,59	03:38	2,08	01:56	3,06	01:44		04:54	1,76
06:27	-3,39	06:51		06:56		05:04		04:04	-1,80	08:26	
09:57		10:14	1,64	10:05	-2,48	07:40	-3,43	08:05		11:25	-2,10
13:07	2,98	12:56		12:55		11:24		11:22	1,86	14:16	
16:18		15:07	-1,60	16:04	1,96	14:22	2,96	14:10		17:29	1,58
18:50	-3,21	19:13		19:26		17:31		16:27	-1,82	21:06	
22:15		22:36	1,75	22:30	-2,23	20:01	-3,12	20:15		23:55	-1,99
						23:27		23:32	1,96		
01:26	3,00	01:21		01:09						02:53	
04:37		03:38	-1,73	04:23	1,91	02:37	2,91	02:26		06:10	1,48
07:14	-3,44	07:42		07:45		05:48		04:51	-2,14	09:50	
10:46		11:01	1,80	10:56	-2,30	08:24	-3,24	08:40		12:26	-1,88
13:56	2,98	13:48		13:43		11:56		11:53	2,06	15:36	
17:07		16:04	-1,74	16:53	1,78	15:02	2,73	14:51		18:57	1,41
19:38	-3,16	19:59		20:21		18:14		17:11	-2,14	22:28	
23:02		23:18	1,89	23:23	-2,09	20:45	-2,90	20:49			
02:14	2,94	02:09		02:03		00:09		00:01	2,15	00:58	-1,89
05:24		04:31	-1,95	05:18	1,70	03:17	2,63	03:04		04:29	1,46
08:02	-3,35	08:26		08:48		06:32		05:31	-2,48	07:53	
11:35		11:42	1,94	11:51	-2,13	09:09	-2,93	09:12		13:31	-1,81
14:43	2,86	14:34		14:41		12:39		12:21	2,23	17:11	
17:55		16:53	-1,94	17:55	1,59	15:43	2,40	15:27		20:36	1,57
20:25	-2,99	20:38		21:31		18:59		17:50	-2,45	23:43	
23:50		23:55	2,02			21:31	-2,58	21:19			
03:00	2,77	02:52		03:11	-1,99	00:53		00:29	2,32	02:05	-1,96
06:12		05:16	-2,20	06:31	1,53	03:59	2,26	03:39		05:59	
08:50	-3,13	09:04		10:05		07:19		06:10	-2,77	09:21	1,77
12:24		12:18	2,05	12:49	-2,02	09:55	-2,55	09:41		12:22	
15:29	2,63	15:16		15:55		13:24		12:49	2,38	14:38	-1,93
18:43		17:36	-2,15	19:16	1,52	16:26	2,01	16:00		18:29	
21:13	-2,73	21:14		22:46		19:49		18:28	-2,70	21:48	1,94
						22:19	-2,23	21:48			
00:38		00:28	2,12	01:20	-1,98					00:47	
03:46	2,50	03:31		04:38		01:40		00:58	2,46	03:12	-2,21
07:02		05:57	-2,43	08:00	1,57	04:46	1,84	04:11		07:06	
09:38	-2,83	09:39		11:22		08:13		06:48	-2,99	10:22	2,18
13:13		12:50	2,13	13:51	-2,01	10:44	-2,14	10:10		13:21	
16:17	2,32	15:54		17:21		14:13		13:17	2,49	15:44	-2,21
19:35		18:15	-2,34	20:41	1,69	17:16	1,61	16:32		19:28	
22:03	-2,43	21:46		23:57		20:46		19:07	-2,87	22:43	2,35
						23:10	-1,88	22:17		01:42	
01:28		00:58	2,18	02:24	-2,10					01:44	-2,58
04:35	2,17	04:07		06:04		02:36		01:28	2,56	04:14	
07:55		06:35	-2,61	09:20	1,83	05:44	1,43	04:43		08:00	
10:29	-2,50	10:10		12:31		09:15		07:27	-3,10	11:13	2,56
14:05		13:19	2,18	14:56	-2,14	11:37	-1,77	10:40		14:13	
17:09	1,97	16:29		18:36		15:12		13:48	2,54	16:42	-2,57
20:30		18:54	-2,47	21:51	2,01	18:26	1,28	17:04		20:17	
22:54	-2,13	22:16				21:50		19:47	-2,93	23:30	2,69
								22:48			
02:22		01:27	2,23	03:28	-2,36	00:04	-1,59				
05:31	1,82	04:40		07:13		03:48		02:00	2,59		
08:53		07:14	-2,73	10:25	2,20	07:13	1,18	05:15		05:08	-3,08
11:20	-2,17	10:41		13:33		10:24		11:12		11:12	
15:01		13:48	2,21	15:59	-2,39	12:32	-1,48	14:21	2,52	17:36	
18:11	1,67	17:02		19:37		16:27		17:36		20:28	-2,87
21:30		19:33	-2,54	22:49	2,38	20:05	1,17	20:28		23:22	
23:47	-1,87	22:44				22:57					
03:24		01:56	2,25	04:29	-2,71	01:02	-1,41				
06:41	1,54	05:11		08:09		05:13		02:35	2,52		
09:55		07:54	-2,77	11:20	2,56	08:53	1,20	05:50		08:51	-2,94
12:14	-1,88	11:10		14:27		11:31		11:48		14:57	2,41
16:04		14:17	2,21	16:56	-2,71	13:32	-1,33	18:13		21:13	-2,70
19:28	1,49	17:34		20:29		17:46					
22:32		20:13	-2,55	23:41	2,71	21:25	1,30				
		23:14									
				02:48							
				05:23	-3,07						
				09:00							
				12:10	2,85						
				15:17							
				17:47	-3,00						
				21:16							

Apêndice Y. Tabela com as Previsões de Correntes de Maré da Trafaria para 2022

Março							Abril								
Hora (h:m)		Vel. (nós)	Hora (h:m)		Vel. (nós)		Hora (h:m)		Vel. (nós)	Hora (h:m)		Vel. (nós)	Hora (h:m)		Vel. (nós)
1 Ter.	02:32		00:29	-1,35	02:14	2,71	00:31	2,88	01:52	-1,55	00:32		03:40	2,22	
	05:07	-2,95	04:34	1,02	05:30	-3,09	03:37	-3,14	06:00		03:40				
	08:46		11:01		08:24		06:10		09:27	1,41	07:06				
	11:57	2,84	12:59	-1,21	14:36	2,57	09:44		12:14		09:50			-2,44	
	15:00		17:07		17:51		12:53	2,84	14:20	-1,52	12:57				
	17:30	-2,89	20:55	1,10	20:49	-2,92	15:59		18:16		16:06	2,02			
	21:01		23:27		23:45		21:58		21:36	1,51	22:19	-2,43			
2 Qua. LN	00:13	2,94	01:30	-1,32	02:57	2,49	01:09	2,83	00:29		01:36				
	03:17		05:54		06:15		04:18		02:46	-1,84	04:43	1,89			
	05:53	-3,23	09:29	1,25	09:14	-2,78	06:49	-3,12	06:43		08:16				
	12:39	3,00	12:02		12:10		10:21		09:59	1,71	10:49	-2,11			
	15:43		14:00	-1,24	15:20	2,30	13:29	2,72	12:58		14:05				
	18:13	-3,11	18:16		18:38		16:38		15:12	-1,85	17:14	1,72			
	21:42		21:49	1,35	21:40	-2,62	19:09	-3,00	18:57		20:44				
							22:36		22:08	1,83	23:19	-2,18			
3 Qui.	00:54	3,05	00:23		00:34		01:46	2,67	01:11		02:52				
	04:00		02:31	-1,47	03:45	2,16	04:58		03:37	-2,21	06:05	1,66			
	06:35	-3,37	06:50		07:09		07:29	-2,96	07:20		09:31				
	10:09		10:16	1,52	10:07	-2,41	10:57		10:29	2,03	11:51	-1,89			
	13:18	3,02	12:54		13:02		14:05	2,51	13:37		15:24				
	16:24	-3,20	15:00	-1,46	16:12	1,94	17:17		16:01	-2,26	18:42	1,59			
	18:54		19:04		19:38		19:49	-2,82	19:33		21:58				
	22:22		22:26	1,63	22:35	-2,30	23:14		22:40	2,17					
4 Sex.	01:33	3,03	01:11		01:34		02:23	2,40	01:51		00:22	-2,05			
	04:41		03:28	-1,77	04:44	1,78	05:38		04:23	-2,60	04:13				
	07:16	-3,35	07:31		08:20		08:11	-2,68	07:55		07:39	1,70			
	10:48		10:48	1,79	11:05	-2,06	11:35		11:01		10:42				
	13:56	2,91	13:38		14:06		14:42	2,22	14:15		12:54	-1,82			
	17:04		15:53	-1,80	17:17	1,59	17:57		16:46	-2,66	16:44				
	19:35	-3,13	19:42		20:54		20:32	-2,54	20:08		20:10	1,73			
	23:01		22:55	1,90	23:36	-2,04	23:54		23:14	2,47	23:05				
5 Sab.	02:11	2,86	01:52		02:52		03:02	2,07	02:29		01:25	-2,05			
	05:22		04:17	-2,16	06:06	1,49	06:21		05:08	-2,96	05:27				
	07:57	-3,18	08:05		09:43		08:54	-2,32	08:30		08:53	1,94			
	11:26		11:15	2,06	12:08	-1,82	12:13		11:35	2,61	11:44				
	14:33	2,69	14:17		15:31		15:20	1,87	14:52		13:57	-1,88			
	17:44		16:38	-2,19	18:51	1,42	18:41		17:29	-3,01	17:53				
	20:17	-2,93	20:14		22:15		21:18	-2,20	20:44		21:15	2,00			
	23:40		23:24	2,18					23:51	2,72					
6 Dom.	02:49	2,59	02:30		00:40	-1,91	00:37		02:29		00:04	-2,17			
	06:03		04:59	-2,56	04:26		03:43	1,69	03:08		02:28				
	08:39	-2,87	08:36		07:53	1,53	07:10		05:51	-3,23	06:28				
	12:05		11:43	2,31	13:13	-1,75	09:42	-1,93	09:06		09:48	2,20			
	15:10	2,36	14:53		17:03		12:55		12:12	2,79	14:59	-2,07			
	18:26		17:19	-2,58	20:30	1,61	16:02	1,50	15:30		18:49				
	21:00	-2,61	20:45		23:27		19:32		18:13	-3,25	22:06	2,26			
			23:53	2,43			22:07	-1,85	21:22						
7 Seg.	00:21		03:05		01:47	-1,96	01:27		00:31	2,86	00:57				
	03:27	2,21	05:40	-2,91	05:49		04:31	1,32	06:34		03:26	-2,36			
	06:47		09:06		09:14	1,85	08:09		03:49		07:18				
	09:23	-2,47	12:12	2,53	12:07		10:33	-1,58	09:44		10:33	2,41			
	12:45		15:27		14:21	-1,86	13:46		12:53	2,86	13:27				
	15:49	1,97	17:59	-2,90	18:16		16:54	1,17	16:10		15:53	-2,30			
	19:11		21:16		21:38	1,98	20:34		18:56	-3,33	19:46				
	21:46	-2,24					23:01	-1,57	22:03		22:39	2,46			
8 Ter.	01:04		00:24	2,64	00:29		02:30		01:13	2,88	01:46				
	04:09	1,78	03:39		02:54	-2,18	05:37	1,03	04:31		04:17	-2,56			
	07:37		06:20	-3,18	10:10	2,22	09:18		07:19	-3,32	08:01				
	10:11	-2,05	09:38		13:03		11:29	-1,33	10:25		11:13	2,55			
	13:30		12:44	2,70	15:25	-2,12	14:53		13:35	2,81	14:12				
	16:33	1,55	16:00		19:12		18:11	0,95	16:52		16:40	-2,53			
	20:05		18:39	-3,12	22:28	2,34	21:43		19:42	-3,26	20:18				
	22:37	-1,86	21:48				23:57	-1,41	22:47		23:30	2,57			
9 Qua.	01:56		00:58	2,77	01:22	-2,49	03:48		01:58	2,77	02:31				
	05:01	1,36	04:14		07:42		07:24	0,96	05:16		05:02	-2,72			
	08:39		07:00	-3,30	10:56	2,53	10:26		08:06	-3,12	08:41				
	11:03	-1,65	10:11		13:53		12:26	-1,23	11:10		11:51	2,60			
	14:24		13:19	2,77	16:21	-2,45	16:14		14:21	2,64	14:54				
	17:32	1,17	16:35		19:59		19:55	0,99	17:37		17:23	-2,70			
	21:11		19:20	-3,20	23:12	2,63	22:47		20:30		20:58				
	23:31	-1,54	22:23						23:36	-3,05					
10 Qui. QC	03:05		01:35	2,80	04:45	-2,80	00:55	-1,40	02:47	2,54	00:09	2,60			
	06:20	1,03	04:50		08:26		05:03		06:07		03:14	-2,80			
	09:51		07:42	-3,27	11:37	2,75	08:44	1,14	08:56	-2,80	09:19				
	11:59	-1,35	10:46		14:38		11:24		12:00		12:29	2,57			
	15:40		13:56	2,73	17:08	-2,75	13:24	-1,30	15:10	2,36	15:35				
	19:13	0,97	17:11		20:41		17:24		18:29		18:03	-2,79			
	22:22		20:03	-3,13	23:53	2,82	20:57	1,21	21:22	-2,74	21:37				
			23:02				22:55								
					05:29	-3,03									
					09:06										
					12:16	2,85									
					15:19										
					17:49	-2,96									
					21:20										

Apêndice Y. Tabela com as Previsões de Correntes de Maré da Trafaria para 2022

Maio						Junho							
	Hora (h:m)	Vel. (nós)		Hora (h:m)	Vel. (nós)		Hora (h:m)	Vel. (nós)		Hora (h:m)	Vel. (nós)		
1 Dom.	00:47	2,53	11 Qua.	02:05	-1,95	21 Sab.	01:32	2,04	1 Qua.	00:36			
	03:56			05:46			05:01	03:14		-2,47	06:27	1,90	
	06:23	-2,78		09:01	1,65		08:03	07:24		-2,29	09:37	09:40	
	09:56			12:11			10:31	10:51			06:47	11:58	
	13:06	2,46		14:31	-1,94		13:55	14:04		1,99	13:05	15:36	
	16:15			18:03			17:03	17:16			15:42	18:54	
	18:44	-2,77		21:15	1,77		20:26	19:46		-2,39	19:04	22:03	
22:15				23:00	-2,40		23:20	2,30					
2 Seg.	01:26	2,39	12 Qui.	00:26		22 Dom. QM	02:39		2 Qui.	01:29	00:25		
	04:37			02:57	-2,25		05:49	1,91		05:43	04:08	-2,73	04:17
	07:04	-2,66		06:31			09:10			08:06	07:29		07:39
	10:33			09:41	1,98		11:30	-2,06		11:28	10:37	2,46	10:40
	13:43	2,29		12:55			15:03			14:40	13:56		12:53
	16:55			18:49			18:18	1,81		17:56	16:35	-2,88	16:43
	19:25	-2,65		21:57	2,11		21:32			20:29	19:57		20:07
22:55				23:59	-2,23		23:03	2,56	23:03	1,76			
3 Ter.	02:04	2,18	13 Sex.	01:11		23 Seg.	03:48		3 Sex.	00:00	01:21		
	05:18			03:47	-2,59		07:08	1,85		03:06	02:22		05:20
	07:46	-2,45		07:14			10:20			06:25	05:01	-2,97	08:45
	11:10			10:20	2,31		12:29	-1,94		08:51	08:20		11:37
	14:20	2,06		13:37			16:13			12:05	11:27	2,68	13:49
	17:35			16:12	-2,66		19:37	1,81		15:16	14:46		17:48
	20:07	-2,43		19:33			22:39	2,43		18:37	17:27	-3,15	21:11
23:35						21:15	20:48		21:11				
4 Qua.	02:43	1,92	14 Sab.	01:56		24 Ter.	00:58		4 Sab.	00:39	00:00		
	06:01			04:36	-2,90		04:55	-2,14		03:43	05:52	-3,14	02:17
	08:29	-2,17		07:56			08:20	1,93		07:09	09:09		06:19
	11:48			11:02	2,58		11:14			09:38	12:19	2,82	09:41
	14:58	1,79		14:21			13:27	-1,92		12:42	12:19		12:31
	18:18			17:01	-3,00		17:20			15:53	15:36		14:46
	20:53	-2,17		20:17			20:44	1,93		19:20	18:18	-3,33	18:47
5 Qui.	00:18		15 Dom.	23:23	2,68	25 Qua.	23:35		5 Dom.	22:02	22:05		
	03:24	1,64		02:42			01:56	-2,12		04:22	00:48	2,86	03:13
	06:48			05:24	-3,15		05:56			07:57	04:05		07:12
	09:16	-1,87		08:39			09:18	2,06		10:26	06:42	-3,20	10:30
	12:29			11:46	2,77		12:08			13:23	10:00		13:22
	15:38	1,52		15:05			14:25	-1,97		16:34	13:11	2,88	15:42
	19:05			17:48	-3,24		18:19			20:07	16:26		19:38
21:41	-1,91	21:02		21:38	2,08	22:51	19:07	-3,38	22:54				
6 Sex.	01:05		16 Seg. LC	00:09	2,83	26 Qui.	00:29		6 Seg.	01:19	01:47		
	04:08	1,38		03:28			02:52	-2,16		05:08	04:57		04:07
	07:41			06:12	-3,28		06:49			08:48	04:05		07:58
	10:06	-1,61		09:23			10:06	2,18		11:17	07:32	-3,14	11:14
	13:14			12:32	2,86		12:59			14:09	10:51		14:10
	16:24	1,27		15:50			15:20	-2,10		17:23	14:02	2,84	16:33
	19:58			18:35	-3,35		19:10			20:59	17:16		20:24
22:32	-1,70	21:49		22:25	2,20	23:42	19:57	-3,31	23:39				
7 Sab.	01:57		17 Ter.	00:58	2,86	27 Sex.	01:20		7 Ter. QC	02:50	02:35		
	05:00	1,16		04:16			03:45	-2,25		06:01	02:34	2,79	02:35
	08:41			06:59	-3,26		07:35			09:40	05:49		04:56
	10:58	-1,44		10:10			10:49	2,27		12:08	08:22	-2,98	08:40
	14:07			13:21	2,83		13:46			15:03	08:22		11:56
	17:18	1,09		16:37			16:11	-2,25		18:22	11:43		14:55
	20:58			19:23	-3,32		19:56			21:54	14:54	2,71	17:20
23:25	-1,59	22:38		23:09	2,27		18:08		21:07				
8 Dom.	02:55		18 Qua.	01:49	2,79	28 Sab.	02:07		8 Qua.	20:48	-3,12		
	06:06	1,06		05:07			04:34	-2,34		00:33	-1,91	00:20	2,09
	09:41			07:48	-3,11		08:18			03:45	03:26	2,61	03:20
	11:52	-1,39		11:00			11:30	2,30		07:02	06:43		05:40
	15:09			14:11	2,70		14:31			10:33	09:14	-2,74	09:20
	18:28	1,05		17:27			16:57	-2,39		19:25	12:38		12:35
	21:57			20:13	-3,16		20:39			22:49	15:46	2,49	15:37
9 Seg. QC	00:19	-1,60	19 Qui.	23:32		29 Dom.	01:26	-2,04	19 Dom.	19:02	18:02		
	03:57			02:41	2,62		02:53			01:15	-2,87	21:41	21:46
	07:20	1,13		06:00			03:37	2,25		01:26	02:13		01:00
	10:37			08:39	-2,85		05:18	-2,41		04:44	04:20	2,37	04:02
	12:46	-1,46		11:53			08:57			08:02	07:40		06:22
	16:14			15:04	2,49		12:09	2,29		11:24	10:08	-2,47	09:57
	19:38	1,18		18:21			15:14			13:53	13:34		13:11
22:51		21:06	-2,91	17:40	-2,49	20:25	16:41	2,23	16:17				
10 Ter.	01:12	-1,73	20 Sex.	23:02		30 Seg. LN	23:43		20 Seg.	20:00	18:43		
	04:55			00:30			02:20	-2,24		22:35	-2,60	22:24	-2,46
	08:17	1,35		03:37	2,38		03:37			05:42	05:19	2,11	22:24
	11:26			06:59			06:00	-2,43		08:56	08:39		01:36
	13:39	-1,65		09:34	-2,55		09:36			12:15	11:02	-2,23	04:42
	17:12			12:52			12:48	2,23		14:47	14:33		10:32
	20:31	1,44		16:00	2,23		15:55			18:08	17:43	1,98	13:45
23:40		19:21		18:22	-2,53	21:20	21:01		16:55				
			21 Ter.	22:02	-2,64	31 Ter.	22:40			23:30	19:24		
				01:12	2,17						23:00		
				04:20									
				06:42	-2,39								
				10:14									
				13:26	2,13								
				16:36									
		19:03	-2,50										
		22:40											

Apêndice Y. Tabela com as Previsões de Correntes de Maré da Trafaria para 2022

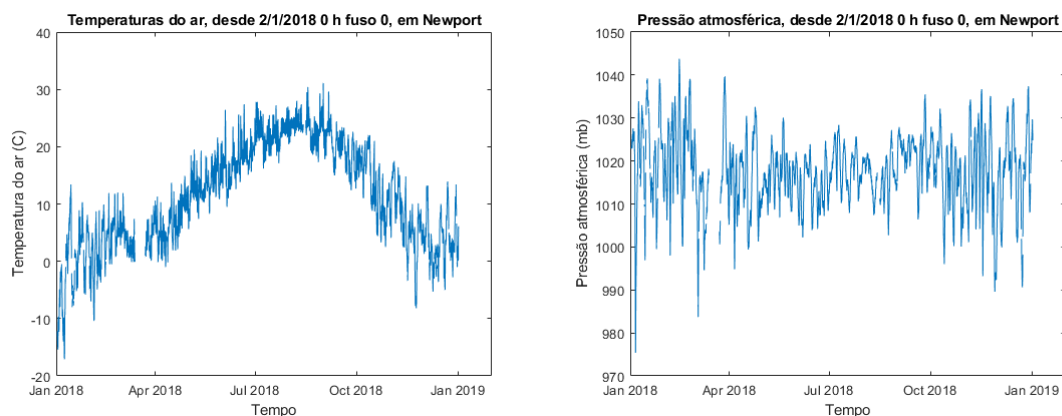
Julho						Agosto					
	Hora (h:m)	Vel. (nós)		Hora (h:m)	Vel. (nós)		Hora (h:m)	Vel. (nós)		Hora (h:m)	Vel. (nós)
1 Sex.	02:09	1,99	11 Seg.	01:12		1 Seg.	02:36	2,10	11 Qui.	02:49	
	05:20			03:45	-2,51		05:54			05:20	-2,98
	07:43	-2,24		07:13			08:37	-2,42		08:48	
	11:05			10:22	2,32		11:32			11:59	2,92
	14:17	1,97		13:38			14:46	2,10		15:08	
2 Sab.	17:31		12 Ter.	16:15	-2,74	2 Ter.	18:02		12 Sex. LC	17:45	-3,33
	20:04	-2,43		19:45			20:58	-2,56		21:18	
	23:34			22:53	2,46		23:59			00:27	3,01
										00:12	
	02:40	1,90		02:09			03:07	2,02		02:15	-1,38
3 Dom.	05:57		13 Qua. LC	04:42	-2,78	3 Qua.	06:26		13 Sab.	06:09	-3,22
	08:25	-2,17		08:08			09:20	-2,31		09:34	
	11:36			11:17	2,61		12:06			12:45	3,10
	14:48	1,88		14:32			15:20	2,01		15:55	
	18:06			17:10	-3,07		18:37			18:32	-3,52
4 Seg.	20:47	-2,34	14 Qui.	20:39		4 Qui.	21:43	-2,41	14 Dom.	22:04	
				23:47	2,73					22:29	1,71
	00:06						00:34			01:13	3,11
	03:11	1,80		03:02			03:43	1,90		04:22	
	06:32			05:36	-3,03		07:03			06:54	-3,32
5 Ter.	09:08	-2,07	15 Sex.	08:59		5 Sex. QC	10:06	-2,18	15 Seg.	10:19	
	12:07			12:09	2,85		12:46			13:30	3,14
	15:20	1,78		15:23			16:00	1,86		16:40	
	18:40			18:02	-3,33		19:19			19:17	-3,54
	21:30	-2,24		21:31			22:32	-2,24		22:48	
6 Qua.			16 Sab.			6 Sab.			16 Ter.		
	00:38			00:40	2,92		01:16			01:57	3,06
	03:44	1,71		03:53			04:26	1,75		05:07	
	07:09			06:26	-3,20		07:51			07:39	-3,26
	09:53	-1,98		09:49			10:57	-2,04		11:03	
7 Qui. QC	12:42		17 Dom.	13:00	2,99	7 Dom.	13:34		17 Qua.	14:13	3,03
	15:55	1,69		16:12			16:48	1,68		17:24	
	19:18			18:51	-3,47		20:15			20:02	-3,38
	22:17	-2,15		22:21			23:24	-2,08		23:32	
										23:41	2,10
8 Sex.	01:14		18 Seg.	01:30	3,01	8 Seg.	02:08		18 Qui.	02:39	2,87
	04:22	1,62		04:42			05:21	1,57		05:51	
	07:51			07:14	-3,23		08:55			08:23	-3,06
	10:41	-1,91		10:37			11:52	-1,95		11:47	
	13:22			13:49	3,02		14:35			14:56	2,78
9 Sab.	16:36	1,60	19 Ter.	17:00		9 Ter.	17:52	1,51	19 Sex. QM	18:09	
	20:03			19:39	-3,46		21:28			20:47	-3,09
	23:06	-2,08		23:10							
							00:21	-1,97		00:17	
	01:57			02:19	2,97		03:14			03:21	2,56
10 Dom.	05:07	1,54	20 Qua. QM	05:30		10 Qua.	06:34	1,47	20 Sab.	06:36	
	08:41			08:02	-3,14		10:09			09:09	-2,75
	11:31	-1,88		11:26			12:51	-1,94		12:32	
	14:11			14:37	2,92		15:54			15:39	2,43
	17:27	1,52		17:48			19:16	1,47		18:57	
11 Sex.	20:58		21 Qui.	20:27	-3,31	11 Sex.	22:47		21 Dom.	21:34	-2,70
	23:57	-2,04		23:59							
							00:06	2,07		00:03	
	02:49			03:06	2,80		03:00			04:06	2,17
	06:03	1,50		06:19			05:20	-2,09		07:26	1,56
12 Ter.	09:39		22 Sex.	08:50	-2,94	12 Ter.	09:01		22 Seg.	09:57	-2,38
	12:24	-1,91		12:15			12:17	2,13		13:21	
	15:11			15:23	2,71		15:16			16:26	2,00
	18:31	1,50		18:37			17:42	-2,36		19:51	
	22:02			21:16	-3,04		21:27			22:23	-2,27
13 Qua.			23 Sab.			13 Qua.			23 Ter.		
	00:51	-2,05		00:49			02:25	-2,07		01:03	
	03:51			03:53	2,53		05:58			04:06	2,17
	07:11	1,55		07:10			09:15	1,86		07:26	
	10:41			09:40	-2,65		12:27			09:57	-2,38
14 Seg.	13:19	-2,00	24 Dom.	13:04		14 Seg.	14:57	-2,28	24 Qua.	13:21	
	16:23			16:12	2,40		18:38			16:26	2,00
	19:44	1,60		19:30			21:51	2,05		19:51	
	23:08			22:06	-2,71					20:42	1,68
							01:01			20:53	
15 Ter.	01:48	-2,13	25 Qui.	01:40		15 Ter.	03:27	-2,31	25 Qui.	23:16	-1,88
	05:02			04:43	2,19		07:04				
	08:21	1,73		08:04			10:16	2,25		02:52	
	11:43			10:31	-2,34		13:26			06:02	1,40
	14:17	-2,16		13:57			15:58	-2,63		09:27	
16 Qua.	17:38		26 Sab.	17:04	2,04	16 Qua.	19:38		26 Sex.	11:44	-1,70
	20:53	1,83		20:26			22:48	2,44		15:27	
				22:57	-2,36					18:48	1,29
	00:12			02:34			01:58			22:02	
	02:46	-2,28		05:41	1,85		04:27	-2,65			
17 Qui.	06:11		27 Dom.	09:02		17 Qui.	07:59	2,62	27 Sab. LN	00:12	-1,56
	09:25	2,01		11:23	-2,05		14:19			04:05	
	12:42			14:56			16:55	-3,01		07:39	1,25
	15:17	-2,42		18:08	1,71		20:30			10:35	
	18:46			21:28			23:39	2,78		12:42	-1,50
18 Sex.	21:55	2,14	28 Qui. LN	23:51	-2,04	18 Sex.			28 Dom.	16:50	
										20:28	-2,81
										23:25	
										02:02	2,38
19 Sab.			29 Sex.			19 Sab.			29 Seg.	05:18	
										08:07	-2,75
										11:01	
										14:15	2,38
										17:30	
20 Dom.			30 Sab.			20 Dom.			30 Ter.	20:28	-2,81
										23:25	
										02:35	2,28
										05:50	
21 Sex.			31 Dom.			21 Sex.			31 Qua.	08:50	-2,61
										11:37	
										14:51	2,25
										18:06	
										21:13	-2,60

	Setembro				Outubro						
	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)	Hora (h:m)	Vel. (nós)			
1 Qui.	00:02		00:51	3,10	00:38		01:06	2,83	00:44		
	03:13	2,11	03:59		02:45	-1,47	03:40	1,95	04:16	02:56	-1,76
	06:29		06:31	-3,30	06:51		07:02		06:47	06:47	
	09:37	-2,40	09:57		10:15	1,71	10:07	-2,29	10:14	10:01	1,80
	12:19		13:07	3,11	12:55		13:00		13:24	12:58	
	15:33	2,03	16:17		15:13	-1,77	16:11	1,80	16:36	15:20	-2,09
	18:51		18:53	-3,46	19:18		19:42		19:08	19:10	
22:03	-2,32	22:23		22:37	1,87	22:37	-2,06	22:36	22:21	1,98	
2 Sex.	00:46		01:31	3,01	01:22		01:28		01:44	01:23	
	03:58	1,87	04:41		03:38	-1,77	04:40	1,63	04:56	03:43	-2,12
	07:18		07:13	-3,26	07:30		08:14		07:29	07:22	
	10:29	-2,16	10:37		10:45	1,95	11:07	-2,05	10:54	10:30	2,07
	13:10		13:48	2,97	13:37		14:12		14:04	13:37	
	16:23	1,75	16:59		16:01	-2,11	17:24	1,51	17:18	16:05	-2,44
	19:51		19:34	-3,30	19:52		21:06		19:50	19:42	
22:58	-2,06	23:03		23:05	2,09	23:39	-1,83	23:15	22:49	2,23	
3 Sab. QC	01:41		02:10	2,80	02:02		02:47		02:23	02:00	
	04:54	1,59	05:22		04:22	-2,12	06:03	1,41	05:37	04:27	-2,49
	08:27		07:55	-3,06	08:03		09:38		08:12	07:55	
	11:27	-1,97	11:18		11:13	2,17	12:11	-1,94	11:36	11:01	2,33
	14:15		14:28	2,71	14:15		15:43		14:44	14:14	
	17:31	1,48	17:42		16:43	-2,46	19:05	1,46	18:02	16:48	-2,77
	21:12		20:17	-2,99	20:23		22:27		20:34	20:14	
23:58	-1,86	23:44		23:31	2,28			23:55	23:19	2,46	
4 Dom.	02:53		02:50	2,48	02:37		00:43	-1,77	03:03	02:35	
	06:12	1,39	06:04		05:02	-2,47	07:46	1,52	06:22	05:10	-2,83
	09:51		08:39	-2,75	08:32		10:54		08:58	08:28	
	12:29	-1,89	12:01		11:40	2,36	13:16	-1,99	12:22	11:34	2,55
	15:44		15:09	2,34	14:50		17:10		15:28	14:50	
	19:06	1,40	18:27		17:22	-2,77	20:37	1,75	18:52	17:30	-3,04
	22:37		21:02	-2,58	20:52		23:35		21:22	20:47	
5 Seg.	01:01	-1,81	00:26		23:58	2,44	01:49	-1,88	00:41	23:53	2,64
	04:27		03:31	2,08	03:11		05:40		03:48	03:11	
	07:52	1,47	06:51		05:41	-2,76	09:02	1,88	07:14	05:52	-3,08
	11:09		09:26	-2,36	09:01		11:57		09:48	09:03	
	13:34	-1,96	12:48		12:08	2,51	14:21	-2,20	13:15	12:10	2,69
	17:19		15:53	1,90	15:23		18:18		16:19	15:28	
	20:42	1,66	19:19		18:00	-3,01	21:38	2,15	19:52	18:13	-3,19
23:49		21:51	-2,13	21:21				22:14	21:22		
6 Ter.	02:07	-1,92	01:14		00:26	2,56	00:33		01:35	00:30	2,73
	05:52		04:17	1,66	03:43		06:41		04:42	03:48	
	09:12	1,83	07:45		06:19	-2,97	09:57	2,28	08:17	06:34	-3,21
	12:15		10:17	-1,96	09:30		12:53		10:42	09:40	
	14:40	-2,20	13:42		12:39	2,62	15:23	-2,51	14:20	12:49	2,74
	18:32		16:47	1,47	15:56		19:12		17:28	16:07	
	21:48	2,08	20:21		18:39	-3,14	22:26	2,51	21:01	18:56	-3,20
7 Qua.	00:50				21:50				23:10	21:59	
	03:12	-2,20	02:11		00:58	2,62	01:24		02:44	01:10	2,72
	06:56		05:18	1,27	04:15		03:51	-2,47	06:02	04:27	
	10:10	2,27	08:52		06:59	-3,06	10:43	2,62	09:26	07:18	-3,19
	13:12		11:12	-1,62	10:02		13:43		11:40	10:21	
	15:42	-2,57	14:53		13:13	2,64	16:17	-2,83	15:37	13:32	2,68
	19:28		18:08	1,14	16:29		19:58		19:16	16:50	
22:40	2,50	21:33		19:20	-3,13	23:09	2,77	22:10	19:41	-3,07	
8 Qui.	01:44		23:41	-1,40	22:22					22:41	
	04:11	-2,57	03:27		01:32	2,59	02:11		00:09	-1,25	
	07:47		06:58	1,07	04:48		04:41	-2,79	04:04	01:53	2,60
	10:59	2,66	10:03		07:40	-3,02	08:14		07:48	05:09	
	14:03		12:11	-1,41	10:37		11:25	2,85	10:31	08:04	-3,04
	16:38	-2,96	16:19		13:49	2,57	17:04	-3,09	16:52	11:07	
	20:17		20:07	1,13	17:06		20:40		20:36	14:18	2,51
23:26	2,83	22:44		20:02	-2,98	23:49	2,91	23:10	17:37		
9 Sex.	02:32		00:42	-1,25	22:58		02:54		01:08	20:29	-2,81
	05:02	-2,92	04:52		02:10	2,47	05:25	-3,03	05:14	23:27	
	08:33		08:40	1,20	05:25		08:55		08:51	02:40	2,38
	11:43	2,95	11:09		08:24	-2,85	12:05	2,95	11:27	05:58	
	14:50		13:14	-1,37	11:17		15:12		13:36	08:55	-2,79
	17:26	-3,28	17:38		14:30	2,40	17:46	-3,22	17:50	11:59	
	21:01		21:17	1,36	17:47		21:19		21:21	15:09	2,26
10 Sab. LC	00:10	3,03	23:45		20:48	-2,71				18:32	-2,49
	03:17		01:44	-1,27	23:40		00:27	2,93	00:00	21:21	
	05:48	-3,18	06:02		02:52	2,25	03:35		02:04	00:21	
	09:16		09:35	1,45	06:08		06:07	-3,14	06:07	03:33	2,09
	12:26	3,10	12:06		09:13	-2,59	09:35	2,93	09:31	06:55	
	15:34		14:16	-1,50	12:03		12:45		12:15	09:49	-2,50
	18:10	-3,45	18:35		15:16	2,13	18:27	-3,22	18:34	12:59	
21:42		22:03	1,63	18:37		21:58		21:53	16:08	1,95	
31 Seg.					21:40	-2,38				19:38	
										22:19	-2,17
										01:24	
										04:34	1,80
										08:04	
										10:49	-2,25
										14:11	
									17:20	1,70	
									20:54		
									23:20	-1,95	

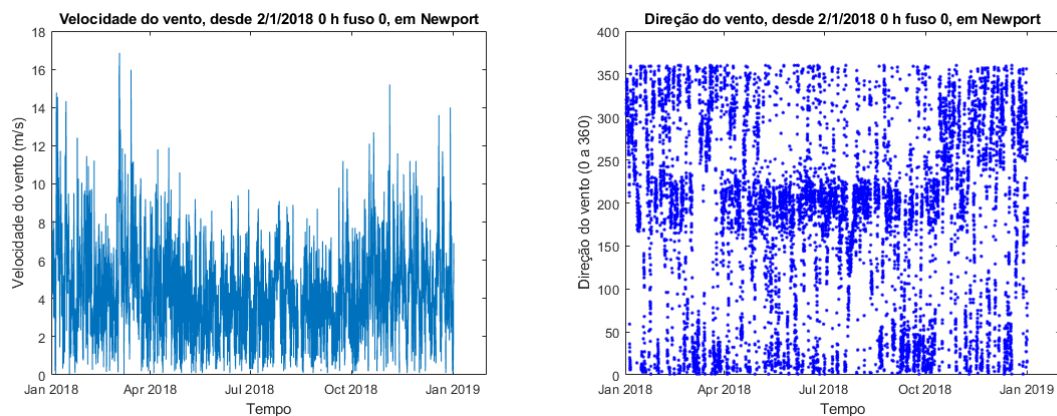
Novembro												Dezembro											
Hora (h:m)			Vel. (nós)	Hora (h:m)			Vel. (nós)	Hora (h:m)			Vel. (nós)	Hora (h:m)			Vel. (nós)	Hora (h:m)			Vel. (nós)				
1 Ter. QC	02:40			02:04	2,21		01:22		03:33		02:27	2,02		01:36									
	05:53	1,60		05:17			03:52	-2,42		06:51	1,77		05:41		04:13	-2,63							
	09:20			07:49	-2,59		07:18		10:02		08:12	-2,42		07:37									
	11:51	-2,11	11	11:19		21	10:24	2,20	1	12:27	-2,19	11	11:46		10:44	2,34							
	15:32			14:28	2,08		13:39		16:18		14:53	1,90	21	14:02		14:02							
	18:51	1,65		17:44			16:16	-2,65		19:40	1,84		18:09		16:39	-2,75							
22:08			20:11	-2,31		19:39		22:43		20:33	-2,12		19:59										
			23:33				22:45	2,38				23:53		23:07	2,51								
2 Qua.	00:23	-1,86		02:43	1,95		02:03		00:57	-1,94		03:04	1,83	02:25									
	04:02			06:00			04:40	-2,77		04:44		06:21		05:05	-2,98								
	07:26	1,65		08:34	-2,33		07:59		11:05	1,84		08:56	-2,24	08:27									
	10:31			12:04		22	11:05	2,47	2	13:26	-2,12	12	12:26		11:34	2,62							
	12:55	-2,09	12	15:10	1,80	22	14:23		17:24		15:30	1,70	22	14:52		14:52							
	16:49			18:31			17:03	-2,93		20:48	1,96		18:52		17:30	-3,02							
20:16	1,84		20:57	-2,00		20:19		23:41		21:18	-1,92		20:47										
23:13			23:33			23:26	2,60						23:56	2,75									
3 Qui.	01:26	-1,91		00:16		23	02:45		01:56	-1,95		00:30		03:14									
	05:17			03:25	1,67		05:27	-3,06		05:50		03:40	1,63	05:55	-3,27								
	08:41	1,91		06:47		Qua.	08:41		12:03		09:42	-2,06	23	09:17									
	11:34		13	09:22	-2,05	Dom.	11:48	2,67	3	14:25	-2,13	13	13:05	12:25	2,82								
	13:57	-2,19		12:52			15:07		18:23		16:07	1,51	15:42										
	17:55			15:56	1,51		17:49	-3,13		21:43	2,12	19:37		18:19	-3,20								
21:17	2,13		19:23			21:01				22:06	-1,75	21:35											
			21:46	-1,72					00:35														
4 Sex.	00:10			00:09	2,75		00:09		02:54	-2,05		01:08		00:46	2,90								
	02:28	-2,07		01:03		24	03:28		06:47		04:18	1,44	04:02										
	06:18			04:11	1,39	Qui.	06:13	-3,26		10:04	2,15	07:48		06:44	-3,44								
	09:37	2,20		07:41			09:25		12:57		10:30	-1,90	10:06										
	12:29		14	10:13	-1,80	Seg.	12:34	2,78	4	15:21	-2,20	13:46		13:15	2,93								
	14:57	-2,37		13:45			15:53		19:14		16:49	1,34	16:31										
18:50			16:48	1,26		18:36	-3,21		22:30	2,24	20:27		19:08	-3,25									
22:06	2,38		20:22			21:45				22:55	-1,63	22:24											
			22:39	-1,50					01:25														
5 Sab.	01:01			01:56		25	00:55	2,80		03:49	-2,21	01:50		01:35	2,95								
	03:25	-2,30		05:05	1,17	Sex.	04:13		07:37		05:02	1,29	04:50										
	07:10			07:00			07:00	-3,32		10:51	2,27	08:39		07:33	-3,46								
	10:23	2,45	15	08:41			10:12		13:47		11:20	-1,80	10:56										
	13:20			11:06	-1,63		13:22	2,78	5	16:14	-2,31	14:30		14:05	2,92								
	15:51	-2,57		14:43			16:40		20:00		17:38	1,24	17:21										
19:36			17:53	1,11		19:23	-3,15		23:13	2,33	21:19		19:57	-3,18									
22:48	2,56		21:24			22:31				23:45	-1,58	23:14											
			23:33	-1,38					02:11														
6 Dom.	01:48			02:58		26	01:43	2,74		04:38	-2,38	02:40		02:25	2,89								
	04:16	-2,54		06:15	1,06	Sab.	05:00		08:22		05:56	1,21	05:39										
	07:55			09:41			07:48	-3,24		11:34	2,34	09:33		08:22	-3,35								
	11:06	2,60	16	10:41		Qua.	11:02		14:35		12:11	-1,77	11:48										
	14:07			12:00	-1,57	QM	14:12	2,68		17:01	-2,41	15:21		14:55	2,80								
	16:39	-2,74		15:45			17:31		20:41		18:37	1,23	18:11										
20:19			19:10	1,12		20:13	-2,96		23:54	2,37	22:13		20:47	-2,98									
23:28	2,65		22:21			23:22																	
7 Seg.	02:32			00:27	-1,39	27	02:33	2,59		02:56		00:37	-1,62	00:05									
	05:01	-2,74		04:03		Dom.	05:50		05:23	-2,53	03:39		03:14	2,71									
	08:37			07:29	1,12		08:39	-3,05		09:05		07:00	1,24	06:30									
	11:47	2,67	17	10:37			11:57		12:17	2,36	10:29		09:13	-3,12									
	14:52			12:53	-1,63		15:05	2,49	7	15:20		13:03	-1,82	12:41									
	17:22	-2,85	Qui.	16:44			18:25		17:44	-2,48	16:20		15:46	2,57									
20:58			20:11	1,27		21:05	-2,70		21:21		19:40	1,35	19:05										
			23:13						00:34	2,35	23:06		21:39	-2,72									
8 Ter. LC	00:07	2,66		01:20	-1,52	28	00:16				01:30	-1,75	00:58										
	03:14			05:02		Seg.	03:26	2,37		06:06	-2,62	04:44		04:05	2,44								
	05:43	-2,86		08:25	1,32		06:46		09:46		08:05	1,41	07:25										
	09:17			11:27			09:33	-2,80		12:58	2,32	11:24		10:05	-2,83								
	12:27	2,63	18	13:46	-1,79	Sex.	12:55		16:03		13:56	-1,96	13:36										
	15:35			17:35			16:01	2,25		18:26	-2,49	17:20		16:40	2,27								
18:04	-2,86		20:54	1,51		19:26		22:00		20:38	1,59	20:02											
21:36			23:58			22:00	-2,42				23:57	22:32	-2,42										
9 Qua.	00:46	2,57		02:12	-1,75	29	01:16		01:13	2,29		02:24	-1,98	01:54									
	03:55			05:52		Ter.	04:24	2,11		04:20		05:48		05:02	2,13								
	06:25	-2,87		09:07	1,59		07:48		10:26	-2,63	09:02	1,69	08:24										
	09:57			12:13		19	10:29	-2,54	9	13:37	2,22	12:18		11:00	-2,51								
	13:07	2,52	Sab.	14:37	-2,04		13:59		16:45		14:51	-2,17	14:35										
	16:17			18:19			17:05	2,00		19:08	-2,43	18:17		17:41	1,97								
18:45	-2,77		21:31	1,79		20:32		22:38		21:29	1,89	21:04											
22:14						22:58	-2,17					23:27	-2,15										
10 Qui.	01:24	2,42		02:22		30	02:22		01:51	2,18		00:47		02:56									
	04:36			05:32	1,88	Qua.	05:32		05:00		03:19	-2,28	03:19		06:08	1,84							
	07:06	-2,78		08:55		QC	08:55		07:29	-2,56	06:45		06:45										
	10:37			11:28	-2,33		11:28		11:06		09:28	2,02	09:28		11:55	-2,22							
	13:47	2,33	20	09:45	1,90	Dom.	15:07		17:27		15:46	-2,45	15:39										
	17:00			12:56			18:20	1,84		19:50	-2,30	19:10		18:55	1,76								
19:27	-2,57		15:27	-2,34		21:39		23:16		22:18	2,22	22:07											
22:53			18:59			23:57	-2,01																
			22:07	2,09																			
				</																			

Apêndice Z - Processamento de Dados de Meteorologia do Porto de Newport, de 1JAN a 31DEZ18, na Posição 41,50333 N-71,32667 W

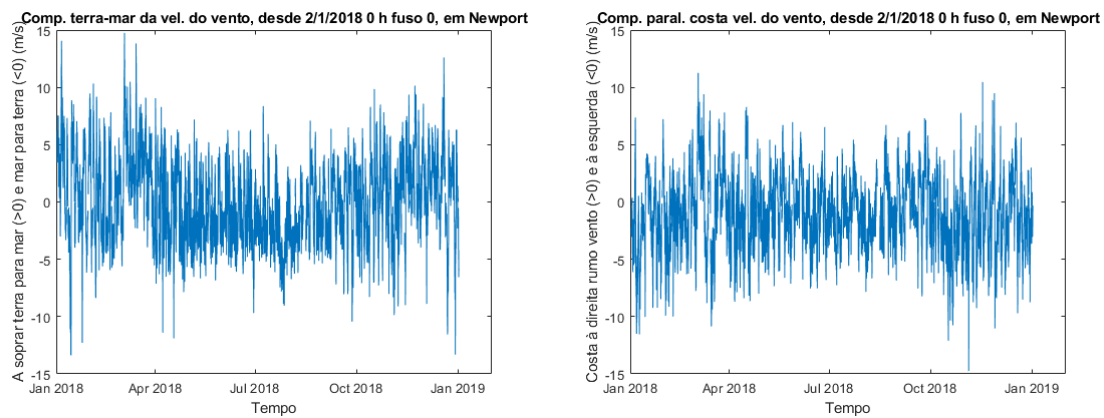
Séries de temperatura do ar (esq.) e pressão atmosférica (dir.):



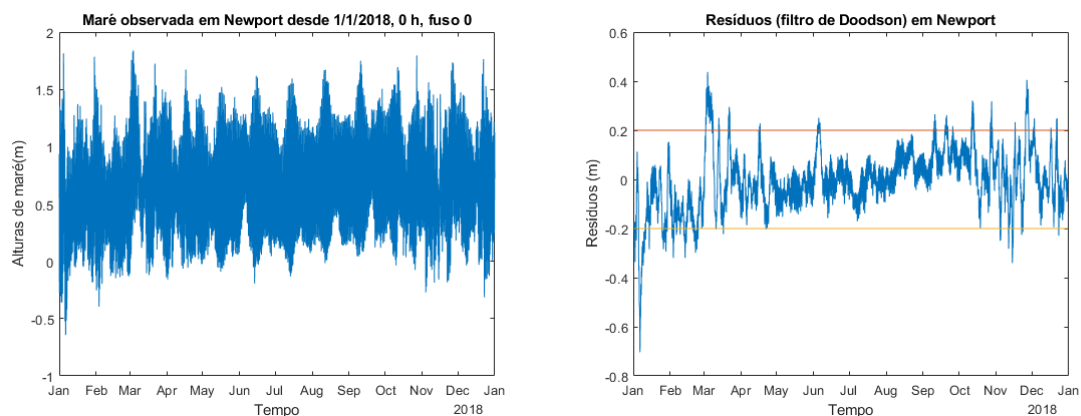
Séries temporais de velocidade (esq.) e direção do vento (dir.):



Séries temporais das componentes terra-mar (esq.) e paralela à costa (dir.) da velocidade do vento:



Séries temporais das alturas de maré (esq.) e resíduos de não maré (dir.) – filtro de Doodson:



Espetros de amplitude dos resíduos de não maré: ciclos/dia (esq.) e períodos (dir.):

